

搭接焊缝内应力分布规律的准确解

薛大为

(澳门大学 科技学院)
(1995年3月1日收到)

摘 要

本文给出了搭接焊缝内应力分布规律的准确解, 从而使评价以往的有关研究成果、改进迄今采用的设计方法和设计规范成为可能。

关键词 搭接焊件 内应力分布 弹性力学

一、引 言

在机械、造船、桥梁、航空和宇航以及军工等工业中, 焊接是广泛采用的技术之一。焊接有对接、搭接、周边焊等不同型式, 有电焊、气焊、铜焊等不同类别。用保护焊、自动焊等操作, 可以获得高质量的焊缝。通过焊接, 人们可以得到大尺寸的或外形复杂的或材质多样的构件和结构。因此, 如何正确地设计和制造焊接件, 是重要的工程问题之一。

目前, 焊接工艺和焊接材料已经得到了许多发展, 人们已可得到较之母体材料强度更大强度的焊缝, 而对于焊缝的设计方法, 则显得十分落后, 这当然与问题的复杂难以求解有关。迄今, 人们并不确切知道焊缝内的应力分布规律, 因而在设计时心中无底, 也必然对现行的设计方法和设计规范发生怀疑而又无较好的理论和相应的设计方法取代。目前, 对于对接焊缝(图1), 人们假设了均匀分布的正应力作用于焊缝的部分截面积内, 以这一假设为根据的设计方法由于具有直观性和偏于安全, 似乎尚可以接受; 但对于搭接焊缝(图2), 假设沿焊缝的喉部 DB 有均匀的正应力和均匀的剪应力分布, 并据此作强度设计, 则是缺乏根据的。因而早就引起了学者的注意并力图予以解决。对于搭接这一重要且广泛采用的焊缝

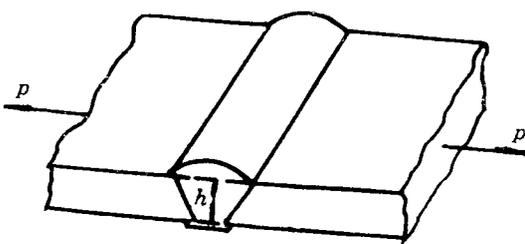


图 1

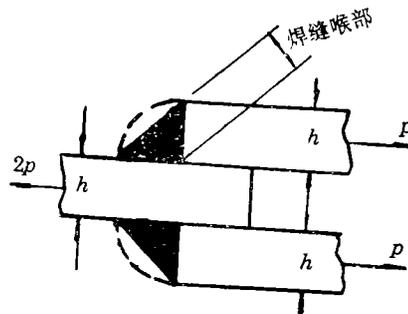


图 2

型式,早在1945年, Norris^[1]就根据光弹性试验确定过焊缝内的应力分布(图4a),他的这一图式迄今仍受到注意并被引入现行的大学教材中^[2]。但根据本文所提供的准确解而绘制的相应图示(图4(b))表明,文[1]的结果是难以令人满意的。Salakian和 Claussen^[3]曾在1937年对当时已有的成果作过综述,其中有关搭接焊缝喉部的主应力和最大剪应力的分布规律如图5(a)所示(图4(a)和图5(a)均采自文[2]),而根据本文准确解绘制的相应准确应力分布规律则如图5(b)。可以看到图5(a)和图5(b)相差很大。可以作出的大致估价是:近50余年来,重要的搭接焊缝的力学分析未取得突出进展,这不但反映在文献[2]中,也反映在其它的大学教本^[4,5]中,甚至有名的机械工程手册^[6]中的相应资料,也与几十年前的算法相同。

有鉴于此,本文对搭接焊缝内的应力分布规律作了分析,焊接件所受外载是典型的,并求得了此问题的准确解。此准确解不但有理论价值,且可用以检验已有的设计算法,或作为设计工作的正确出发点,因此有实用意义。

二、准确解的导出

图3(a)示一搭接焊缝及其所受的外载 p 。设焊缝长为 l 并具有半径为 h 的四分之一圆形截面。又设此搭接焊缝的应力分布问题属于平面问题并取柱坐标 (r, θ) 如图3(b)所示。

