

微重力环境中摆转运动引起的流体 晃动力及力矩

洪儒珍 龙瀛天

(美国阿拉巴马大学) (北京航空航天大学, 北京 100000)

潘海林

(航空航天部北京控制工程研究所, 北京 100000)

摘 要

本文以部分充液的贮箱系统作为研究对象, 用数值方法计算研究了在扰动力作用下流体系统的晃动力学问题。文中给出了由于系统摆转而在流体中引起的扰动加速度的数学表达式。晃动力的计算是在与贮箱固结在一起的非惯性坐标系中, 对依赖于初始与边界条件的三维非稳态偏微分方程组进行数值求解。计算了在伴随系统的摆转运动而在流体中产生的扰动加速度作用下, 流体施加于贮箱上的力与力矩的波动规律。

关键词 流体力学 晃动力学 气液界面

一、导 言

为了进行科学实验, 一些实验航天器通常采用低温媒质来冷却观测仪、望远镜以及陀螺仪的超导传感器, 使其接近于绝对零度以保持其工作稳定性。超流体液氮Ⅰ即可被用来既作为冷却剂, 又用于卫星姿态控制的推进剂。如: 重力探测卫星-B (简称DP-B) 及X射线天体物理实验光学探测卫星 (简称AXAF-S) 均采用液氮作为低温媒质来保持仪器的低温状态又作为推进剂对卫星进行姿态调控。贮箱中低温流体存在的潜在问题既可能是气液分布的非对称性, 也可能是由于导向控制、机械振动等在流体当中激发起的晃动对气液界面产生扰动。

对于GP-B和AXAF-S的工况来说, 低温液氮Ⅰ作为推进剂来使用时, 其温度处于1.3 K。此时, 由于其超流体性, 在液氮内部没有温度梯度的存在。因此, 如果忽略沿气液界面驱动Marangoni对流的温度梯度, 则自由液面在平衡状态下的形状取决于表面张力、离心力及重力。基于计算实验方法求解气液界面的分布情况, 可以揭示在微重力环境中不易于观测到的流动细节。

* 钱伟长推荐。1994年4月5日收到。

系统中纵向及横向加速度的存在会诱发气液界面的非稳定性, 由此会引起流体的晃动波, 从而在流体系统中产生高、低频的振荡。地球的重力梯度场以及扰动加速度都可构成残余加速度的来源。最近的研究表明, 与低频扰动力相比较, 高频扰动力在流体中所产生的扰动显得并不很重要^[1]。

在部分充液的旋转贮箱中流体系统的动力学行为随时间的变化过程是通过求解依赖于初始与边界条件的Navier-Stokes方程^[2~5]来进行数值模拟的。在气液间的界面处, 应用了运动表面边界条件和表面应力条件, 并表达成相应的切向及法向分量^[9~10], 初始条件采用了由Hung等发展的用于计算稳定状态下界面形状的方法来确定^[11~13]。采用该方法所计算的一些稳定状态下气液界面的形状曾与Leslie在KC-135飞机上所做的自由降落实验^[14]进行过比较。计算结果与实验数据吻合得很好。由Mason等人所做的实验结果表明, 经典流体力学理论可适用于大尺度贮箱中的低温液氮^[15]。

当航天器在轨道中运行时, 任何能够相对于航天器产生运动的流体都会受到由地球的重力梯度所产生的加速度的影响^[16~18]。由于重力梯度加速度的影响, 流体与航器之间的相互作用能够激发流体的晃动波动并使流体的角动量及角动量矩产生波动, 同时大气对航天器的阻尼, 环境引力, 由于机械振动、导向控制、摆转运动、喷射推进、宇航员的活动等所引起的航天器的姿态变化, 所有这些扰动也能够激发起流体系统的晃动^[19~21]。本文同时研究了流体系统在伴随摆转运动而产生的扰动加速度作用下, 由于流体的晃动而施加于贮箱上的力及力矩的变化规律。

二、在卫星摆转过程中流体系统中扰动加速度的基本特征

本文以AXAF-S卫星的流体系统作为计算对象, 计算了在微重力环境中伴随摆转运动而在流体系统中产生的扰动加速度所诱发出来的流体晃动力学问题。AXAF-S卫星是一个极轨道高度为650公里的地球轨道卫星, 其轨道周期 τ_0 可由下式计算:

$$\tau_0 = 2\pi \frac{R_c^{3/2}}{R_E g_0^{1/2}} \quad (2.1)$$

其中 R_E 为地球半径 ($= 6373\text{km}$), R_c 为轨道半径 ($= R_E + h = 7023\text{km}$), h 为轨道高度 ($= 650\text{km}$), g_0 为地面重力加速度 ($= 9.81\text{m/s}^2$)。则AXAF-S卫星的轨道周期为 $\tau_0 = 97.6$ 分,

轨道角速率 $= \frac{2\pi}{\tau_0} = 1.09 \times 10^{-3}\text{rad/s}$ 。当卫星绕地球轨道运行时, 其相对于地球的方位角 ψ_E 是随时间而变化的。假设当卫星在轨道中运行时, 在轨道周期 τ_0 时间内, 其旋转轴延长线与地球中心的连线由 0° 转过了 360° , 如果卫星没有摆转运动, 则其方位角 ψ_{E0} 可表达为:

$$\psi_{E0} = \frac{2\pi}{\tau_0} t \quad (2.2)$$

其中 τ_0 为卫星轨道周期 (由式 (2.1) 来定义), t 为从卫星旋转轴与地心共线时开始的时间。

A. 卫星的摆转运动

为了观测比较大的范围, 一些科学卫星需相对于其质心做摆转运动, AXAF-S卫星即是如此。在此情况下, 由式 (2.2) 所表示的方位角需通过摆转运动的坐标变换来修正。

假设卫星绕其质心开始摆转, 取直角坐标系 (x'' , y'' , z''), z'' 轴与贮箱对称轴共线 (参

见图1)。当 $t=0$ 时,由卫星质心指向地心的径向量 r_c 位于直角坐标系的 $x''-y''$ 平面内(如图1所示)。方位角 ψ_E 被定义为径向量 r_c 与 z'' 轴之间的夹角。则对于绕 x'' , y'' 和 z'' 轴做旋转或摆转运动的系统,旋转矩阵可分别表示为:

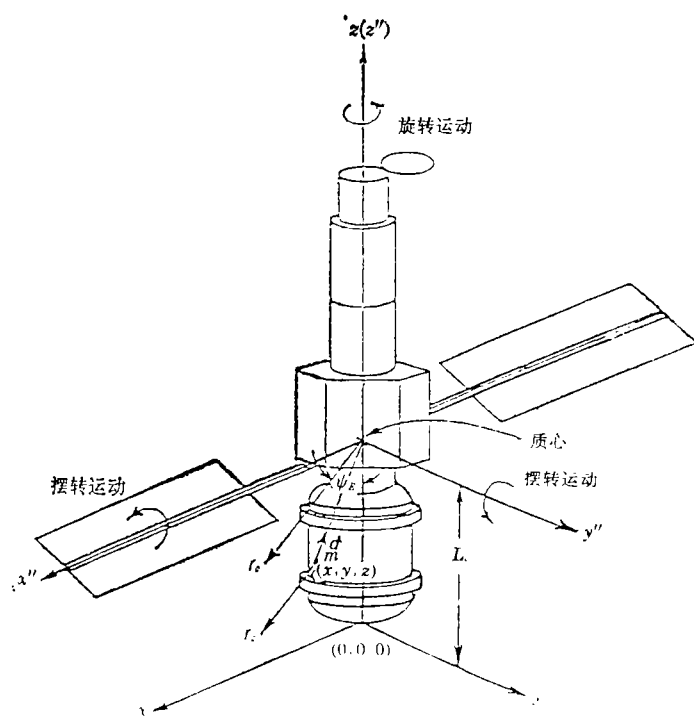


图1. AXAF-S卫星的坐标系统 (ψ_E 为从卫星质心到地心的连线与卫星旋转轴之间的夹角。坐标系 (x'', y'', z'') 用于描述卫星的摆转运动,坐标系 (x, y, z) 用于描述流体力学方程)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_x t & \sin\omega_x t \\ 0 & -\sin\omega_x t & \cos\omega_x t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos\omega_y t & 0 & -\sin\omega_y t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega_y t & 0 & \cos\omega_y t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos\omega_z t & \sin\omega_z t & 0 \\ -\sin\omega_z t & \cos\omega_z t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 分别表示绕 x'', y'' 和 z'' 轴旋转或摆转的角速度。当系统没有旋转及摆转运动时,在直角坐标中径向量 r_c 可表示为:

$$r_{c0} = [\sin\psi_{E0}, 0, -\cos\psi_{E0}] \tag{2.3}$$

当系统只绕 z'' 轴旋转时,径向量 r_c 便成为(参见图1):

$$r_{c-z} = \begin{bmatrix} \cos\omega_z t & \sin\omega_z t & 0 \\ -\sin\omega_z t & \cos\omega_z t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\psi_{E0} \\ 0 \\ -\cos\psi_{E0} \end{bmatrix} = [\sin\psi_{E0} \cos\omega_z t, -\sin\psi_{E0} \sin\omega_z t, -\cos\psi_{E0}] \tag{2.4}$$

当系统只绕 y'' 做摆转运动时,径向量 r_c 为(参见图1):

$$r_{c-y} = \begin{bmatrix} \cos\omega_y t & 0 & -\sin\omega_y t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega_y t & 0 & \cos\omega_y t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\psi_{E0} \\ 0 \\ -\cos\psi_{E0} \end{bmatrix} = [\sin(\psi_{E0} + \omega_y t), 0, -\cos(\psi_{E0} + \omega_y t)] \tag{2.5}$$

当系统只绕 x'' 轴做摆转运动时, 径向量 r_o 为(参见图1):

$$\begin{aligned} r_{c-z} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_x t & \sin\omega_x t \\ 0 & -\sin\omega_x t & \cos\omega_x t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\psi_{t_0} \\ 0 \\ -\cos\psi_{t_0} \end{bmatrix} \\ &= [\sin\psi_{t_0}, -\cos\psi_{t_0}\sin\omega_x t, -\cos\psi_{t_0}\cos\omega_x t] \end{aligned} \quad (2.6)$$

因此, 当系统分别绕 z'' , y'' 及 x'' 旋转或摆转时, 径向量 r_o 的表达式(2.3)需相应地变成(2.4), (2.5)及(2.6)式. 对于系统绕 y'' 轴摆转的情况, 比较式(2.3)和(2.5)可得出方位角的表达式:

$$\psi_E = \psi_{E_0} + \omega_y t \quad (2.7)$$

对于开始绕 z'' 轴旋转, 然后绕 y'' 轴摆转, 最后绕 x'' 轴摆转的连续操作, 径向量 r_o 可表示为:

$$\begin{aligned} r_{c-z, y, x} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \cos\omega_x t & \sin\omega_x t \\ 0 & -\sin\omega_x t & \cos\omega_x t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\omega_y t & 0 & -\sin\omega_y t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega_y t & 0 & \cos\omega_y t \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos\omega_z t & \sin\omega_z t & 0 \\ -\sin\omega_z t & \cos\omega_z t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\psi_{t_0} \\ 0 \\ -\cos\psi_{t_0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.8)$$

由于卫星的摆转运动, 除了方位角的变化, 还会在贮箱当中的流体中产生加速度. 贮箱中的流体质点由于系统的摆转运动产生的加速度, 在与卫星固结在一起的相对坐标系中可表示为:

$$\ddot{\mathbf{R}}_p = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p) + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R}_p + 2\boldsymbol{\omega} \mathbf{v} \quad (2.9)$$

其中 \mathbf{R}_p 表示贮箱中任一流体质点在相对坐标系中的位置向量, $\boldsymbol{\omega}$ 表示卫星的旋转角速度, $\boldsymbol{\alpha}$ 表示卫星的旋转角加速度, \mathbf{v} 表示流体质点在相对坐标系中的速度.

如前所述, 取直角坐标系(x'' , y'' , z''), 其原点与卫星质心相重合, 卫星绕其质心开始摆转. 同时假设地球质心与卫星质心同位于 $x''-z''$ 平面之内. 换言之, 由地心指向卫星质心的方位角位于 $x''-z''$ 平面之内. 如果摆转运动只绕 x'' 轴及 y'' 轴, 则

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_s &= (\omega_{sx}, \omega_{sy}, 0), \\ \boldsymbol{\alpha}_s &= (\alpha_{sx}, \alpha_{sy}, 0), \end{aligned}$$

$\ddot{\mathbf{R}}_p$ 可表达为:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}_{p, \text{slew}} &= \begin{bmatrix} \ddot{R}_{x''} \\ \ddot{R}_{y''} \\ \ddot{R}_{z''} \end{bmatrix}_{\text{slew}} \\ &= \begin{bmatrix} \omega_{sy}(\omega_{sx}R_y - R_z\omega_{sy}) + \alpha_{sy}R_z + 2\omega_{sy}v_z \\ -\omega_{sx}(\omega_{sx}R_y - R_z\omega_{sy}) - \alpha_{sx}R_z - 2\omega_{sx}v_z \\ -R_z(\omega_{sx}^2 + \omega_{sy}^2) + (\alpha_{sx}R_y - \alpha_{sy}R_x) + 2(\omega_{sx}v_y - \omega_{sy}v_x) \end{bmatrix}_{\text{slew}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

B. 扰动加速度

航天器的摆转运动, 大气阻尼, 环境引力, 由机械振动、喷射推进、宇航员的活动等

所引起的航天器姿态变化等, 都会在流体系统中产生扰动速度, 从而引起流体系统的晃动^[1~10].

在上述各种扰动加速度中, 卫星的摆转运动所产生的加速度对作用于流体系统中的力来说, 起着主导作用. 在本文的计算中采用了两种坐标系统, 即柱坐标系 (r, θ, z) , 相应的速度分量为 (u_r, u_θ, u_z) , 及直角坐标系 (x, y, z) , 相应的速度分量为 (u_x, u_y, u_z) . 两个坐标系的原点均位于贮箱底部中心处, 如图1所示. 卫星系统质心位于:

$$(x_c, y_c, z_c) = (0, 0, L_c).$$

两种坐标中力的变换关系为:

$$\begin{pmatrix} \ddot{R}_x \\ \ddot{R}_y \\ \ddot{R}_z \end{pmatrix}_{\text{slew}} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}_{\text{slew}} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_z \end{pmatrix}_{\text{slew}} \quad (2.11)$$

其中 $[\ddot{R}_x, \ddot{R}_y, \ddot{R}_z]_{\text{slew}}$ 的具体表达式如式 (2.10) 所示. 扰动加速度是由摆转所引起的加速度与前述各种扰动源所产生的加速度的总和, 则扰动加速度表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{gj} &= \begin{pmatrix} a_{gj,r} \\ a_{gj,\theta} \\ a_{gj,z} \end{pmatrix}_{\text{slew}} + \begin{pmatrix} a_{gj,r} \\ a_{gj,\theta} \\ a_{gj,z} \end{pmatrix}_{\text{others}} \\ &= - \begin{pmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_z \end{pmatrix}_{\text{slew}} - \begin{pmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_z \end{pmatrix}_{\text{others}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sin(2\pi ft) \right\} \\ &= - \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}_{\text{slew}} - \begin{pmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_z \end{pmatrix}_{\text{others}} \\ &\quad \cdot \{ 1 + 2^{-1} \sin(2\pi ft) \} \end{aligned} \quad (2.12)$$

式中 f 为施加于卫星流体系统的扰动频率.

