

突然扩张方管中三维湍流流动的数值模拟

郭加宏¹ 徐弘一²

(蔡树棠推荐, 1995年1月23日收到)

摘 要

本文运用SIMPLEC算法计算了突然扩张方管中的三维湍流流动, 湍流模型采用 $k-\epsilon$ 模型。计算结果详细反映了突然扩张方管中三维湍流流场。从本文结果可以看出, 由于突然扩张方管几何形状非轴对称, 且尺寸有限, 边壁对流场的作用是不可忽略的。以往文献中常见的二维突然扩张湍流的数值模拟结果与三维情况有较大差别, 在靠近边壁的区域差别很大, 因此对于突然扩张方管中湍流流动的数值模拟应用三维模拟。本文计算所得突然扩张截面后主回流区长度与实验结果接近。本文方法可为数值模拟突然扩张方管中湍流流场及各物理参数的分布提供有效工具。

关键词 突然扩张方管 三维 湍流 数值模拟

一、前 言

在突然扩张方管内的湍流流动具有很复杂的流动图象。由于管道面积的突然扩张, 在面积突然变化的截面后面存在着回流、分离、重附和剪切等流动现象, 因此对突然扩张方管中湍流流动进行数值模拟研究具有重要的理论意义。突然扩张管道在能源、动力、化工、环保等部门有着广泛的应用, 因此对突然扩张方管中湍流流动的数值模拟也有很大的实用价值。国内外有关这方面研究的文献很多, 但是这些文献几乎都限于二维的突然扩张湍流的数值模拟。由于突然扩张方管几何形状非轴对称且尺寸有限, 边壁的影响已不能忽略, 简化的二维数值模拟与真实情况有较大差别, 特别在靠近边壁的区域内差别更大, 因此有必要进行三维湍流流动的数值模拟。

本文运用SIMPLEC方法求解三维湍流方程组, 计算了突然扩张方管中三维湍流流场。湍流模型采用 $k-\epsilon$ 模型。结果详细反映了突然扩张方管中三维湍流流场中的回流、分离、重附和剪切等流动现象及其空间分布状况。计算所得主回流区长度接近实验结果, 说明本文方法是可靠的, 可为突然扩张方管中的湍流流动提供有效的数值模拟分析方法。

二、三维湍流方程组

本文描述突然扩张方管中三维湍流的控制方程组为三维不可压Navier-Stokes方程, 湍

1 上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072

2 加拿大昆士大学, K7L, 3N6

流模型为 k - ε 模型, 具体形式如下:

连续方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

运动方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k u_i) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu_e \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \right] \quad (2.2)$$

k -方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \rho \varepsilon \quad (2.3)$$

ε -方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.4)$$

其中:

$$\mu_e = \mu + \mu_t, \quad \mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$$

$$G_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$$

$$C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

三、三维湍流方程组的离散方法

本文采用SIMPLEC算法离散上述三维湍流方程组, 方程(2.1)~(2.4), 可写成如下的三维通用方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i} (J_i) = S \quad (i=1, 2, 3) \quad (3.1)$$

其中: $J_i = \rho u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (i=1, 2, 3)$

在图1所示的控制容积上对方程(3.1)积分可得:

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_v \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial J_i}{\partial x_i} \right] d v d t = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_v S d v d t \quad (3.2)$$

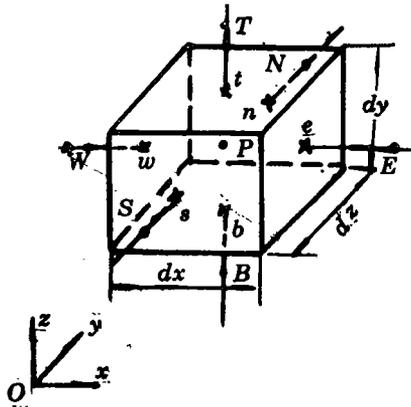


图1 控制体积示意图

其中: $dv = dx_1 dx_2 dx_3$ 。采用全隐格式离散时间导数项, 假设整个控制容积的物理参量由控制容积中心点所决定, 并将源项作线性化处理, 由(3.2)式可得:

$$\frac{(\rho_p \phi_p - \rho_p^o \phi_p^o) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s + J_t - J_b = (S_p \phi_p + S_o) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (3.3)$$

其中:

$$J_j = \left\{ (JdA)_j \right\}_{\text{over interface } j} \quad (j = e, w, n, s, t, b)$$

不带上标“ o ”的值均认为是所要求解的时间层上的值。

对连续方程在控制容积上进行积分可得:

$$\frac{(\rho_p - \rho_p^o) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}{\Delta t} + F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b = 0 \quad (3.4)$$