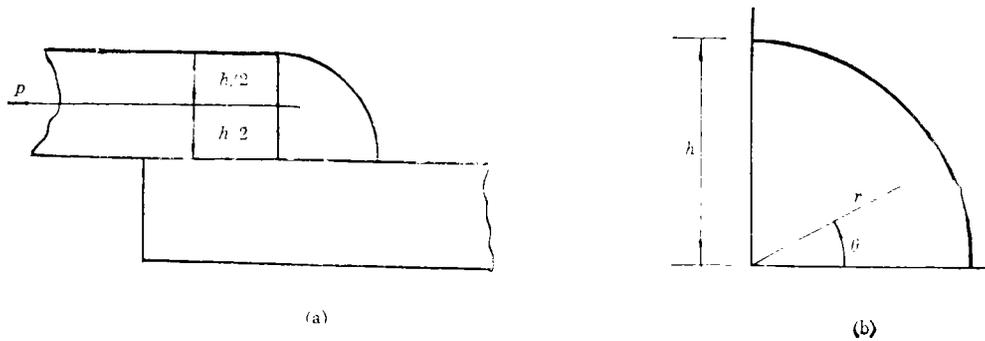


图 3

本问题的精确解应满足下述条件:

1. 在 $\theta=0$ 处, $\tau_{r\theta}$ 之合力应为 $-p$:

$$\int_0^h \tau_{r\theta}(r, 0) l dr = -p \quad (2.1)$$

2. 在 $\theta=0$ 处, σ_θ 之合力为零, 即

$$\int_0^h \sigma_\theta(r, 0) l dr = 0 \quad (2.2)$$

3. 在 $\theta=0$ 处, σ_θ 之合矩应为 $ph/2$:

$$\int_0^h \sigma_\theta(r, 0) l r dr = \frac{ph}{2} \quad (2.3)$$

4. 在 $\theta=\pi/2$ 处, σ_θ 之合力为 p :

$$\int_0^h \sigma_\theta\left(r, \frac{\pi}{2}\right) l dr = p \quad (2.4)$$

5. 在 $\theta = \pi/2$ 处, σ_θ 之合矩为零:

$$\int_0^h \sigma_\theta \left(r, \frac{\pi}{2} \right) l r dr - \frac{p h}{2} = 0 \quad (2.5)$$

6. 在 $\theta = \pi/2$ 处, $\tau_{r\theta}$ 之合力为零:

$$\int_0^h \tau_{r\theta} \left(r, \frac{\pi}{2} \right) l dr = 0 \quad (2.6)$$

7. 在 $r = h$ 处, 径向应力 $\sigma_r(r, \theta)$ 为零:

$$\sigma_r(h, \theta) = 0 \quad (2.7)$$

8. 在 $r = h$ 处, 剪应力 $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ 为零:

$$\tau_{r\theta}(h, \theta) = 0 \quad (2.8)$$

9. 点 O 处的剪应力互等:

$$\tau_{r\theta}(0, 0) = -\tau_{r\theta} \left(0, \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.9)$$

10. 所有应力分量, 满足沿 r 向和 θ 向的平衡方程,

11. 所有应力分量应为有限量.

假设取

$$\sigma_\theta = (a + br + cr^2)(1 - \sin\theta) + \sigma \sin\theta \quad (2.10)$$

式中 a , b 和 c 为待定常数; $\sigma = p/lh$.

沿切线方向微元的平衡方程为:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (a)$$

将(2.10)式代入上式, 可得

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) = (ar + br^2 + cr^3) \cos\theta - \sigma r \cos\theta \quad (b)$$

上式有通解为

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{a}{2} + \frac{br}{3} + \frac{cr^2}{4} \right) \cos\theta - \frac{\sigma}{2} \cos\theta + \frac{f_1(\theta)}{r^2} \quad (c)$$

式中, $f_1(\theta)$ 为 θ 的任意函数. 由于当 $r=0$ 处 $\tau_{r\theta}$ 的值应为有限, 故 $f_1(\theta)$ 应为零. 于是

$$\tau_{r\theta} = \left(\frac{a}{2} + \frac{br}{3} + \frac{cr^2}{4} \right) \cos\theta - \frac{\sigma}{2} \cos\theta \quad (2.11)$$

沿 r 方向的平衡方程为:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (d)$$

将(2.10)式和(2.11)式代入上式, 有

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_r) = a + br + cr^2 - \left(\frac{a}{2} + \frac{2br}{3} + \frac{3cr^2}{4} - \frac{\sigma}{2} \right) \sin\theta \quad (e)$$