三、在伴随转动而产生的扰动加速度作用下流体晃动的数学模型

在微重力环境下, 系统中流体的动力学特性主要受卫星摆转的影响. 为了适应引力扰动加速度的特点, 尤其是对于在轨道中运行的流体系统, 须采用与贮箱固结在一起的非惯性坐标系而非通常描述流体力学方程的惯性坐标系.

设有一个封闭的圆柱形贮箱, 其半径为 a , 高度为 L , 其中一部分空间充入低温液氮, 而其余部分为其蒸气. 在流体力学控制方程中, 包括了绕 z 轴的旋转及由此所产生的有关力的作用. 而由绕 x 轴及 y 轴摆转所产生的其它作用力则包括在引力扰动项中. 沿 z 轴的旋转角速度及角加速度分别为 ω_z 和 $\dot{\omega}_z$. 液氮及其蒸气的密度和粘性系数分别为: ρ_L, μ_L, ρ_V 和 μ_V ^[15]. 在柱坐标系 (r, θ, z) 中, 相应的速度分量为 (u, v, w) , 相应的重力梯度加速度及扰动加速度分别为 $(a_{gg,r}, a_{gg,\theta}, a_{gg,z})$ 和 $(g_{gj,r}, g_{gj,\theta}, g_{gj,z})$. 有关在与卫星固结在一起的相对坐标系中的流体力学方程组在文献[22]中有详细的描述, 此处不再赘述. 方程中包括了哥氏力 $2\omega_z v$ 和 $2\omega_z u$, 离心力 $r\omega_z^2$, 角加速度 $r\dot{\omega}_z$ 等由于卫星绕 z 轴旋转而产生的力.

为了求解在微重力环境中轨道卫星内部液体推进剂系统的晃动力学问题, 须在一定的初始及边界条件下求解非惯性坐标系中的控制方程。有关微重力环境中流体系统的晃动力学问题的初始及边界条件, 在作者的研究论文中已有详细描述^[23], 此处不再赘述。在本文中, 以全尺寸的 AXAF-S 星卫的推进剂贮箱系统作为计算对象。该贮箱半径为 68cm, 高度为 145cm。其内部 70% 的空间为低温液氮, 其余部分为氮蒸气。低温氮的温度处于 1.3K。在本文计算中同时采用了以下一些参数: 液氮密度 = 0.145g/cm³, 氮蒸气密度 = 0.00147g/cm³, 流体压力 = 1.66 × 10³dyn/cm², 气液界面的表面张力系数 = 0.346dyn/cm, 液氮的粘性系数 = 1.12 × 10⁻⁴cm²/s, 液氮与固壁的接触角 = 5°。旋转贮箱中气液界面的初始分布由 Hung 等发展的方法来确定^[11~13]。

本文中使用了交错网格来计算速度分量。流体沿气液界面的流动采用 Marker-Cell 方法来计算^[24~27]。该方法对于网格节点间的任意界面位置都可适用而并不要求节点间的界面处于中点位置^[28]。时间步长根据网格的大小及流速来自动调整。有关微重力环境中流体力学方程组的详细计算方已在作者以往的研究中给出^[6~10]。由图 2(a) 和图 2(b) 可以看出 AXAF-S 贮箱在柱坐标中网格节点的分布情况。其中图 2(a) 为轴向剖面, 图 2(b) 为横向剖面。

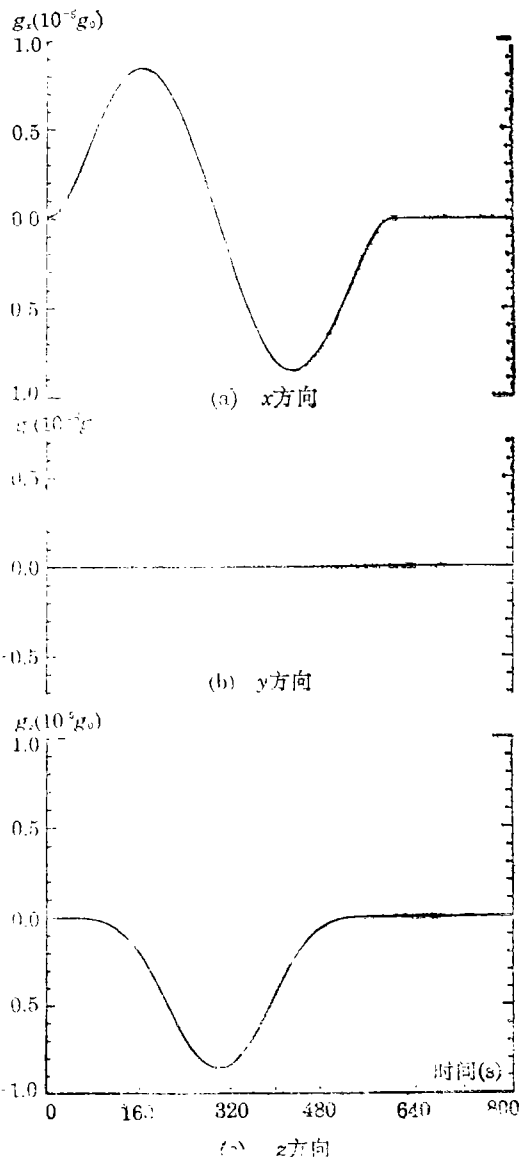


图 2. AXAF-S 卫星系统在 600 秒时间之内沿 y' 轴摆转 90° 过程中在 $(r, \theta, z) = (12\text{cm}, \pi/2, 3\text{cm})$ 处的流体质点的扰动加速度随时间的变化规律

四、在系统摆转过程中由于扰动加速度而在流体中产生的晃动

如果系统在 600 秒之内摆转了 90°, 则根据式 (2.9) 至 (2.12), 在 $(r, \theta, z) = (12\text{cm}, \pi/2, 3\text{cm})$ 处的流体质点所产生的扰动加速度沿 x, y, z 方向的分量随时间的变化如图 2 所示。由图中可以看出加速度的量级为 $10^{-5}g_0$, $g_0 = 9.81\text{ms}^{-2}$ 。

对于充液量为 70% 的贮箱来说, 在 $10^{-6}g_0$ 微重力环境中, 其中气液界面处于平衡状态时的形状近似于球形。图 3(a) 给出了在 $\theta = 0^\circ$ 至 180° 的 $r-z$ 平面内气液界面的初始分布形状。图 3(b) 为在 $\theta = 90^\circ$ 至 270° 剖面上气液界面的初始形状。图 3(c) 为在 $z = 95.9\text{cm}$ 处 $r-\theta$ 平面上

