

# 相邻多个浅圆弧凹陷地形对平面 SH波散射的级数解\*

房 营 光

(广东工学院, 广州 510075)

(何福保推荐, 1994年10月21日收到)

## 摘 要

本文采用解析法研究相邻多个浅圆弧凹陷地形对平面SH波散射问题。文中由分离变量法把相邻多个圆弧凹陷对平面SH波的多重散射表示为各局部坐标中的级数之和, 再利用 Graf 加法公式的内域和外域表达式进一步表示某个局部坐标中的双重无穷级数形式。问题最后可归结为求解一组无穷型的线性代数方程。文末给出了相邻两个等直径浅圆弧凹陷地形的多种深宽比对地面运动的影响的计算结果, 并讨论了浅圆弧凹陷地形对波的屏蔽及它们之间的相互作用。

**关键词** 相邻多个浅圆弧凹陷地形 散射 级数解

## 一、引 言

地表局部不规则地形对地震产生的地面运动及震害有很大的影响, 对这类问题的研究在地震学、地震工程和工程隔振等学科和工程领域有着重大的实际意义。局部地形对波的散射影响的研究则是这类问题中的重要课题之一。由于局部地形情况的边界复杂性, 对这类问题的求解多采用直接数值方法, 主要方法包括有限元法<sup>[1]</sup>、有限差分法<sup>[2]</sup>、积分方程法<sup>[3]</sup>和转换矩阵法<sup>[4]</sup>等。直接数值方法对复杂的边界有较好的适应性, 但计算量大, 对于狭长局部地形的宽频带情况的计算误差较大, 且其中的有限元法, 在计算分析中用离散模型代替连续介质模型, 并对无穷区域采用人工边界处理, 这可能引起较大的计算误差, 甚至导致数值模拟的完全失真<sup>[5]</sup>。

解析法研究局部地形对波的散射问题适用性较为有限, 目前仅限于圆弧形和椭圆形凹陷或隆起地形对SH波的散射情况<sup>[6~9]</sup>。对地表有相邻多个任意凹陷地形情况的精确求解在数学处理上有一定的困难。本文则对地表相邻多个浅圆弧凹陷地形对平面SH波的散射问题给出了精确的级数解答。文中首先把浅圆弧边界对波的多重散射表达为各个局部坐标中的 Fourier-Bessel 级数之和, 再由 Graf 加法公式的内域和外域表达式进一步表示为某一局部坐标中的双重级数形式, 最后把问题归结为对一组无穷型线性代数方程的求解。文末还给出了相邻两等直径浅圆弧凹陷地形情况的数值结果, 并讨论了浅圆弧凹陷地形对波的屏蔽效应及它们之间的相互作用。计算表明, 浅圆弧凹陷数目的增加而增大的计算量较小, 且可计算的频率范围较宽。

## 二、相邻多个浅圆弧凹陷地形对平面SH波的多重散射

我们研究图1所示的弹性半空间地表上相邻多个浅圆弧凹陷地形对平面SH波的散射问题。当浅圆弧凹陷的纵向尺寸较大时,问题可简化为二维情况处理。图中由圆弧隔断的各段水平地表边界记为 $\Gamma$ ,半径为 $R_j$ 的浅圆弧边界记为 $S_j(j=1,2,\dots,N)$ 。为讨论方便,对于每段圆弧 $S_j$ 取局部坐标 $(r_j, \theta_j, z)$ 和 $(r_j^i, \theta_j^i, z)$ ,其原点分别在圆弧中心 $O_j$ 和弦中心 $O_j^i$ ,而整体坐标 $(r, \theta, z)$ 与局部坐标 $(r_j^i, \theta_j^i, z)$ 重合, $z$ 轴与纸面垂直。

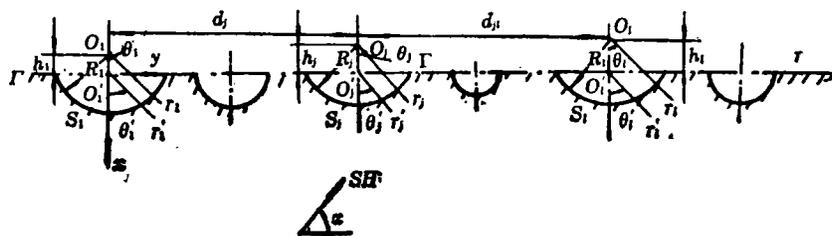


图1 相邻多个地表浅圆弧凹陷对平面SH波散射的模型

对于稳态的平面入射SH波,略去时间因子 $\exp[-i\omega t]$ (以下相同)后,其在整体坐标 $(r, \theta, z)$ 中的位移可表示为:

$$u^{(i)} = u_0 \exp[ikr \cos(\theta - \beta_1)] \quad (2.1)$$

其中 $u_0$ 是入射波的位移幅值, $k = \omega/C_s$ , $\omega$ 为圆频率, $C_s$ 为剪切波波速, $\beta_1 = \alpha + \frac{\pi}{2}$ , $\alpha$ 为入射角。