由上式的通解可得

$$\sigma_r = a + \frac{br}{2} + \frac{cr^2}{3} - \left(\frac{a}{2} + \frac{1}{3} br + \frac{cr^2}{4} - \frac{\sigma}{2} \right) \sin\theta + \frac{f_2(\theta)}{r} \quad (f)$$

式中, $f_2(\theta)$ 为 θ 的任意函数. 因在 $r=0$ 处 σ_r 不能取无穷大值, 故应取 $f_2(\theta)$ 为零. 于是可有

$$\sigma_r = a + \frac{br}{2} + \frac{cr^2}{3} - \left(\frac{a}{2} + \frac{1}{3} br + \frac{cr^2}{4} - \frac{\sigma}{2} \right) \sin\theta \quad (2.12)$$

式(2.10)(2.11)及(2.12)中的待定常数可如下求出:

由条件(2.9), 可得

$$a = \sigma \quad (2.13)$$

再将(2.10)式代入条件(2.2)和条件(2.3), 并注意到(2.13)式, 可得

$$\frac{h}{2}b + \frac{h^2}{3}c = -\sigma \quad (g)$$

$$\frac{h}{3}b + \frac{h^2}{4}c = 0 \quad (h)$$

联立求解上式, 可得

$$b = -\frac{18\sigma}{h}, \quad c = \frac{24\sigma}{h^2} \quad (2.14)$$

将求得的 a 、 b 及 c 的值代入式(2.10)、(2.11)及(2.12), 我们就得到了各应力分量的表达式如下:

$$\sigma_r = \sigma \left(1 - 9\frac{r}{h} + 8\frac{r^2}{h^2} \right) + 6\sigma \frac{r}{h} \left(1 - \frac{r}{h} \right) \sin\theta \quad (2.15)$$

$$\sigma_\theta = \sigma \left[1 - \frac{6r}{h} \left(3 - 4\frac{r}{h} \right) (1 - \sin\theta) \right] \quad (2.16)$$

$$\tau_{r\theta} = -6\sigma \frac{r}{h} \left(1 - \frac{r}{h} \right) \cos\theta \quad (2.17)$$

容易证明, 上述三式满足了所有前述的条件。事实上, 条件(2.2)、(2.3)和(2.9)已在确定待定常数 a 、 b 及 c 时得到了满足; 由(2.17)式, 知当 $\theta=0$ 处有

$$\tau_{r\theta}(r, 0) = -6\sigma \frac{r}{h} + 6\sigma \frac{r^2}{h^2} \quad (i)$$

将它代入(2.1)式, 可见

$$\int_0^h \tau_{r\theta}(r, 0) l dr = \int_0^h \left(-6\sigma \frac{r}{h} + 6\sigma \frac{r^2}{h^2} \right) l dr = -p \quad (j)$$

可见条件(2.1)也满足; 在 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 处, 知 $\sigma_\theta = \sigma$ 为一常量, 由此可知条件(2.4)和条件(2.5)亦已满足; 由(2.17)式, 知 $\theta = \pi/2$ 处 $\tau_{r\theta}(r, \pi/2) = 0$, 故条件(2.6)也已满足; 而由(2.15)和(2.17)二式, 知当 $r=h$ 处, $\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$, 所以条件(2.7)和(2.8)亦已满足; 从行文中看到, 条件(2.10)和(2.11)也是满足了的。

当然, 将上述应力分量的表达式代入Hooke定律并应用位移和应变的关系式, 我们可以求得各应变分量和位移分量, 因此等分量在设计工作中较少需要, 在此就不列出了。由此可见, 我们就求得了搭接焊缝中应力分布的准确解。