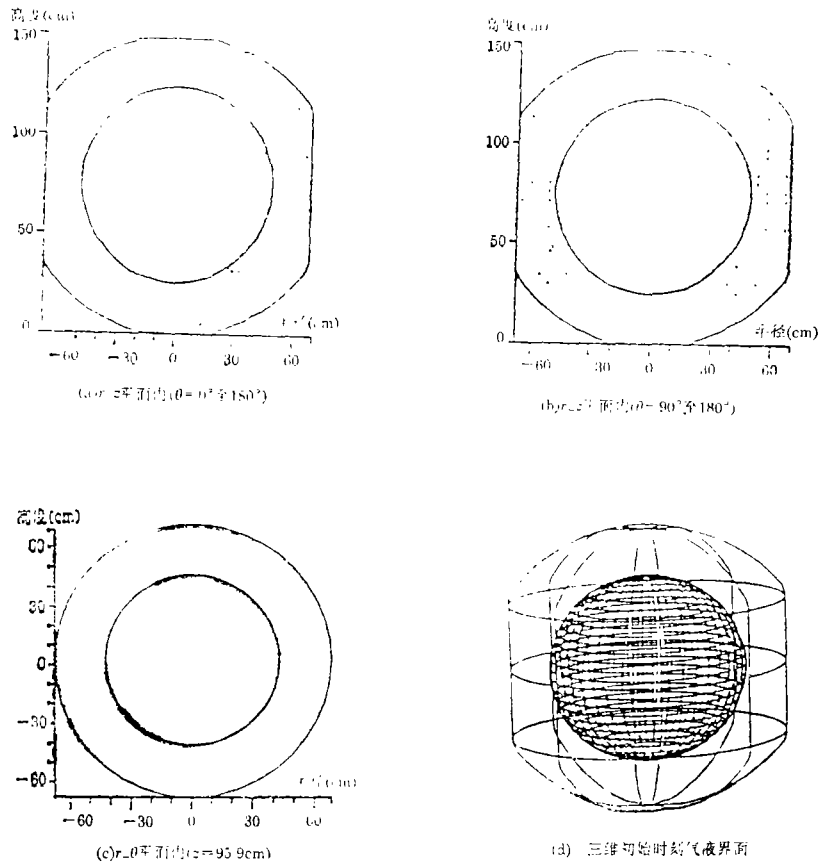


图 3 当环境引力为 $10^{-7}g_0$ ，方位角 $\psi_E = 0^\circ$ 时，贮箱中气液界面的初始分布

气液界面的初始形状。图3(d)给出了三维初始时刻的气液界面。由于篇幅所限，文中将只给出图3(a)和图3(d)随时间变化的图形

图 4 给出了在扰动加速度驱动下，三维气液界面的时间序列图谱。图中显示了气液界面随时间的演化过程，从中可以清楚看出由于摆转运动而产生的扰动加速度呈非对称性，则在此作用驱动下界面的振荡也呈非对称性。

图5示出了在 $\theta = 0^\circ$ 至 180° $r-z$ 平面上气液界面的时间序列图谱。图中同样清楚地显示出了在摆转过程中，气泡由初始的球对称形状变成为非对称的过程。

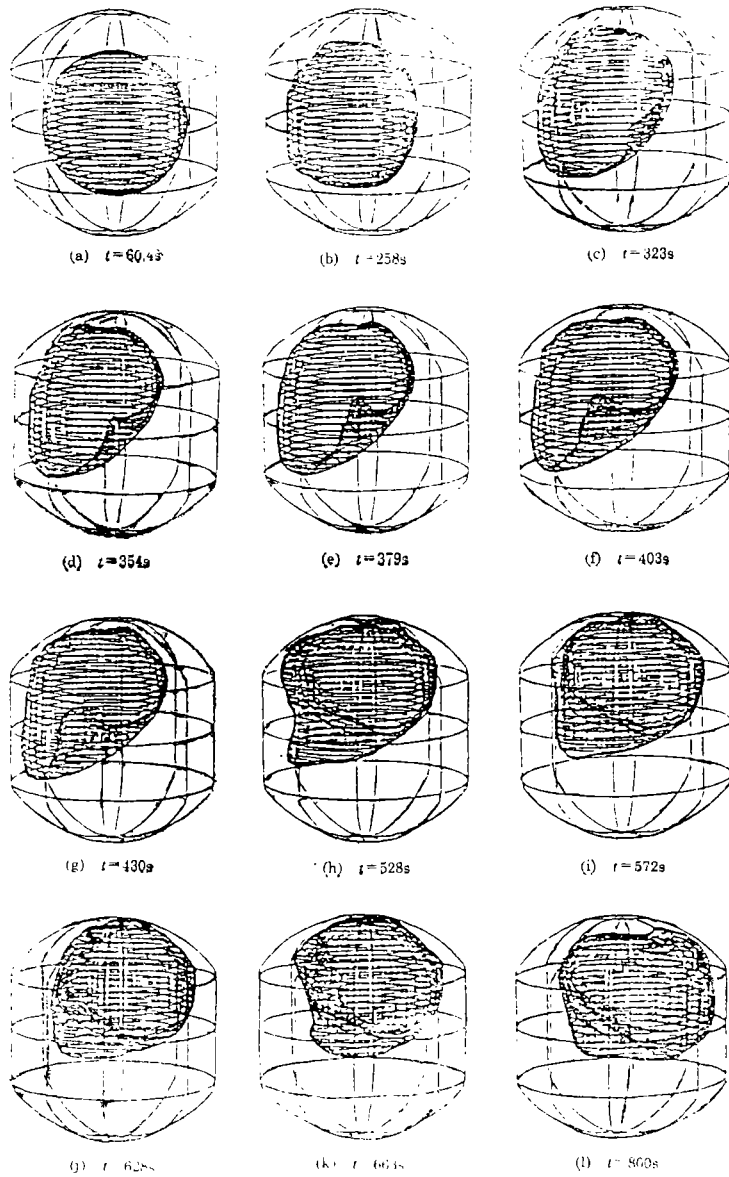
由图2可以看出，随着系统的转动，在 $r-z$ 平面内 ($\theta = 0^\circ$ 至 180° 剖面)，扰动加速度的方向在开始时指向右下方，然后过渡到左下方。这预示着液体开始时会朝右下方流动，而后朝左下方流动（气泡的运动方向则与此相反，开始时被挤向左上方然后被挤向右上方）。图和4图5正是反映了这种物理过程。

五、由于流体的晃动而作用于贮箱上的力及力矩的数学表达式

为了计算由于流体的晃动而作用于贮箱壁面上的力，首先将流体作用于壁面的应力分解成沿壁面切向分量与法向分量：

$$\mathbf{I}_i = \mu \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) t_\alpha n_\beta \quad (5.1)$$

三维气液界面

图4 当系统绕 y'' 轴摆转时, 在扰动加速度作用下, 三维气液界面随时间的演化过程

$$\mathbf{I}_n = P\delta_{\alpha\beta} - \mu \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\beta \quad (5.2)$$

其中 \mathbf{I}_t 表示流体的切向应力分量, \mathbf{I}_n 为法向应力分量, P 为流体的压力, u_α 为流体沿 α 方向的流速, t_α 为壁面的单位切向量, \mathbf{n}_β 为壁面的单位法向量, μ 为流体的分子粘性系数, $\delta_{\alpha\beta}$ 为克罗内克符号, 脚标 α 和 β 表示流动方向。

图 6(a) 和图 6(b) 示意出了 AXAF-S 卫星贮箱在 $r-z$ 平面及 $r-\theta$ 平面的几何形状。根据贮箱的几何特点, 应力表达式可分解为三个部分:

A. 顶部拱面

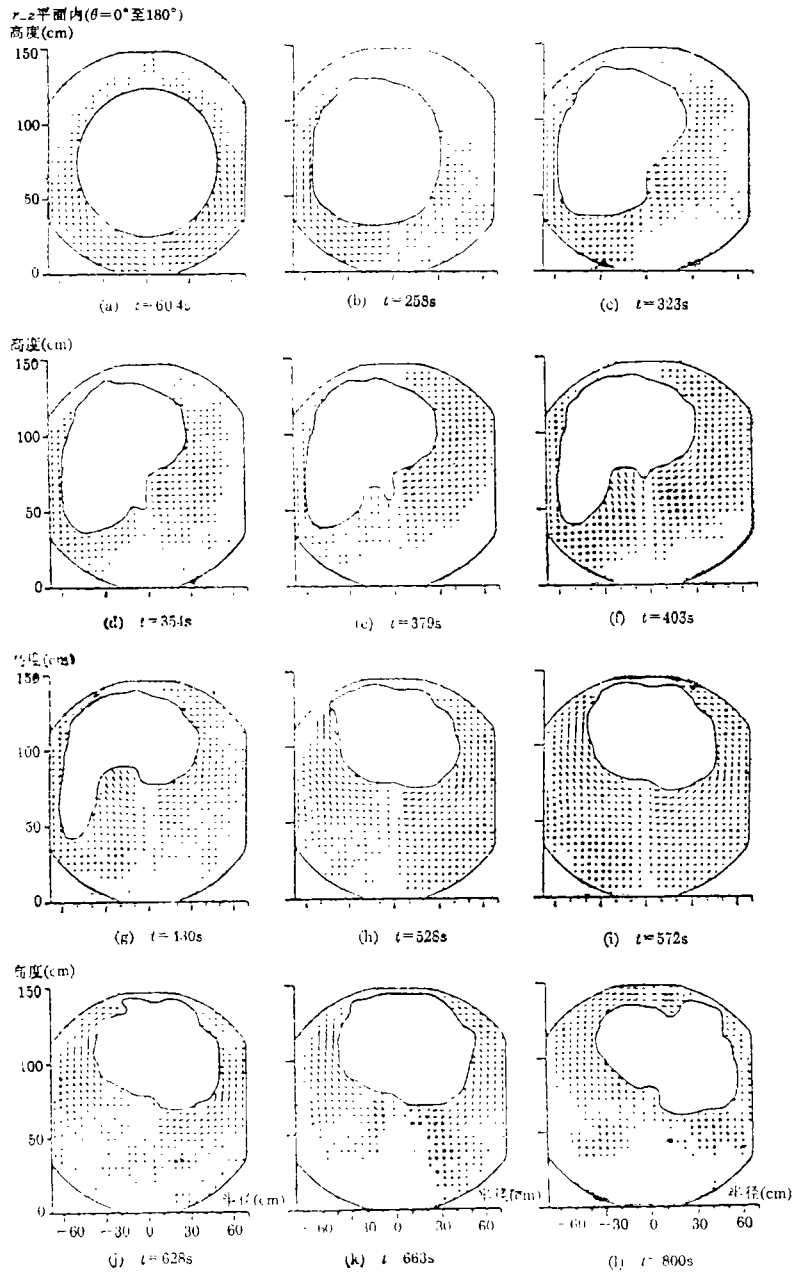


图5 当系统绕y''轴摆转时,在扰动加速度作用下,气液界面在 $\theta=0^\circ$ 至 180° 的r-z平面上的图形随时间的演化过程

$$(II_t) \tau_{\theta p, \text{wall}}^{r-z} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \cos 2\phi \quad (5.3)$$

$$(II_t) \tau_{\theta p, \text{wall}}^{r-\theta} = \mu \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \cos \phi + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \sin \phi \right] \quad (5.4)$$

$$(II_n) \tau_{\theta p, \text{wall}} = P + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \sin 2\phi \quad (5.5)$$

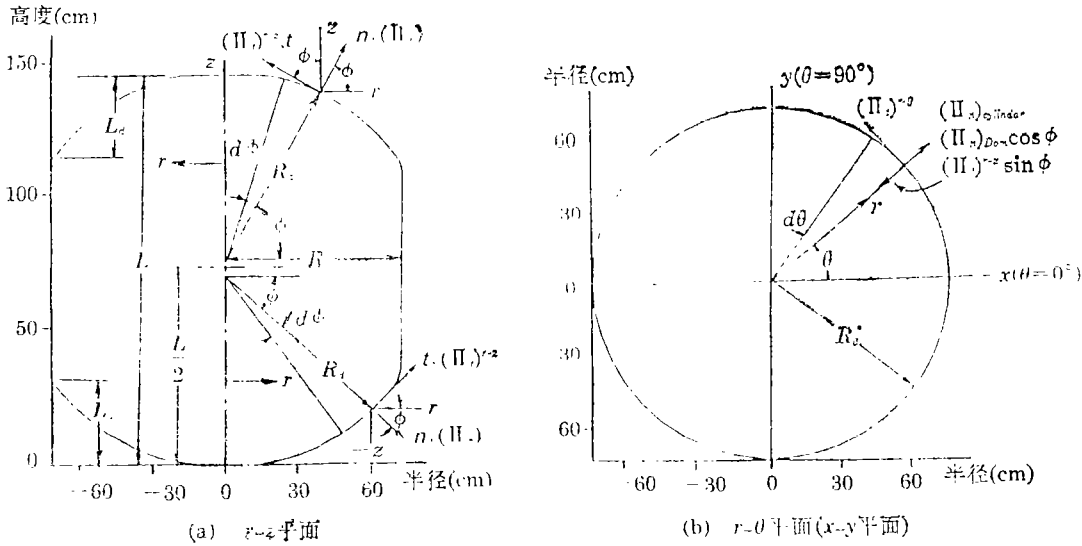


图6 AXAF-S卫星贮箱的几何形状及贮箱壁上法向及切向坐标示意图

B. 底部拱面:

$$(II_t)_{Bottom\ wall}^{r-z} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \cos 2\phi \tag{5.6}$$

$$(II_t)_{Bottom\ wall}^{r-\theta} = \mu \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \cos \phi - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \sin \phi \right] \tag{5.7}$$

$$(II_n)_{Bottom\ wall} = P - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \sin 2\phi \tag{5.8}$$

C. 圆柱形侧面:

$$(II_t)_{Cylindrical}^{r-z} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \tag{5.9}$$

$$(II_t)_{Cylindrical}^{r-\theta} = \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \tag{5.10}$$

$$(II_n)_{Cylindrical} = P \tag{5.11}$$

其中 ϕ 为拱面的方位角， $(II_t)^{r-z}$ 和 $(II_t)^{r-\theta}$ 分别表示在 $r-z$ 平面和 $r-\theta$ 平面中沿壁面的切向应力分量。不同于在非惯性坐标中计算流体作用于贮箱上的力时所用的符号，在惯性圆柱坐标系 (r', θ', z') 中，相应的速度分量应以 (u', v', w') 来表示。但为了表达上的方便，在该部分速度分量的上标均被略去而与在其它部分的非惯性坐标系中的速度表达符号一样。

对于由式(5.3)至式(5.11)的应力表达式对面积进行积分可得到沿顶部、底部及侧壁面上的切向及法向力。

A. 顶部拱面:

$$\begin{bmatrix} (F_t)^{r-z} \\ (F_t)^{r-\theta} \\ (F_n) \end{bmatrix}_{Top\ wall} = \iint \begin{bmatrix} (II_t)^{r-z} \\ (II_t)^{r-\theta} \\ (II_n) \end{bmatrix}_{Top\ wall} R_2^2 \cos \phi d\phi d\theta \tag{5.12}$$