设 $u$ 表示入射波 $u^{(i)}$ 由地表边界散射后的半空间中出平面的总位移场,则 $u$ 应满足如下的Helmholtz方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + k^2 u = 0 \quad (2.2)$$

及边界条件:

$$\sigma_{\theta z} = \sigma_{rz} = 0 \quad (r, \theta) \in \Gamma \quad (2.3)$$

$$\sigma_{r_j z} = 0 \quad (r, \theta) \in S_j \quad (2.4)$$

式中出平面的径向和切向总剪应力表示为:

$$\sigma_{r_j z} = \mu \frac{\partial u}{\partial r_j} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{\theta z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (2.6)$$

其中 $\mu$ 是介质的剪切模量。半空间内的总位移场可表示为无凹陷地形时由入射波激起的自由位移 $u^{(f)}$ 场和由局部凹陷地形而产生的散射位移场 $u^{(d)}$ 之和,即

$$u = u^{(f)} + u^{(d)} \quad (2.7)$$

其中散射位移场 $u^{(d)}$ 应满足辐射条件。自由场位移在整体坐标 $(r, \theta, z)$ 中可表示为

$$u^{(f)}(r, \theta) = u_0 \exp[ikr \cos(\theta - \beta_1)] + u_0 \exp[ikr \cos(\theta - \beta_2)] \quad (2.8)$$

式中  $\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha$ , 按分离变量法求解式(2.2), 可把散射位移  $u^{(d)}$  表示为在各局部坐标  $(r_j^i, \theta_j^i)$ ,

$z)$  中的解的和, 即

$$u^{(d)} = \sum_{j=1}^N u_j^{(d)}(r_j^i, \theta_j^i) = \sum_{j=1}^N \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^j H_{2m}^{(1)}(kr_j^i) \cos 2m\theta_j^i + B_m^j H_{2m+1}^{(1)}(kr_j^i) \sin(2m+1)\theta_j^i] \quad (2.9)$$

式中  $A_m^j, B_m^j$  是待定常数,  $H_m^{(1)}(\cdot)$  是第一类Hankel函数. 由上式表示的散射位移  $u^{(d)}$  满足辐射条件. 注意到在边界  $\Gamma$  上  $\theta_j^i = \pm \frac{\pi}{2}$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ), 由式(2.6)可得边界  $\Gamma$  上的出平面总应力为:

$$\sigma_{\theta z}(r, \pm \frac{\pi}{2}) = \sigma_{\theta z}(0, y) = \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial u^{(f)}(r, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{(r, \theta) \in \Gamma} - \sum_{j=1}^N \frac{\sin \theta_j^i}{r_j^i} \frac{\partial u_j^{(d)}(r_j^i, \theta_j^i)}{\partial \theta_j^i} \Big|_{(r_j^i, \theta_j^i) \in \Gamma} \right] \quad (2.10)$$

把式(2.8)、(2.9)代入上式可得:

$$\sigma_{\theta z}(r, \pm \frac{\pi}{2}) = \sigma_{\theta z}(0, y) = \mu \sum_{j=1}^N \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \left[ 2mA_m^j H_{2m}^{(1)}(kr_j^i) \sin 2m\theta_j^i - (2m+1)B_m^j \cdot H_{2m+1}^{(1)}(kr_j^i) \cos(2m+1)\theta_j^i \right] \frac{\sin \theta_j^i}{r_j^i} \right\}_{(r_j^i, \theta_j^i) \in \Gamma} \quad (2.11)$$

在边界  $\Gamma$  上,  $\theta_j^i = \pm \frac{\pi}{2}$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ), 由式(2.11)可知边界条件(2.3)恒能满足. 为使边界条件(2.4)得到满足, 把自由场位移(2.8)和散射场位移(2.9)变换为第  $l$  个局部坐标  $(r_l, \theta_l)$  ( $l$ 取  $1, 2, \dots, N$ ) 中的函数.

