

# 不确定维数系统的变结构控制\*

李文林 边文明

(河南师大数学系, 新乡 453002)

(1993年12月6日收到)

## 摘 要

本文用泛函分析方法研究了不确定维数系统的变结构控制问题, 给出了滑动模态的到达条件、滑动模态的稳定性条件和变结构控制规律的一般形式, 初步建立了不确定维数系统变结构控制理论的基本框架。

**关键词** 变结构控制 滑动模态 不确定维数系统 半内积

## 一、引 言

有限维系统变结构控制的研究, 已经有了很大进展<sup>[1]</sup>, 随着科学技术的发展, 人们对控制系统控制精度的要求越来越高, 许多情况下需要用分布参数对系统描述, 因此不确定维数系统变结构控制理论是一个重要研究课题。目前这方面的研究已经取得了初步成果, 但是除滑动模态的逼近性条件外, 变结构控制的其它一些基本问题还研究得很少<sup>[1~3]</sup>。我们这里用泛函分析为工具, 在更广的意义下(在抽象函数空间), 给出了不确定维数系统滑动模态的到达条件、滑动模态的稳定性条件、逼近性条件和变结构控制规律的一般形式, 从而给出了不确定维数系统变结构控制理论研究的新方法。

本文将考虑如下系统的变结构控制

$$\dot{x} = Ax + Bu(x, t) + f(x, t) \quad (1.1)$$

其中  $x \in X$ ,  $B \in L(V, X)$  ( $L$ 为  $V \rightarrow X$ 的有界线性算子),  $V$ 和  $X$ 为线性赋范空间,  $A$ 是取值于  $X$ 中的闭线性算子, 其定义域  $D(A)$ 在  $X$ 中稠密, 即  $\overline{D(A)} = X$ ;  $f(x, t)$ 和  $u(x, t)$ 分别是取值于  $X$ 和  $V$ 中的算子函数。

## 二、滑 动 方 程

取切换函数为

$$s(x) = Cx, \quad C \in L(X, V) \quad (2.1)$$

为研究滑动模态的需要, 先给出几个定义和引理

**定义1<sup>[6]</sup>** 对任意  $x \in X$ ,  $y \in X$ , 定义

\* 丁协平推荐, 国家自然科学基金资助课题。

$$[x, y] = \inf \{y^*(x) \mid y^* \in X^*, y^*(y) = \|y^*\|^2 = \|y\|^2\}$$

为  $x$  和  $y$  的半内积, 其中  $X^*$  表示  $X$  的共轭空间.

$$\text{定义2}^{[6]} \quad D^- \|x(t)\| = \limsup_{\tau \rightarrow 0} \sup_{h \in (0, \tau]} \frac{\|x(t)\| - \|x(t-h)\|}{h}$$

引理1<sup>[6]</sup> 半内积有下面性质:

$$\text{i) } |[x, y]| \leq \|x\| \|y\|, \text{ii) } [x + ay, y] = [x, y] + a \|y\|^2, \text{iii) } [x_1 + x_2, y] = [x_1, y] + [x_2, y]$$

$$\text{引理2}^{[6]} \quad \|x\| D^- \|x\| \leq [\dot{x}, x]$$

定理1 i) 滑动模态存在的充分必要条件为

$$\lim_{\|s\| \rightarrow 0} [s, s] \leq 0$$

ii) 等价控制可由  $s(x) = 0$  确定.

证明 由滑动模态定义和引理2, i) 显然, 只需证明

$$\begin{aligned} D^- \|s\| &= \limsup_{\tau \rightarrow 0} \sup_{h \in (0, \tau]} \frac{\|s(x(t))\| - \|s(x(t-h))\|}{h} \\ &= \limsup_{\tau \rightarrow 0} \sup_{h \in (0, \tau]} \frac{\|s(x(t))\| - \|s(x(t)) - hs(x(t))\| + o(h)}{h} \end{aligned}$$

因为在  $S_0 = \{x \in X \mid s(x) = 0\}$  上,  $s(x) \equiv 0$ , 于是得

$$D^- \|s(x)\| = 0 \iff s = 0 \quad (x \in S_0)$$

这就是说不确定维数系统和有限维系统一样, 等价控制都可由  $s = 0$  来确定.