B. 底部拱面:

$$\begin{pmatrix} (F_t)^{r-z} \\ (F_t)^{r-\theta} \\ (F_n) \end{pmatrix}_{\text{Bottom wall}} = \iint \begin{pmatrix} (\mathbf{I}_t)^{r-z} \\ (\mathbf{I}_t)^{r-\theta} \\ (\mathbf{I}_n) \end{pmatrix}_{\text{Bottom wall}} R_d^2 \cos\phi d\phi d\theta \quad (5.13)$$

C. 圆柱形侧面:

$$\begin{pmatrix} (F_t)^{r-z} \\ (F_t)^{r-\theta} \\ (F_n) \end{pmatrix}_{\text{Cylindrical}} = \iint \begin{pmatrix} (\mathbf{I}_t)^{r-z} \\ (\mathbf{I}_t)^{r-\theta} \\ (\mathbf{I}_n) \end{pmatrix}_{\text{Cylindrical}} R_c d\theta dz \quad (5.14)$$

式中 R_d 和 ϕ 表示微元面所在拱面的半径及方位角, R_c 为圆柱形侧面的半径(参见图6)。

为了适应于卫星的俯仰、偏摇、转动等运动,需将建立于贮箱上的柱坐标转换成直角坐标 $(x, y, z) = (r\cos\theta, r\sin\theta, z)$,相应的速度分量成为: $(v_x, v_y, v_z) = (u\cos\theta - v\sin\theta, u\sin\theta + v\cos\theta, w)$ 。对于AXAF-S卫星的运行工况,摆转轴总是通过其控制质心,该点位于 $(x_c, y_c, z_c) = (0, 0, L_c)$,其中 L_c 为摆转轴所在的坐标高度(参见图1)。因此将应力表达式(5.1)至(5.11)分解成沿 (x, y, z) 方向的分量后再代入式(5.12)至(5.14),则力的分量 $(F_t)^{r-z}$, $(F_t)^{r-\theta}$ 和 (F_n) 在 (x, y, z) 方向的分量相应地成为 (F_x, F_y, F_z) 。有关 (F_x, F_y, F_z) 表达式详细的数学推导过程可参阅文献[10]。

流体作用于贮箱上的力矩可以通过力的作用点位置向量与力的叉积来计算。流体作用于卫星贮箱壁面上的力矩 (M_x, M_y, M_z) 的详细数学表达式也请参阅文献[10]

力矩的分量形式可以表达成:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_y F_z - (L_z - L_c) F_y \\ (L_z - L_c) F_x - L_x F_z \\ L_x F_y - L_y F_x \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

式中 L_x, L_y, L_z 分别表示力臂在 x, y, z 轴上的投影分量,则由于流体的晃动所产生的作用于贮箱上的力臂可由下式来计算:

$$\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z - L_c \end{pmatrix} = \frac{1}{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \begin{pmatrix} F_y M_z - F_z M_y \\ F_z M_x - F_x M_z \\ F_x M_y - F_y M_x \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

六、流体作用于贮箱上的力及力矩的变化规律

随着卫星的摆转运动而在流体当中引起的扰动加速度会导致流体的晃动,从而引发气液界面的波动。本文第四节讨论了气液界面波动的基本特征,第五节描述了流体施加于贮箱上的力及力矩的数学表达。由这两部分的分析内容即可计算出流体作用于贮箱上的力及力矩。

图7即为计算结果曲线。图7(a)、7(b)和7(c)分别给出了在卫星系统绕 y 轴摆转过程中,在扰动加速度驱动下流体作用于贮箱上的力在 x, y, z 三个方向上的分量随时间波动情况。由图示表明(a)流体作用力的最大波动量为 $(\Delta F_x, \Delta F_y, \Delta F_z) = (2.27, 0.04, 1.37) \cdot 10^3$ 达因。显然有: $\Delta F_x > \Delta F_z > F_y$ 。作用力的最大绝对值为: $\max(|F_x|, |F_y|, |F_z|) = (1.15, 0.02, 1.20) \cdot 10^3$ 达因,同样有: $|F_z| > |F_x| > |F_y|$ 。(b)当 $t=0$ 时,系统尚未开

始转动, 则 F_x, F_y, F_z 的初始值也同为零. (c) F_y 的大小及波动量均远小于 F_x 与 F_z . (d) 流体作用力及其波动特征对于由图 2 所示的在系统摆转过程中而产生的流体扰动加速度的变化趋势来说, 具有一种跟随响应特征. 比较图 7 和图 2 反映出, 流体系统类似于一个阻尼调节器, 对于作用于其上的扰动力经阻尼调节后又反馈于卫星系统.

图 8(a)、8(b)和 8(c) 分别给出了在伴随摆转运动的扰动加速度作用下, 由于流体的晃动而作用于贮箱上的力矩在 x, y, z 三个方向上的分量随时间的变化规律. 图中反映了以下一些结论: (a) 流体作用力的最大波动量为: $(\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_z) = (7.53, 422.79, 0.0001) \cdot 10^5$ 达因·厘米. 流体作用力矩的最大绝对值为: $\max(|M_x|, |M_y|, |M_z|) = (4.31, 214.53, 0.0006) \cdot 10^5$ 达因·厘米. (b) 由于系统绕 y 轴摆转, 则 ΔM_y 及 $|M_y|$ 均为最大值. (c) 由于系统绕 y