从图1可知, 坐标  $(r, \theta)$  和局部坐标  $(r_l, \theta_l)$  之间的转换公式为:

$$\left. \begin{aligned} r \cos \theta &= r_l \cos \theta_l - h_l \\ r \sin \theta &= r_l \sin \theta_l + d_l \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

注意到如下的恒等式:

$$\exp(ikr \cos \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m i^m J_m(kr) \cos m\theta \quad (2.13)$$

式中  $\epsilon_n = \begin{cases} 1 (n=0) \\ 2 (n \geq 1) \end{cases}$ ,  $J_m(\cdot)$  为  $m$  阶Bessel函数. 将式(2.12)、(2.13)代入式(2.8)可得:

$$\begin{aligned} u^{(f)}(r_l, \theta_l) &= 2u_0 \exp[ikL_l \cos \alpha \cos \gamma_l] \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_{2m} J_{2m}(kr_l) [\cos 2m\alpha \cos(kL_l \sin \alpha \right. \\ &\quad \cdot \sin \gamma_l) \cos 2m\theta_l + i \sin 2m\alpha \sin(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) \sin 2m\theta_l \\ &\quad + 2 \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(kr_l) [\sin(2m+1)\alpha \sin(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) \cos(2m+1)\theta_l \\ &\quad \left. + i \cos(2m+1)\alpha \cos(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) \sin(2m+1)\theta_l] \right\} \quad (2.14) \end{aligned}$$

其中  $L_0 = \sqrt{h^2 + d^2}$ ,  $\text{tg} \gamma_l = h_l/d_l$ .

为把散射位移(2.9)变换成局部坐标  $(r_l, \theta_l)$  中的表达式, 需利用 Graf 加法公式的内域和外域表达式. 当  $L_{jl} > r_l$  时, Graf 公式的内域表达式为<sup>[8]</sup>:

$$H_m^{(1)}(kr_j) \begin{cases} \cos m\psi_l \\ \sin m\psi_l \end{cases} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{m+n}^{(1)}(kL_{jl}) J_n(kr_l) \begin{cases} \cos n\varphi_l \\ \sin n\varphi_l \end{cases} \quad (2.15)$$

当  $l > j$  时, 参考图2, 从图2可知:

$$\theta_j^i = \frac{\pi}{2} + \gamma_{jl} - \psi_j, \quad \theta_l = \varphi_l - \frac{\pi}{2} + \gamma_{jl} \quad (2.16)$$

式(2.16)代入式(2.15)可得:

$$H_m^{(1)}(kr_j) \begin{cases} \cos m\theta_j^i \\ \sin m\theta_j^i \end{cases} = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(kr_l) \begin{cases} P_{m,n}^{jl} \cos n\theta_l + Q_{m,n}^{jl} \sin n\theta_l \\ R_{m,n}^{jl} \cos n\theta_l + S_{m,n}^{jl} \sin n\theta_l \end{cases} \quad (2.17)$$

$$P_{m,n}^{jl} = \frac{\varepsilon_n}{2} \left\{ H_{m+n}^{(1)}(kL_{jl}) \cos \left[ (m+n)\gamma_{jl} + \frac{m-n}{2}\pi \right] + (-1)^m H_{n-m}^{(1)}(kL_{jl}) \cos \left[ (m-n)\gamma_{jl} + \frac{m+n}{2}\pi \right] \right\} \quad (2.18a)$$

$$Q_{m,n}^{jl} = \frac{\varepsilon_n}{2} \left\{ H_{m+n}^{(1)}(kL_{jl}) \sin \left[ (m+n)\gamma_{jl} + \frac{m-n}{2}\pi \right] - (-1)^m H_{n-m}^{(1)}(kL_{jl}) \sin \left[ (m-n)\gamma_{jl} + \frac{m+n}{2}\pi \right] \right\} \quad (2.18b)$$

$$R_{m,n}^{jl} = \frac{\varepsilon_n}{2} \left\{ H_{m+n}^{(1)}(kL_{jl}) \sin \left[ (m+n)\gamma_{jl} + \frac{m-n}{2}\pi \right] + (-1)^m H_{n-m}^{(1)}(kL_{jl}) \sin \left[ (m-n)\gamma_{jl} + \frac{m+n}{2}\pi \right] \right\} \quad (2.18c)$$

$$S_{m,n}^{jl} = -\frac{\varepsilon_n}{2} \left\{ H_{m+n}^{(1)}(kL_{jl}) \cos \left[ (m+n)\gamma_{jl} + \frac{m-n}{2}\pi \right] - (-1)^m H_{n-m}^{(1)}(kL_{jl}) \cos \left[ (m-n)\gamma_{jl} + \frac{m+n}{2}\pi \right] \right\} \quad (2.18d)$$

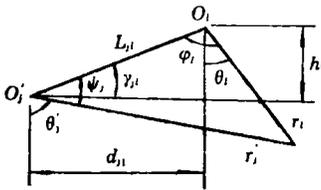


图2 坐标转换参考图( $l > j$ )