令  $s(x) = 0$ , 由(1.1)得

$$CAx + CBu(x, t) + Cf(x, t) = 0 \quad (2.2)$$

如果  $(CB)^{-1}$  存在, 由定理1的ii), 可从(2.2)解得等价控制  $u_{eq}$

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}C(Ax + f(x, t)) \quad (2.3)$$

将(2.3)代入系统(1.1), 得等价控制方程

$$\dot{x} = (I - B(CB)^{-1}C)(Ax + f(x, t)) \quad (2.4)$$

记  $P = B(CB)^{-1}C$ , 得  $\dot{x} = (I - P)Ax + (I - P)f(x, t)$

如果  $P, A$  可交换, (2.4)可简化为

$$\dot{x} = Ax + (I - P)f(x, t) \quad (2.5)$$

这就是理想的滑动模态运动方程. 本文以下将始终假设  $P, A$  是可交换的.

### 三、滑动流形的到达条件

引理3 若  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + a}$ ,  $\lambda > \max\{0, -a\}$ ,  $a \in R$ , 则有

$$[Ax, x] \leq -a \|x\|^2 \quad (\forall x \in D(A))$$

其逆也成立.

$$\begin{aligned} \text{证明} \quad [Ax, x] \leq -a \|x\|^2, \forall x \in D(A) &\iff \|(\lambda I - A)x\| \|x\| \geq [(\lambda I - A)x, x] \\ &\geq \lambda \|x\|^2 + a \|x\|^2 \iff (\lambda + a) \|x\| \leq \|(\lambda I - A)x\| \end{aligned}$$

特别取  $x = (\lambda I - A)^{-1}y$ , 得  $(\lambda + a) \|(\lambda I - A)^{-1}y\| \leq \|y\|$

因为  $D(A)$  在  $X$  中稠密,  $\bar{D}(A) = X$ , 所以

$$\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + \alpha}$$

将上面证明倒推, 即知其逆也成立.

**引理4** 算子  $P = B(CB)^{-1}C$  有下面性质

i)  $P^2 = P, P(I - P) = 0$ , ii)  $PB = B, CP = C$ , iii) 存在  $\alpha > 0, \beta > 0$ , 使得

$$\alpha \|Cx\| \leq \|Px\| \leq \beta \|Cx\|$$

**证明** i) 和 ii) 可由  $P$  的定义直接推出

iii)  $\|Px\| = \|B(CB)^{-1}Cx\| \leq \|B(CB)^{-1}\| \|Cx\|$

由 ii)  $\|Cx\| = \|CPx\| \leq \|C\| \|Px\|$

取  $\alpha = \frac{1}{\|C\|}, \beta = \|B(CB)^{-1}\|$  即得 iii).

为了导出变结构控制的一般形式, 我们引入两个记号

(i) 如果  $u \in V$  且  $[Bu, Px] < 0$ , 称  $u$  为到达控制, 记  $u \in U$ .

例如, 若  $[Ax, x] \leq -\alpha \|x\|^2, \alpha > 0$ , 则  $(CB)^{-1}CAx \in U_r$ , 因为

$$[B(CB)^{-1}CAx, Px] = [APx, Px] \leq -\alpha \|Px\|^2$$

(ii) 记  $\text{sign}P = \frac{(CB)^{-1}Cx}{\|Px\|}$ , 显然  $-\text{sign}P \in U_r$ , 因为

$$[-B\text{sign}P, Px] = \left[ \frac{-Px}{\|Px\|}, Px \right] = -\|Px\|$$

**定理2** i) 如果取控制  $u = u_{eq} + v, v \in U_r$ , 则系统(1.1)的任一状态都趋向  $S_0$ .

ii) 若取控制  $u = u_{eq} - \varepsilon \text{sign}P, \varepsilon > 0$ , 则系统(1.1)的任一状态  $x(t)$  经有限时间  $T$  都到达  $S_0$ , 且

$$T \leq \frac{\|Px(t)\|}{\varepsilon}.$$

**证明** i) 由方程(1.1)  $P\dot{x} = APx + PBu + Pf(x, t)$   
 $= APx + Bu_{eq} + Bv + Pf(x, t) = Bv$

于是  $\|Px\| D^- \|Px\| \leq [P\dot{x}, Px] = [Bv, Px] < 0$

从而  $\|Px\| \rightarrow 0, \|s(x)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$  时.

ii)  $P\dot{x} = APx + PBu + Pf(x, t)$   
 $= APx + Bu_{eq} - \varepsilon B\text{sign}P + Pf(x, t) = -\varepsilon \text{sign}P$   
 $\|Px\| D^- \|Px\| \leq [P\dot{x}, Px] = -\varepsilon [B\text{sign}P, Px] = -\varepsilon \|Px\|$

由此得  $D^- \|Px\| \leq -\varepsilon, T \leq \frac{\|Px(t)\|}{\varepsilon}$ .