三、某些比较

图4(a)为Norris的结果, 当与我们求得的结果相比较后可见(参见图4(b)), Norris的结果

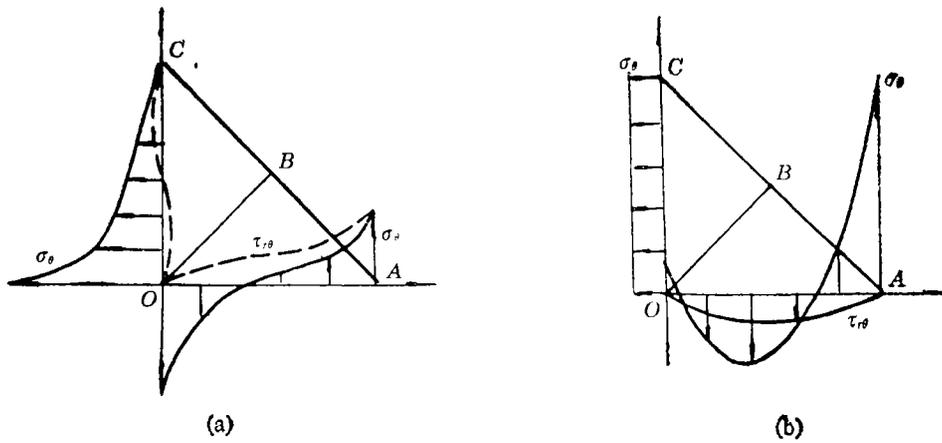


图 4

1. 在 OC 边界上的剪应力分布是错的。但由于数值不大，可能与光弹性试验的精度不够有关。因为精确解指出此剪应力应为零。

2. 在 OC 边界上的正应力分布规律全错，特别是不应有应力集中的现象存在（因为如果按 Norris 的结果来设计焊缝，此处就是强度是否够的控制点），而因值得特别指出。

3. 在 AO 边界处的应力分布也都有问题。

因此，Norris 的结果不宜用为设计的根据。

图5(a)选自 Salakian 和 Claussen 的工作，从此图可以看到，他们认为焊缝喉部的最低

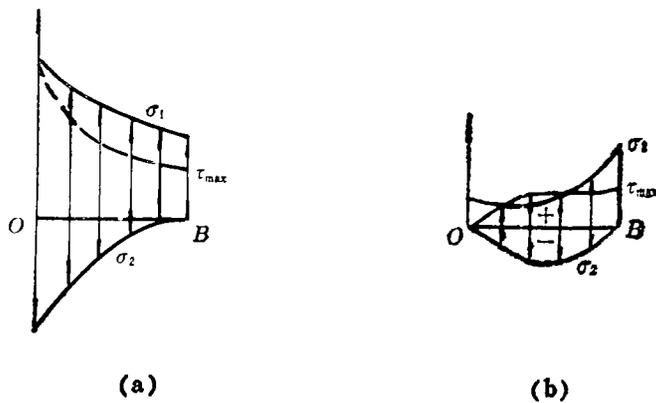


图 5

点 B 是危险点，因为该点处的正应力和最大剪应力均达到最大值。但精确解指出在该点处有

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma, \tau_{r\theta} = 0$$

即该点处于二向等值拉伸状态，而在该点处的面内任一方向均为主方向且拉应力相同。喉部的精确应力分布可参见图5(b)。

值得指出，喉部并不是应力值最大的地方。因此有必要根据 (2.15) ~ (2.17) 式来确定焊缝的强度而舍弃原来根据喉部作设计的方法。本文建议可以根据 $\theta = 0, r = h$ 处的正应力来作搭接焊缝强度计算的控制因素。这是因为由 (2.17) 式可知， $\sigma_\theta(h, 0) = 7\sigma$ ，即该处承受七倍于平均外载集度 σ 的应力，因而应予特别注意。

参 考 文 献

- [1] C. H. Norris, Photoelastic investigation of stress distribution in transverse fillet welds, *Welding Journal*, 24(1945), 557.
- [2] J. E. Shigley and C. R. Mischke, *Mechanical Engineering Design*, Fifth ed., McGraw-Hill Book Co., New York(1989), 1—779.
- [3] A. G. Salakian and G. E. Claussen, Stress distribution in fillet welds: A review of the literature, *Welding Journal*, 16(1937), 1—24.
- [4] M. Faires Virgil, *Design of Machine Elements*, Fourth ed., Macmillon Company, New York(1965), 624.
- [5] R. M. Phelan, *Fundamentals of Mechanical Design*, McGraw-Hill Book Co., Third ed., New York(1970), 1—678.
- [6] M. Kutz and others, *Mechanical Engineers Handbook*, John-Wiley and Sons, New York(1986), 1—2316.

An Exact Solution on the Stress Analysis of Fillet Welds

Xue Dawei

(The University of Macau)

Abstract

An exact solution on the stress distribution of fillet welds is obtained in this paper. This solution can be used not only for estimating the accuracy of the present design method of fillet welds but also for establishing a new design method.

Key words fillet weldment; stress distribution, theory of elasticity