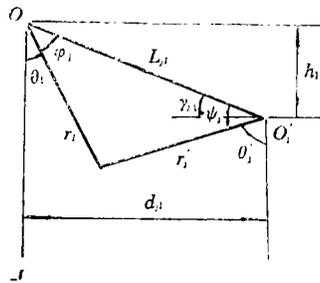


图3 坐标转换参考图( $l < j$ )

当  $l < j$  时, 参考图3, 由图3可知:

$$\theta_j^i = \psi_j - \frac{\pi}{2} - \gamma_{jl}, \quad \theta_l = \frac{\pi}{2} - \gamma_{jl} - \varphi_l \quad (2.19)$$

把式(2.19)代入式(2.15)可得:

$$H_n^{(1)}(kr_i) \begin{cases} \cos m\theta_i \\ \sin m\theta_i \end{cases} = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(kr_i) \begin{cases} P_{m,n}^{j_l} \cos n\theta_i - Q_{m,n}^{j_l} \sin n\theta_i \\ -R_{m,n}^{j_l} \cos n\theta_i + S_{m,n}^{j_l} \sin n\theta_i \end{cases} \quad (2.20)$$

当  $j=l$  时, 对应有 Graf 公式的外域表达式 (参考图4)<sup>[8]</sup>:

$$H_n^{(1)}(kr_i) \begin{cases} \cos m\theta_i \\ \sin m\theta_i \end{cases} = (-1)^m \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(kr_i) \frac{\varepsilon_n}{2} \begin{cases} [J_{n+m}(kh_i) + (-1)^m J_{n-m}(kh_i)] \cos n\theta_i \\ -[J_{n+m}(kh_i) - (-1)^m J_{n-m}(kh_i)] \sin n\theta_i \end{cases} \quad (2.21)$$

利用式(2.17)、(2.20)、(2.21) 可把散射位移场(2.9)变换成局部坐标  $(r_i, \theta_i)$  中的表达式:

$$\begin{aligned} u^{(d)}(r_i, \theta_i) = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} H_n^{(1)}(kr_i) [A_m^i P_{2m,n} \cos n\theta_i + B_m^i Q_{2m+1,n} \sin n\theta_i] \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1, j \neq l}^N J_n(kr_i) \{ [A_m^i P_{2m,n}^{j_l} + \text{sgn}(l-j) B_m^i R_{2m+1,n}^{j_l}] \cos n\theta_i \\ & + [\text{sgn}(l-j) A_m^i Q_{2m,n}^{j_l} + B_m^i S_{2m+1,n}^{j_l}] \sin n\theta_i \} \end{aligned} \quad (2.22)$$

式中:

$$\text{sgn}(l-j) = \begin{cases} 1 & (l > j) \\ -1 & (l < j) \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{2m,n} &= \frac{\varepsilon_n}{2} [J_{n+2m}(kh_i) + J_{n-2m}(kh_i)] \\ Q_{2m+1,n} &= \frac{\varepsilon_n}{2} [J_{n+2m+1}(kh_i) + J_{n-2m-1}(kh_i)] \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

由式(2.22)可得局部坐标  $(r_i, \theta_i)$  中的径向散射应力场:

$$\begin{aligned} \sigma_{r_i z}^{(d)}(r_i, \theta_i) = & \frac{\mu}{r_i} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_n(kr_i) [A_m^i P_{2m,n} \cos n\theta_i + B_m^i Q_{2m+1,n} \sin n\theta_i] \\ & + \frac{\mu}{r_i} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1, j \neq l}^N R_n(kr_i) \{ [A_m^i P_{2m,n}^{j_l} + \text{sgn}(l-j) B_m^i R_{2m+1,n}^{j_l}] \cos n\theta_i \\ & + [\text{sgn}(l-j) A_m^i Q_{2m,n}^{j_l} + B_m^i S_{2m+1,n}^{j_l}] \cdot \sin n\theta_i \} \end{aligned} \quad (2.25)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} T_n(kr_i) &= nH_n^{(1)}(kr_i) - kr_i H_{n+1}^{(1)}(kr_i) \\ R_n(kr_i) &= nJ_n(kr_i) - kr_i J_{n+1}(kr_i) \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

由式(2.14)可得局部坐标  $(r_i, \theta_i)$  中的径向自由场应力:

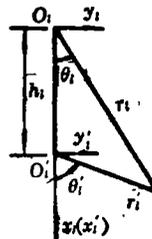


图4 坐标转换参考图( $j=l$ )

$$\begin{aligned} \sigma_{r_i z}^{(f)}(r_i, \theta_i) = & 2u_0 \exp[ikL_i \cos \alpha \cos \gamma_i] \frac{\mu}{r_i} \sum_{m=0}^{\infty} \{ \varepsilon_{2m} R_{2m}(kr_i) [\cos 2m \alpha \cos(kL_i \sin \alpha \\ & \cdot \sin \gamma_i) \cos 2m\theta_i + i \sin 2m \alpha \sin(kL_i \sin \alpha \sin \gamma_i) \sin 2m\theta_i] + 2R_{2m+1}(kr_i) [\sin(2m+1) \alpha \end{aligned}$$

$$\cdot \sin(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) \cos(2m+1)\theta_l + i \cos(2m+1)\alpha \cos(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) \sin(2m+1)\theta_l \} \quad (2.27)$$

当  $L_{j,l} > R_l$  时, 在边界  $S_l$  上恒有  $L_{j,l} > r_l$ ; 将式(2.25)、(2.27)代入边界条件(2.4), 经整理后可得求解常数  $A_m^i, B_m^i$  的代数方程:

$$T_n(kR_l) \sum_{m=0}^{\infty} A_m^i P_{2m,n} + R_n(kR_l) \sum_{j=1, j \neq l}^N \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^i P_{2m,n}^j + B_m^i \operatorname{sgn}(l-j) R_{2m+1,n}^j] + D_n = 0 \quad (2.28)$$

$$T_n(kR_l) \sum_{m=0}^{\infty} B_m^i Q_{2m+1,n} + R_n(kR_l) \sum_{j=1, j \neq l}^N \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^i \operatorname{sgn}(l-j) Q_{2m,n}^j + B_m^i S_{2m+1,n}^j] + E_n = 0 \quad (2.29)$$

式中,  $n=0, 1, 2, 3, \dots, l=1, 2, \dots, N$ , 且

$$D_n = \begin{cases} 2u_0 \exp[ikL_l \cos \alpha \cos \gamma_l] \varepsilon_n R_n(kR_l) \cos n \alpha \cos(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) & (n=0, 2, 4, \dots) \\ 4u_0 \exp[ikL_l \cos \alpha \cos \gamma_l] R_n(kR_l) \sin n \alpha \sin(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) & (n=1, 3, 5, \dots) \end{cases} \quad (2.30)$$

$$E_n = \begin{cases} 2iu_0 \exp[ikL_l \cos \alpha \cos \gamma_l] \varepsilon_n R_n(kR_l) \sin n \alpha \sin(RL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) & (n=0, 2, 4, \dots) \\ 4iu_0 \exp[ikL_l \cos \alpha \cos \gamma_l] R_n(kR_l) \cos n \alpha \cos(kL_l \sin \alpha \sin \gamma_l) & (n=1, 3, 5, \dots) \end{cases} \quad (2.31)$$

式(2.28), (2.29)构成求解待定常数  $A_m^i, B_m^i$  的无穷型线性方程组。求得待定常数  $A_m^i, B_m^i$  后, 代回式(2.9)便可得问题的解答。

### 三、相邻两等直径浅圆弧凹陷地形情况的数值结果

图5所示为相邻两等直径圆弧凹陷地形情况, 圆弧张角为  $\varphi$ , 圆弧中心距离为  $d_{12}$ 。设入射的平面SH波的位移幅值为  $u_0$ ,  $u$  表示有浅圆弧凹陷存在时的地表位移幅值, 地表地震动的位移放大系数  $\lambda_u = u/u_0$ , 无量纲频率  $\eta = 2R/\lambda = kR/\pi$  ( $\lambda$  为入射波波长)。图6~11给出了图5所示的相邻两等直径浅圆弧凹陷的两种圆弧中心距离 ( $d_{12} = 3R, 6R$ ) 的三种深宽比 ( $\varphi = 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ ) 的地形对四种不同入射角  $\alpha$  的SH波 ( $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ) 作用下凹陷地表及附近地面的位移放大效应的计算结果。图中横坐标为凹陷地表及其附近地面在水平  $y$  轴上的投影坐标值与凹陷圆弧半径  $R$  的比值, 坐标原点为圆弧的弦中心  $O_1'$ , 纵坐标为相应的点的位移幅值放大系数  $\lambda_u$ 。当  $\alpha = 90^\circ$  时, 入射波垂直入射,  $\alpha = 0^\circ$  时为掠入射, 其他情况为斜入射。