**定理3** 如果系统(1.1)含有时滞, 方程为

$$\dot{x} = Ax + Bu(x, t) + f(x(t-h), t) \tag{3.1}$$

$\|Pf(x, t)\| \leq L \|Px\|$ , 则取控制  $u = -(CB)^{-1}CAx - (L \|Px\| + \varepsilon) \text{sign}P$

可使系统(3.1)的任一状态  $x(t)$  在有限时间内到达滑动流形  $S_0$ .

**证明** 由(3.1)  $P\dot{x} = APx + Bu + Pf(x(t-h), t)$   
 $= APx - B(CB)^{-1}CAx - (L \|Px\| + \varepsilon) B\text{sign}P + Pf(x(t-h), t)$   
 $= -(L \|Px\| + \varepsilon) B\text{sign}P + Pf(x(t-h), t)$

$$\begin{aligned} [P\dot{x}, Px] &\leq -L\|Px\|^2 - \varepsilon\|Px\| + L\|Px(t-h)\|\|Px\| \\ [P\dot{x}, Px] + L(\|Px\|^2 - \|Px\|\|Px(t-h)\|) &\leq -\varepsilon\|Px\| \end{aligned} \quad (3.2)$$

所以  $D^-\|Px\| + L(\|Px\| - \|Px(t-h)\|) \leq \varepsilon$  (3.3)

令  $v = \frac{1}{2} \left( \|Px\|^2 + L \int_{t-h}^t \|Px(\tau)\|^2 d\tau \right)$

$$\begin{aligned} \text{则 } D^-v &= \|Px\|D^-\|Px\| + \frac{L}{2} (\|Px(t)\|^2 - \|Px(t-h)\|^2) \\ &\leq [P\dot{x}, Px] + L \left( \|Px\|^2 - \frac{\|Px\|^2 + \|Px(t-h)\|^2}{2} \right) \\ &\leq [P\dot{x}, Px] + L(\|Px\|^2 - \|Px\|\|Px(t-h)\|) \leq -\varepsilon\|Px\| \quad (\text{由(3.2)}) \end{aligned}$$

因此  $v \rightarrow 0, \|Px(t)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$  时

再由(3.3)得  $D^-\|Px\| \leq -\varepsilon$  (当  $t \rightarrow \infty$  时), 于是结论得证.

如果控制是受限的, 则滑动流形吸引区一般不是全空间, 而是一个“带形”区域.

**定理4** 设控制是受限的, 控制  $u$  的允许集为

$$U = \{u \in V \mid \|u\| \leq M\}$$

如果  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + a}$  ( $a > 0, \lambda > 0$ ) 且

$$[Pf(x, t), Px] \leq \beta\|Px\|^2$$

则当  $\beta \leq a$  时, 滑动流形吸引区为全空间,  $\beta > a$  时, 滑动流形吸引区为一“带形”区域,

$$\left\{ x \in X \mid \|Px\| \leq \frac{M}{(\beta - a)\|(CB)^{-1}C\|} \right\}$$

**证明** 取  $u = \frac{-M \text{sign} P}{\|(CB)^{-1}C\|}$ , 则

$$\|u\| = \frac{M\|(CB)^{-1}Cx\|}{\|Px\|\|(CB)^{-1}C\|} = \frac{M\|(CB)^{-1}CPx\|}{\|Px\|\|(CB)^{-1}C\|} \leq M$$

所以  $u \in U$ ,

将  $u$  代入系统(1.1), 得

$$\begin{aligned} P\dot{x} &= APx + Bu + Pf(x, t) \\ &= APx - \frac{MB \text{sign} P}{\|(CB)^{-1}C\|} + Pf(x, t) \\ [P\dot{x}, Px] &\leq [APx, Px] - \frac{M\|Px\|}{\|(CB)^{-1}C\|} + \beta\|Px\|^2 \end{aligned}$$

于是  $D^-\|Px\| \leq (\beta - a)\|Px\| - \frac{M}{\|(CB)^{-1}C\|}$

显然  $\beta \leq a$  时滑动模态吸引区为全空间, 当  $\beta > a$  时, 令上式右端为零得, 滑动模态吸引区为一“带形”区域

$$\left\{ x \in X \mid \|Px\| \leq \frac{M}{(\beta - a)\|(CB)^{-1}C\|} \right\}$$