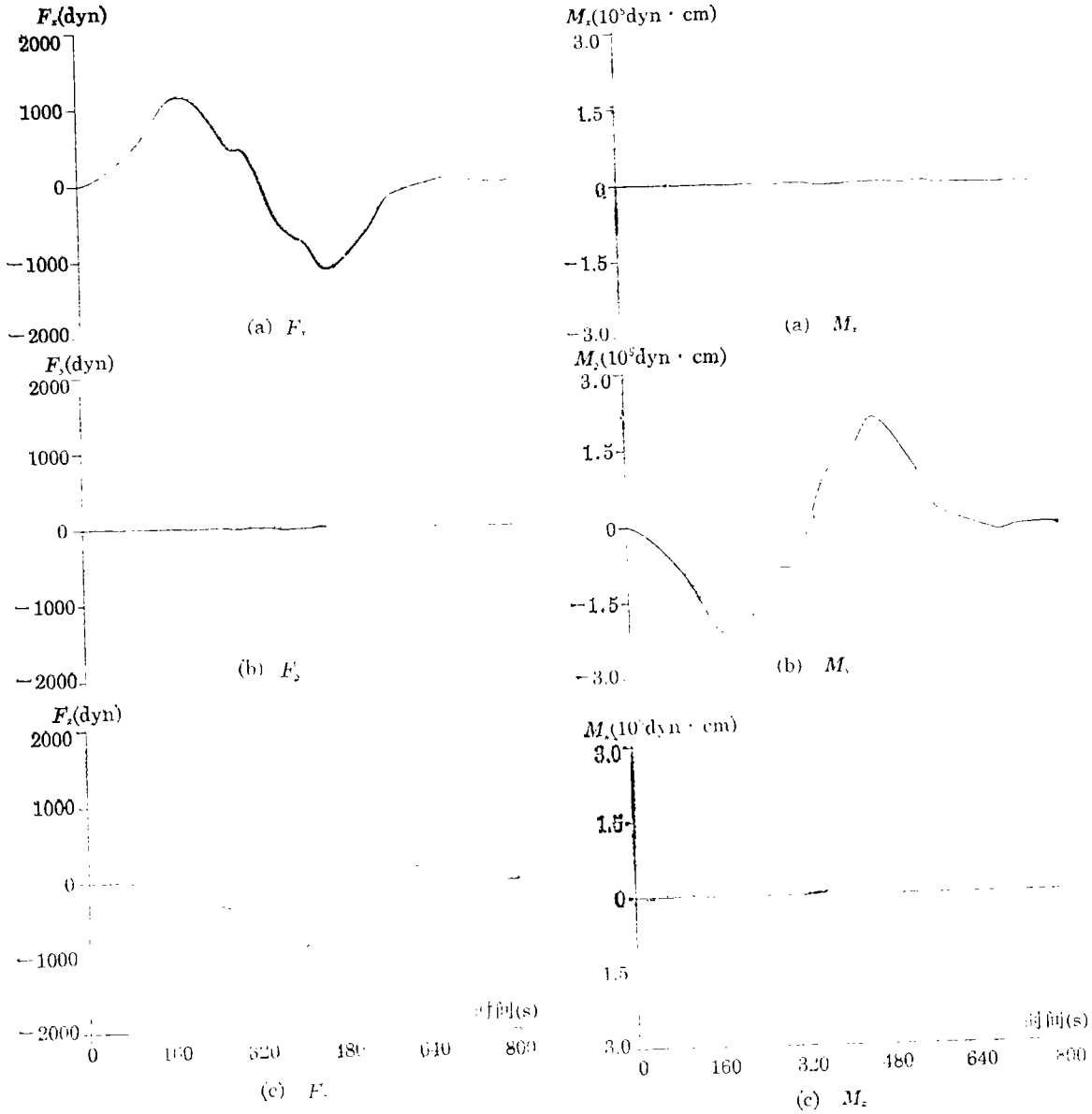


图 7 在伴随系统摆转时的扰动加速度作用下, 由于流体的晃动而施加于贮箱上的反馈力随时间的变化过程

图 8 在伴随系统摆转时的扰动加速度作用下, 由于流体的晃动而施加于贮箱上的反馈力矩随时间的变化过程

轴摆转, 合力臂在 y 轴上的投影为零; 在摆转过程中, 重力扰动速度在 y 轴上的投影也为零, 则 $|F_y|$ 近乎零于。由于 $|F_y| - L_y = 0$, 导致

$$M_x = L_y F_z - L_z F_y \sim 0$$

和 $M_z = L_x F_y - L_y F_x \sim 0$ 。

图9(a)、9(b)和9(c)分别给出了流体作用于贮箱上的合力臂在 x 、 y 、 z 轴上的投影分量随时间的波动过程。图示结果表明: (a)力臂的最大波动量为 $(\Delta L_x, \Delta L_y, \Delta L_z) = (190.4, 56.1, 186.6)$ 厘米。力臂的最大绝对值为: $\max(|L_x|, |L_y|, |L_z|) = (95.4, 49.8, 186.6)$ 厘米。显然: $\Delta L_z > \Delta L_x > \Delta L_y, |L_z| > |L_x| > |L_y|$ (b)因系统绕 y 轴摆转, 则 L_y 在三个相应分量中最小, 而 M_y 在三个相应分量中最大。(c) L_z 是 $F_x M_y$ 的函数(因 $F_y = 0, F_y M_y \sim 0$), 则导致 L_z 成为最大值。(d)力臂随时间的波动趋势非常类似于流体施加于贮箱的作用的波动趋势, 同样也很类似于由于系统的摆转运动而在流体中产生的扰动加速度的变化趋势(参见图9和图2)。

七、结 论

负有各种不同使命的科学实验卫星须做出各种摆转运动, 以适于应科学实验的需要。在本文研究中, 以AXAF-S卫星的摆转运动作为一个实际的算例。伴随系统的摆转运动而在流体系统中产生的扰动加速度, 会引发流体系统气液界面的非稳定性问题。而由于流体晃动所产生的非稳定性会使卫星的控制系统产生各种各样的问题, 有时流体的晃动作用还会严重影响到卫星的正常运转。因此, 在能够确保科学卫星正常运转之前, 充分了解流体系统的晃动特性是至关重要的。

本文对部分充液的贮箱系统在伴随摆转过程而产生的扰动加速度作用下, 由于流体晃动而施加于贮箱上的力及力矩的数学表达式进行了数值模拟研究。计算结果显示流体作用力及力矩均有比较大的波动量, 经分析可得出以下结论: (1) 将卫星看作一个完整的系统, 而将伴随摆转运动而产生的扰动加速度看作输入系统的一个主要驱动力, 则流体作用于贮箱上的力与力矩可被看作为通过流体在贮箱内部的晃动调制以后反馈给系统的响应。(2) 流体作用于

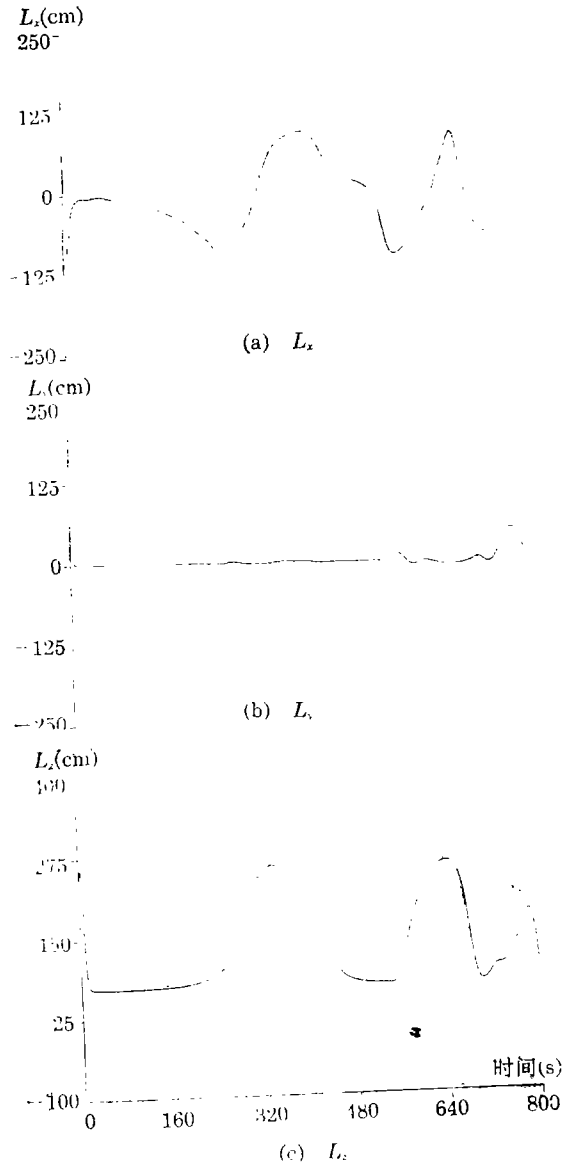


图9 在伴随系统摆转时的扰动加速度作用下, 由于流体的晃动而施加于贮箱上的作用力的力臂随时间的变化过程

贮箱上的力及力矩随时间变化的特征,反映了伴随摆转运动而在流中产生的扰动加速度的变化趋势。因此在这种意义上,流体系统可被看作为一个阻尼调节器,对作用其上的扰动经阻尼调节后又以力及力矩的形式反馈给卫星系统。(3)由于卫星绕 y 轴摆转,则流体作用于贮箱上的力矩及其波动量在 y 轴上达到最大值。(4)同样由于上述原因,流体作用于贮箱上的力及力臂在 y 轴上的分量近乎于零。(5)流体作用于贮箱上的晃动力的力臂随时间的波动特征反映出了伴随系统的摆转运动而在流体内部产生的扰动加速度的变化趋势。