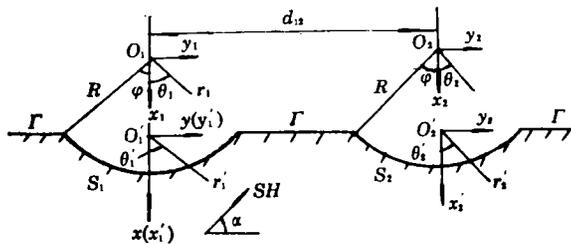


图5 相邻两等直径浅圆弧凹陷地形

从所给出的计算结果可见，当入射波为斜入射和掠入射时，左圆弧凹陷的左角点附近的地面运动产生剧烈的波动，且入射角 $\alpha$ 和凹陷之间的距离 $d_{12}$ 越小，凹陷深宽比越大( $\varphi$ 越大)，地面运动的波动越剧烈，这是由于迎波的左侧凹陷地形与其附近的水平地面之间对入射波的相互反射的结果。在左凹陷谷底的右侧( $y/R > 0$ )，地面运动的波动明显减缓，且运动幅值减小，这是由于左侧迎波凹陷地形对入射波能量的反射而对其后方区域所起的屏蔽和隔振作用的结果。屏蔽区的大小与入射波的入射角和凹陷的深宽比有关，入射角越小，深宽比越大( $\varphi$ 越大)，屏蔽区越大，屏蔽效应越强，垂直入射时屏蔽效应消失。从图中的结果还可以看出，两凹陷之间的水平地表的运动随凹陷中心距离 $d_{12}$ 的减小而增强，这是由于两凹陷地形对波的相互反射产生相互作用而加强地表运动的结果。除了掠入射情况之外，随两凹陷中心距的进一步增大，两凹陷地形附近的地面运动大致相同，这时两凹陷地形之间的相互作用和左凹陷对右凹陷附近的屏蔽作用均已消失。但对掠入射情况，左凹陷对右凹陷附近的屏蔽作用仍然存在，右凹陷附近的地面运动仍被较大幅度的削弱。

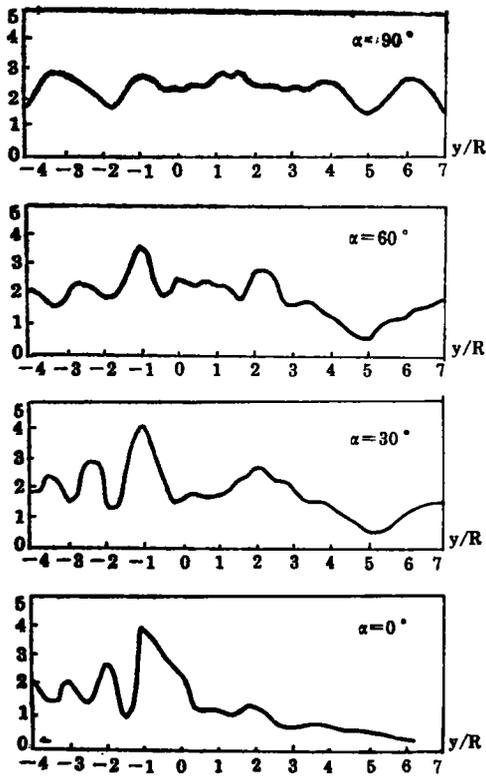


图6 地表位移幅值反应  
( $\eta=1.0, \varphi=60^\circ, d_{12}=3R$ )