### 四、滑动模态的稳定性

**引理5<sup>[4]</sup>** 若  $\|(\lambda I - A)^{-n}\| \leq \frac{M}{(\lambda + a)^n}$ ,  $n \geq 1$ ,  $\lambda > \max\{0, -a\}$ , 则以  $A$  为无穷小生成元可产生一个强连续半群  $T(t)$ ,  $\|T(t)\| \leq M \exp[-at]$

**定义3** 满足下面条件的函数  $w$ , 称为  $W$ -类函数, 并记为  $w \in W$

i)  $w(\cdot, \cdot): R^+ \times R^+ \rightarrow R$

ii) 存在非负连续函数  $\rho(t): \rho(0) > 1$ , 使得

$$w(t, k\rho(t)) \leq kD^- \rho(t) \quad (k > 0)$$

**定义4** 如果  $w_1$  是  $W$ -函数, 且其中的  $\rho(t)$  满足  $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = 0$ , 则称  $w_1$  是  $W_1$ -函数, 记为  $w_1 \in W_1$ .

**例1**  $w(t, \rho) = L(t)\rho(t)$  和  $w(t, r) = \sin r(t)$

都是  $W$ -函数, 因为我们可取

$$\rho(t) = 2 \exp\left[\int_0^t L(s) ds\right], \quad r(t) = \exp[t+2]$$

$$\rho(0) > 1, \quad kD^- \rho = kL(t)2 \exp\left[\int_0^t L(s) ds\right] = w(t, k\rho)$$

$$r(0) > 1, \quad kD^- r(t) = k \exp[t+2] > \sin(k \exp[t+2]) = w(t, kr)$$

**例2** 如果  $w_1(t, \rho) = -L(t)\rho(t)$ , 且  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t L(s) ds = \infty$

则  $w_1(t, \rho)$  是  $W_1$ -函数, 因为我们可取  $\rho(t) = 2 \exp\left[\int_0^t -L(s) ds\right]$

显然  $\rho(0) > 1$ ,  $\rho(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$

$$kD^- \rho(t) = -k2L(t) \exp\left[\int_0^t -L(s) ds\right] = w_1(t, k\rho)$$

可以看出  $W$ -函数是比 Lipschitz 条件更广的一类函数.

**定理5** 若存在线性算子  $A_1: \bar{A} = A + A_1$  使得

i)  $\|(\lambda I - \bar{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + a} \quad (a \geq 0, \lambda > 0)$

ii)  $[(I - P)f(x, t) - A_1 x, x] \leq w_1(t, \|x\|) \|x\|$ ,  $w_1 \in W_1$  则滑动模是渐近稳定的

**证明** 由滑动方程(2.5)和引理3

$$\dot{x} = Ax + (I - P)f(x, t)$$

$$[\dot{x}, x] = [\bar{A}x, x] + [(I - P)f(x, t) - A_1 x, x]$$

$$\leq -a\|x\|^2 + w_1(t, \|x\|) \|x\| \leq w_1(t, \|x\|) \|x\| \tag{4.1}$$

所以  $D^- \|x\| \leq w_1(t, \|x\|)$ .

因为  $w_1 \in W_1$ ,  $\|x(0)\| < \rho(0) \|x(0)\|$ , 由此推知  $\|x(t)\| < \rho(t) \|x(0)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$

否则, 存在  $t_1 > 0$ , 使得  $\|x(t_1)\| = \rho(t_1) \|x(0)\|$

从而有  $D^- \|x(t_1)\| \leq w_1(t_1, \|x(t_1)\|) = w_1(t_1, \rho(t_1) \|x(0)\|)$

$$\leq \|x(0)\| D^- \rho(t_1) = D^- (\rho(t_1) \|x(0)\|)$$

这显然与  $\|x(0)\| < \rho(0) \|x(0)\|$  且  $\|x(t_1)\| = \rho(t_1) \|x(0)\|$  矛盾, 因此

$$\|x(t)\| \leq \rho(t) \|x(0)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty.$$

**定理6** 若存在线性算子  $A_1$ , 使得

$$i) \quad \|(\lambda I - \bar{A})^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + a}, \quad \lambda > 0, a > 0, \bar{A} = A + A_1$$

$$ii) \quad \|(I - P)f(x, t) - A_1 x\| \leq |g(t)| \|x\|$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t |g(\tau)| d\tau \leq \delta < a$$

则滑动模态是渐近稳定的.