本文的算例显示了流体的晃动如何影响流体系统反馈于贮箱上的力及力矩,以及流体晃动与伴随摆转而产生的重力扰动加速之间的关系。本文的数学模式也提供了如何更好地了解动的输入与箱贮系统在轨道加速度作用下的输出之间的关系。由此可提供有效开发高品质卫星控制技术的工具,并能确保达成卫星完成所赋予之科学观测使命^[8]。

参 考 文 献

- [1] Y. Kamotani, A. Prasad, Thermal convection in an enclosure due to vibration aboard a spacecraft, *AIAA Journal*, 19(1981), 511—516.
- [2] R. J. Hung and L. K. Shyu, Cryogenic liquid hydrogen reorientation activated by high frequency impulsive reverse gravity acceleration of geyser initiation, *Microgravity Quarterly*, 1(2)(1991), 81—92.
- [3] R. J. Hung and L. K. Shyu, Space-Based cryogenic liquid hydrogen reorientation activated by low frequency impulsive reverse gravity thruster of geyser initiation, *Acta Astronautica*, 25 (1991), 709—719.
- [4] J. R. Hung and L. K. Shyu, Constant reverse thrust activated reorientation of liquid hydrogen with geyser initiation, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 29(1992), 279—285.
- [5] J. R. Hung and L. K. Shyu, Excitation of slosh waves associated with low frequency impulsive reverse gravity acceleration of geyser initiation, *Acta Astronautica*, 26(1992), 425—433.
- [6] R. J. Hung and L. K. Shyu, Medium frequency impulsive thrust activated liquid hydrogen reorientation with geyser, *Journal of Propulsion and Power*, 8(1992), 987—994.
- [7] J. R. Hung C. C. Lee and W. F. Leslie, Response of gravity level fluctuations on the gravity probe-B spacecraft propellant system, *Journal of Propulsion and Power*, 7(1991), 556—564.
- [8] J. R. Hung, C. C. Lee and F. W. Leslie, Spacecraft dynamical distribution of fluid stresses activated by gravity jitter induced slosh waves, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 15(1992), 817—824.
- [9] J. R. Hung, C. C. Lee and F. W. Leslie, Similarity rules in gravity jitter-related spacecraft liquid propellant slosh waves excitation, *Journal of Fluids and Structures*, 6(1992), 493—522.
- [10] J. R. Hung, C. C. Lee and W. F. Leslie, Effect of the baffle on the spacecraft fluid propellant viscous stress and moment fluctuations, *Transaction of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 35(1993), 187—207.
- [11] J. R. Hung, Y. D. Tsao, B. B. Hong and F. W. Leslie, Dynamical behavior

- of surface tension on rotating fluids in low and microgravity environments, *International Journal for Microgravity Research and Applications*, 11(1989), 81—95.
- [12] R. J. Hung, Y. D. Tsao, B. B. Hong and F. W. Leslie, Asymmetric bubble profiles in a slowly rotating helium dewar under low and microgravity environments, *Acta Astronautica*, 19(1989), 411—426.
- [13] R. J. Hung, Y. D. Tsao, B. B. Hong and F. W. Leslie, Bubble behaviors in a slowly rotating helium dewar in gravity probe-B spacecraft experiment, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 26(1989), 167—172.
- [14] F. W. Leslie, Measurements of rotating bubble shapes in a low gravity environment, *Journal of Fluid Mechanics*, 161(1985), 269—275.
- [15] P. Mason, D. Collins, D. Petrac, L. Yang, F. Edeskuty, A. Schuch and K. Williamson, The behavior of superfluid helium in zero gravity, *Proceedings 7th International Cryogenic Engineering Conferences*, Surrey, England, Science and Technology Press(1978).
- [16] V. S. Avduyevsky (editor), *Scientific Foundations of Space Manufacturing*, WIR, Moscow, USSR(1984).
- [17] R. L. Forward, Flattening space-time near the earth, *Physical Review, Series D*, 26(1982), 735—744.
- [18] C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A., *Wheeler Gravitation*, W. H. Freeman Co., San Francisco, CA, (1973), 1—1279.
- [19] R. J. Hung and C. C. Lee, Characteristics and behaviors of gravity probe-B spacecraft propulsion system, *proceed. National Science Council (A)*, 16(1992), 339—352.
- [20] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology—Principles and Applications of General Relativity*, John Wiley and Sons, New York (1972), 657.
- [21] R. J. Hung, and F. W. Leslie, Bubble shapes in a liquid-filled rotating container under low gravity, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 25(1988), 70—74.
- [22] R. J. Hung and H. L. Pan, Differences in gravity gradient and gravity jitter-excited slosh waves in microgravity, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 36(1993), 153—169.
- [23] R. J. Hung and H. L. Pan, Asymmetric slosh wave excitation in liquid-vapor interface under microgravity, *Acta Mechanica Sinica*, 9 (4) (1993), 283—311.
- [24] F. H. Harlow and F. E. Welch, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids*, 8 (1965), 2182—2189.
- [25] D. B. Spalding, A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 4(1972), 551—559.
- [26] S. V. Patanker and S. D. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 15(1972), 1787—1805.

- of surface tension on rotating fluids in low and microgravity environments, *International Journal for Microgravity Research and Applications*, 11(1989), 81—95.
- [12] R. J. Hung, Y. D. Tsao, B. B. Hong and F. W. Leslie, Asymmetric bubble profiles in a slowly rotating helium dewar under low and microgravity environments, *Acta Astronautica*, 19(1989), 411—426.
- [13] R. J. Hung, Y. D. Tsao, B. B. Hong and F. W. Leslie, Bubble behaviors in a slowly rotating helium dewar in gravity probe-B spacecraft experiment, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 26(1989), 167—172.
- [14] F. W. Leslie, Measurements of rotating bubble shapes in a low gravity environment, *Journal of Fluid Mechanics*, 161(1985), 269—275.
- [15] P. Mason, D. Collins, D. Petrac, L. Yang, F. Edeskuty, A. Schuch and K. Williamson, The behavior of superfluid helium in zero gravity, *Proceedings 7th International Cryogenic Engineering Conferences*, Surrey, England, Science and Technology Press(1978).
- [16] V. S. Avduyevsky (editor), *Scientific Foundations of Space Manufacturing*, WIR, Moscow, USSR(1984).
- [17] R. L. Forward, Flattening space-time near the earth, *Physical Review, Series D*, 26(1982), 735—744.
- [18] C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A., *Wheeler Gravitation*, W. H. Freeman Co., San Francisco, CA, (1973), 1—1279.
- [19] R. J. Hung and C. C. Lee, Characteristics and behaviors of gravity probe-B spacecraft propulsion system, *proceed. National Science Council (A)*, 16(1992), 339—352.
- [20] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology—Principles and Applications of General Relativity*, John Wiley and Sons, New York (1972), 657.
- [21] R. J. Hung, and F. W. Leslie, Bubble shapes in a liquid-filled rotating container under low gravity, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 25(1988), 70—74.
- [22] R. J. Hung and H. L. Pan, Differences in gravity gradient and gravity jitter-excited slosh waves in microgravity, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 36(1993), 153—169.
- [23] R. J. Hung and H. L. Pan, Asymmetric slosh wave excitation in liquid-vapor interface under microgravity, *Acta Mechanica Sinica*, 9 (4) (1993), 283—311.
- [24] F. H. Harlow and F. E. Welch, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Physics of Fluids*, 8 (1965), 2182—2189.
- [25] D. B. Spalding, A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 4(1972), 551—559.
- [26] S. V. Patanker and S. D. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 15(1972), 1787—1805.