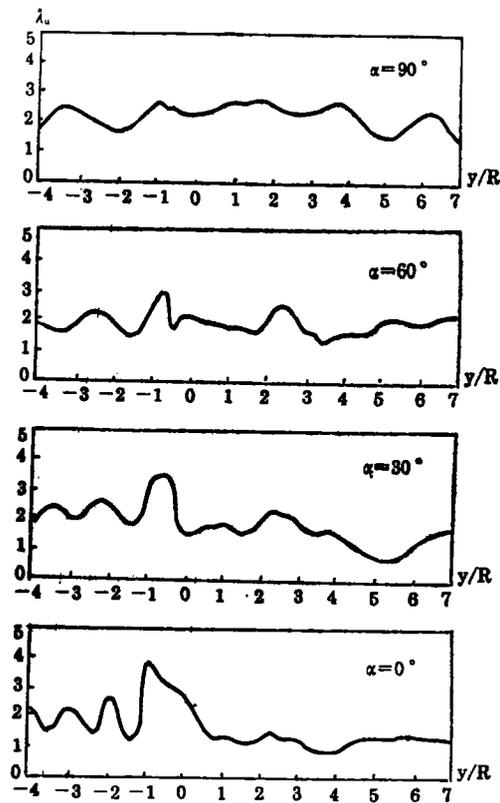
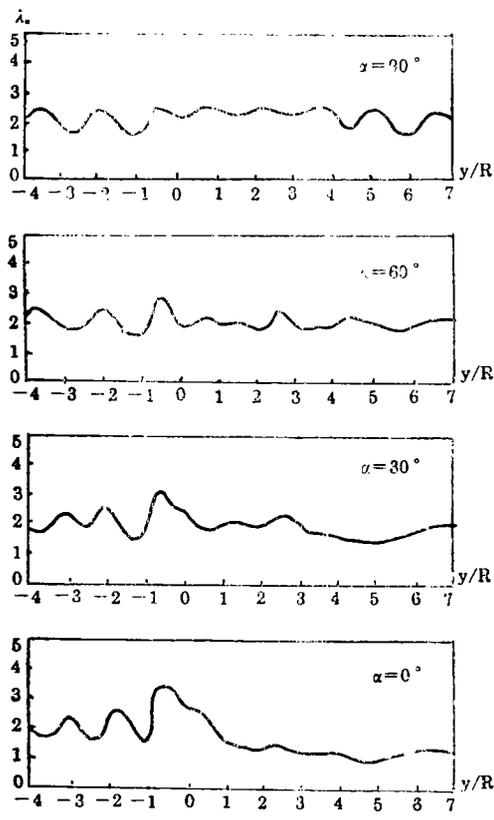
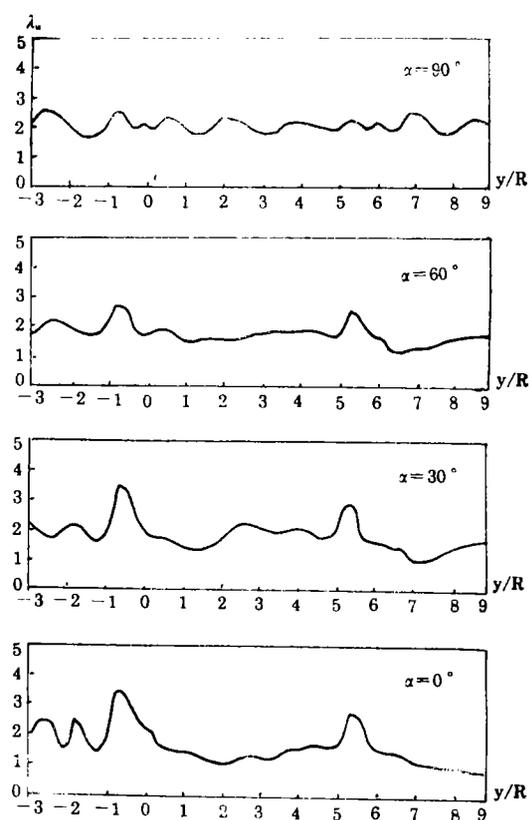
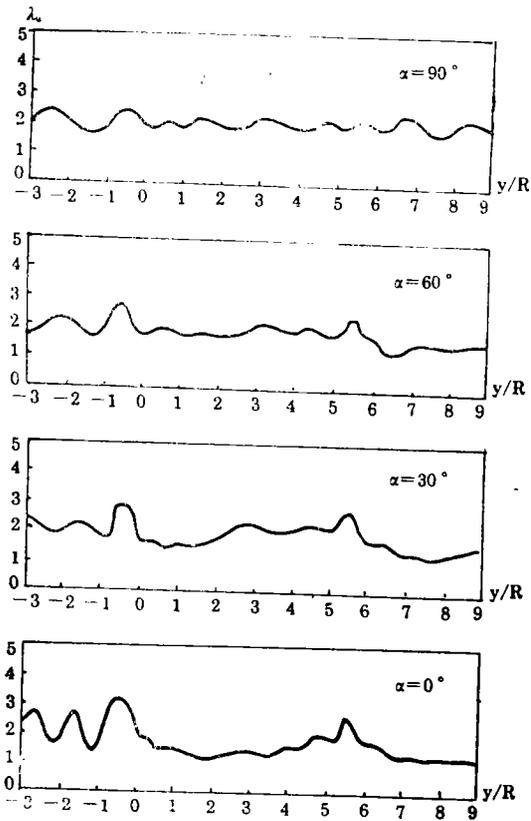
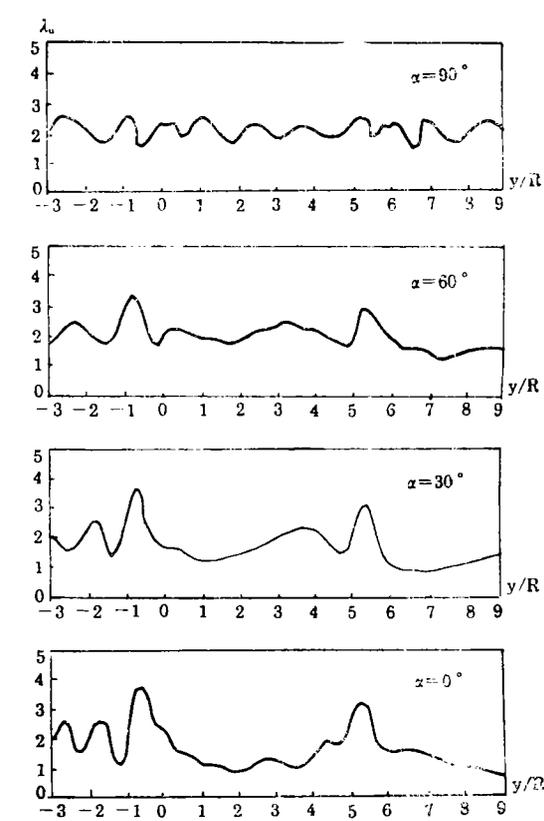