**证明** 由引理5,  $\bar{A}$  可产生一个强连续半群  $T(t)$ ,  $\|T(t)\| \leq \exp[-at]$ , 利用  $T(t)$  解滑动方程得

$$x(t) = T(t)x(0) + \int_0^t T(t-\tau)(I-P)f(x(\tau), \tau) d\tau, \quad \bar{f}(x, t) = f(x, t) - A_1 x$$

$$\|x(t)\| \leq \|T(t)\| \left( \|x(0)\| + \int_0^t \|T(-\tau)\| |g(\tau)| \|x(\tau)\| d\tau \right)$$

$$\leq \exp(-at) \left( \|x(0)\| + \int_0^t \exp(a\tau) |g(\tau)| \|x(\tau)\| d\tau \right)$$

$$\exp(at) \|x(t)\| \leq \|x(0)\| + \int_0^t \exp(a\tau) |g(\tau)| \|x(\tau)\| d\tau$$

由 Gronwall 引理, 得

$$\exp(at) \|x(t)\| \leq \|x(0)\| \exp\left(\int_0^t |g(\tau)| d\tau\right) \leq \|x(0)\| \exp(\delta t)$$

所以  $\|x(t)\| \leq \|x(0)\| \exp[-(a-\delta)t] \rightarrow 0, t \rightarrow \infty.$

**推论** i) 若  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + a}, a > 0, \lambda > 0$ , 且  $\|f(x, t)\| \leq \beta \|x\|, \beta(I-P) < a$

则滑动模态是渐近稳定的.

ii) 在 i) 的条件下, 时滞系统 (3.1) 的滑动模态也是渐近稳定的.

**证明** 由引理3

$$[\dot{x}, x] = [Ax, x] + [(I-P)f(x(t-h), t), x]$$

$$\leq -a\|x\|^2 + \beta\|(I-P)\| \|x(t-h)\| \|x\|$$

$$[\dot{x}, x] + \beta\|I-P\| (\|x\|^2 - \|x(t-h)\| \|x\|) \leq -(a - \beta\|I-P\|) \|x\|^2$$

利用定理3的证明方法, 令

$$v = \frac{1}{2} \left( \|x\|^2 + \beta\|I-P\| \int_{t-h}^t \|x(\tau)\|^2 d\tau \right)$$

可得  $D^-v \leq -(a - \beta\|I-P\|) \|x\|^2 < 0$

因此  $v \rightarrow 0, \|x(t)\| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty.$

在上述证明中取  $h=0$  可得 i) 的证明.

## 五、滑动模态的逼近性条件

由于执行机构的延时, 间隙和建模误差, 理想的滑动运动是难以实现的, 因此要使滑动模态有其实际意义, 必须满足下面的逼近性条件

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} x_\delta(t) = x^*(t) \quad (5.1)$$

这里  $x_\delta(t)$  表示系统 (1.1) 限制在  $S_\delta = \{x \in X \mid \|s(x)\| \leq \delta\}$  内的解,  $x^*(t)$  表示理想的滑动模态.

**定理7** 若  $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda + a}$ ,  $\lambda > \max\{0, -a\}$

$$\|f(x_1, t) - f(x_2, t)\| \leq |g(t)| \|x_1 - x_2\|, \text{ 任意 } x_1, x_2 \in X$$

这里  $|g(t)|$  可积, 则滑动模态逼近性条件(5.1)在任意有限区间  $[0, T]$  上一致成立.

**证明** 由系统(1.1), 得

$$P\dot{x}_\delta = APx_\delta + Bu(x_\delta, t) + Pf(x_\delta, t) \tag{5.2}$$

将(1.1)与(5.2)两式相减, 得

$$(I - P)\dot{x}_\delta = (I - P)Ax_\delta + (I - P)f(x_\delta, t) \tag{5.3}$$

因为  $P\dot{x}^* = Px^* = 0$ , 滑动方程可写为

$$(I - P)\dot{x}^* = A(I - P)x^* + (I - P)f(x^*, t) \tag{5.4}$$

将(5.3), (5.4)两式相减, 并记  $\tilde{x} = x_\delta - x^*$ , 得

$$(I - P)\dot{\tilde{x}} = A(I - P)\tilde{x} + (I - P)(f(x_\delta, t) - f(x^*, t)) \tag{5.5}$$