图7 地表位移幅值反应  
( $\eta=1.0, \varphi=45^\circ, d_{12}=3R$ )

图8 地表位移幅值反应 ( $\eta=1.0, \varphi=30^\circ, d_{12}=3R$ )图9 地表位移幅值反应 ( $\eta=1.0, \varphi=60^\circ, d_{12}=6R$ )图10 地表位移幅值反应 ( $\eta=1.0, \varphi=45^\circ, d_{12}=6R$ )图11 地表位移幅值反应 ( $\eta=1.0, \varphi=30^\circ, d_{12}=6R$ )

## 四、结 论

通过本文的分析研究可得如下结论:

1. 凹陷地表及其附近地面各点的地面运动位移的放大系数与波的入射角、凹陷的深宽比及凹陷之间的距离有关,波的入射角和凹陷之间的距离越小,凹陷的深宽比越大,地面运动的位移放大系数则越大。

2. 凹陷地形对入射波的地表屏蔽和隔振效应随波的入射角的减小和凹陷的深宽比的增大而增强。对掠入射波的地表屏蔽和隔振效果最好,而对垂直入射波的地表屏蔽效果消失。因此,地表凹陷可作为地面附近的振源的隔振措施,而不能作为对深层地震波的地面隔振手段。

3. 当凹陷之间的距离较大时,凹陷之间的相互屏蔽和相互作用消失,各凹陷地表及其附近的地面运动大致相同,可按单个凹陷的地形情况来处理。

## 参 考 文 献

- [1] W. D. Smith, The Application of finite element analysis to body wave propagation problem, *Geophys. J. Res. Astr. Soc.*, 42(1975), 747—768.
- [2] D. M. Boore, A note on the effect of simple topography on seismic SH-waves, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 62(1972), 275—284.
- [3] L. L. Sills, Scattering of horizontally-polarized shear waves by surface irregularities, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 54(1978), 319—348.
- [4] 黎晓鹰、徐植信, 二维地表任意形状沟谷对SH波传播的影响, *固体力学学报*, 7(3)(1986), 229—238.
- [5] 廖振鹏、刘晶波, 波动有限元的基本问题, *中国科学(B辑)*, 8(1992), 874—882.
- [6] M. D. Tirfunca, Scattering of plane SH-waves by a semi-cylindrical canyon, *Int. J. Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 1(1973), 267—281.
- [7] H. L. Wang, and M. D. Tirfunca, Scattering of plane SH-waves by a semielliptical canyon, *Int. J. Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 3(1974), 157—169.
- [8] 袁晓铭、廖振鹏, 圆弧形凹陷地形对平面SH波散射问题的级数解答, *地震工程与工程振动*, 13(2)(1993), 1—11.
- [9] Yuan Xiaoming and Men Fulu, Scattering of plane SH-waves by a semicylindrical hill, *Int. J. Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 21(1992), 1091—1098.

## Series Solution for Scattering of Plane SH-Waves by Multiple Shallow Circular-Arc Canyons

Fang Yingguang

(Guangdong Institute of Technology, Guangzhou 510075)

### Abstract

The analytical method is used for the problem of scattering of plane SH-waves by multiple shallow circular-arc canyons. The multiple scattering of plane SH-waves by the canyons is first expressed as the sum of series of solutions in each of local coordinates using separation of variables and is then converted into the form of dual infinite series of a local coordinate system by the Graf's addition formulas suitable for the interior and exterior problems. The solution of the problem is finally reduced to solving a set of infinite algebraic equations. The numerical results of the influence of scattering on the motion on the surface of the earth are presented for the two adjacent shallow circular-arc canyons with the same diameter and variable depth-to-width ratio, and the effect of screening and interaction between canyons are discussed in the paper.

**Key words** topography with multiple shallow circular-arc canyons, scattering, series solution