解(5.5)可得

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) - P\tilde{x}(t) &= T(t)(I - P)\tilde{x}(0) \\ &\quad + \int_0^t T(t - \tau)(I - P)(f(x_\delta(\tau), \tau) \\ &\quad - f(x^*(\tau), \tau))d\tau \\ \|\tilde{x}(t)\| &\leq \|P\tilde{x}(t)\| + \|T(t)\| \left( \|(I - P)\tilde{x}(0)\| \right. \\ &\quad \left. + \int_0^t \|T(-\tau)\| \|(I - P)\| \cdot |g(\tau)| \|x_\delta(\tau) - x^*(\tau)\| d\tau \right) \\ &\leq \exp(-at) (\exp(at) \|P\tilde{x}(t)\| + \|(I - P)\tilde{x}(0)\| \\ &\quad + \int_0^t \exp(a\tau) \|I - P\| |g(\tau)| \|\tilde{x}(\tau)\| d\tau \\ &\leq \exp(-at) \left( \delta M + \int_0^t \exp(a\tau) \|I - P\| |g(\tau)| \|\tilde{x}(\tau)\| d\tau \right) \end{aligned}$$

其中  $M = \max_{[0, \tau_1]} \exp[a\tau] + \|I - P\|$

由Gronwall 引理

$$\|\tilde{x}(t)\| \leq \delta M \exp \int_0^t \|I - P\| |g(\tau)| d\tau$$

因此逼近性条件(5.1)在任意有限区间  $[0, T]$  上一致成立.

如果我们把定理7中的第二个条件换成

$$\|(I - P)(f(x_1, t) - f(x_2, t))\| \leq |g(t)| \|(I - P)(x_1 - x_2)\| \tag{5.6}$$

则证明可以大为简化.

事实上, 由(5.5), (5.6), 有

$$\begin{aligned} [(I - P)\dot{\tilde{x}}, (I - P)\tilde{x}] &= [A(I - P)\tilde{x}, (I - P)\tilde{x}] \\ &\quad + [(I - P)(f(x_\delta, t) - f(x^*, t)), (I - P)\tilde{x}] \\ &\leq -a\|(I - P)\tilde{x}\|^2 + |g(t)| \|(I - P)\tilde{x}\|^2 \\ D^-\|(I - P)\tilde{x}\| &\leq (|g(t)| - a)\|(I - P)\tilde{x}\| \end{aligned}$$

如果取  $w(t, \rho) = (|g(t)| - a)\rho$ , 由例1,  $w \in W$ , 利用定理5 ii) 中的方法, 存在连续函数  $\rho(t)$ , 使得

$$\|(I-P)\bar{x}(t)\| \leq \rho(t) \|(I-P)\bar{x}(0)\| \leq 2\delta\rho(t)$$

因为  $\rho(t)$  在任意有限区间  $[0, T]$  上有界, 所以

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \|\bar{x}(t)\| \leq \lim_{\delta \rightarrow 0} (\|P\bar{x}(t)\| + \|(I-P)\bar{x}(t)\|) = 0$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} x_\delta(t) = x^*(t)$$

在任意有限区间  $[0, T]$  上一致成立.

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Breger, A. M, et al, Sliding mode in control of distributed plant subject to a mobile multicycle signal (in Russian), *Autom and Remote Control*, 1980(3), 72—73.
- [ 2 ] Orlov Yu. V. and V. I. Utkin, Sliding mode control in indefinite—dimensional systems, *Automatica*, 23(6)(1987), 753—757.
- [ 3 ] 胡跃明、周其节, 抛物型分布参数系统的变结构控制, *控制理论与应用*, 8(1)(1991), 38—42.
- [ 4 ] 李文林, 无穷维时滞系统的变结构控制问题, *信息与控制*, 22(3)(1993), 157—164.
- [ 5 ] Klaus Deimling, *Ordinary Differential Equation in Banach Space*, Springer-Verlag, Berlin Herdelberg, New York(1977).
- [ 6 ] 李文林, 非线性系统变结构控制理论研究, 博士论文, 北京航空航天大学(1993).

## Variable Structure Control of Indefinite-Dimensional Systems

Li Wen-lin    Bian Wen-ming

(*Mathematics Department of Henan Normal University, Xinxiang 453002*)

### Abstract

In this paper, we study the variable structure control of indefinite-dimensional control systems with the functional analysis method, the reaching conditions, stability conditions and the approximating conditions of sliding mode, as well as the general form of the variable structure control law are given, the elementary frame of the variable structure control of indefinite-dimensional systems is built.

**Key words** variable structure control, sliding mode, indefinite—dimensional control systems, semi-inner product