以 ϕ_p 乘连续方程再与前通用公式(3.3)相减可得:

$$\begin{aligned} & \rho_p^o (\phi_p - \phi_p^o) \frac{\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}{\Delta t} + (J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p) + (J_n - F_n \phi_p) \\ & \quad - (J_s - F_s \phi_p) + (J_t - F_t \phi_p) - (J_b - F_b \phi_p) \\ & = (S_p \phi_p + S_o) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \end{aligned} \quad (3.5)$$

其中 F_j 表示控制面 j ($j = e, w, n, s, t, b$)上的对流强度量

$$F_j = (\rho u)_j A_j$$

因此, 控制容积各控制面上的通量表示式可写为:

$$\left. \begin{aligned} J_j - F_j \phi_p &= a_j (\phi_p - \phi_j) \quad (j = e, n, t) \\ J_j - F_j \phi_p &= a_j (\phi_j - \phi_p) \quad (j = w, s, b) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_j &= D_j A (|P_j|) + [-F_j, 0] \quad (j = e, n, t) \\ a_j &= D_j A (|P_j|) + [F_j, 0] \quad (j = w, s, b) \end{aligned}$$

并引入了控制面上的表征扩散传导性的量

$$D_j = \Gamma_j A_j / (\delta x)_j \quad (j = e, w, n, s, t, b)$$

以及由此得到的控制面 j 上的Peclet数

$$P_j = F_j / D_j$$

$A(|P_j|)$ 是 P_j 的函数, 本文采用乘方定律格式的函数关系式。

将上述各式代入(3.5)式, 前通用方程的离散式可写为:

$$a_p \phi_p = a_e \phi_e + a_w \phi_w + a_n \phi_n + a_s \phi_s + a_t \phi_t + a_b \phi_b + b \quad (3.7)$$

其中:

$$\begin{aligned} b &= S_o \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 + \bar{a}_p^o \phi_p^o, \quad \bar{a}_p^o = \rho_p^o \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 / \Delta t \\ a_p &= a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b + \bar{a}_p^o - S_p \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \end{aligned}$$

方程离散后得到的离散方程的求解采用TDMA法和line-by-line方法, 并运用块修正技术加速方程的收敛解过程。

本文计算了如图2所示的突然扩张方管内三维湍流流场, 边界条件如下:

- 1) 进口: 均匀流速 $u = U_{in}$, $v = w = 0$, $k = 0.001 U_{in}^2$ 和 $\epsilon = C_\mu k_{in}^{3/2} (0.05 H)$
- 2) 壁面: $u = v = w = k = \epsilon = 0$, 在近壁区采用壁函数方法^{15, 61}。
- 3) 出口: $\partial \phi / \partial x = 0$ ($\phi = u, v, w, k, \epsilon, p$)

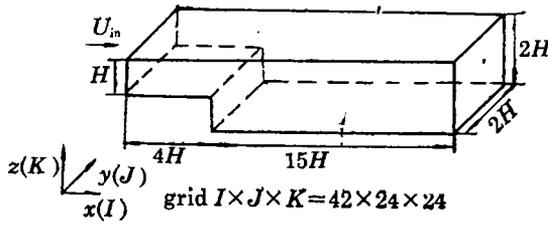


图2 突然扩张方管示意图

四、计算结果和讨论

由于突然扩张方管中三维湍流的复杂流动现象都出现在截面面积突然扩张后的管中空间，因此本文给出的结果只显示流动趋于定常时，截面面积突然扩张后管中空间内的流场情况。

图3显示了沿 x 方向各计算站上与进口面平行的各截面中的流线图；图4为沿 y 方向各计算站上与边壁平行的各截面中的流线图；图5分别显示了沿 z 方向各计算站上与底面平行的各截面中的流线图。上述各图清晰地显示了主回流区以及壁面附近出现的一些小的回流的空间分布形状和大小及流动分离和重附发生的位置。从图4和5中可以看出，边壁附近的流场比中心截面附近的流场要复杂，与通常见到的二维向后台阶湍流的数值模拟结果有很大差别，而中心截面上的流线图与二维结果较接近。其原因主要是突然扩张方管几何形状非轴对称，且尺寸有限，边壁对壁面附近的流场影响很大，已不可忽略，而对中心截面附近流场的影响相对较小。很明显，对于突然扩张方管中湍流的数值模拟应该用三维数值模拟才能得到与实际相符的结果，本文所得主回流区长为台阶高的6倍，与实验结果相近。

图6和图7分别显示各计算站上各截面中等压力线分布情况，图8为湍动能 k 的等值线分布图。

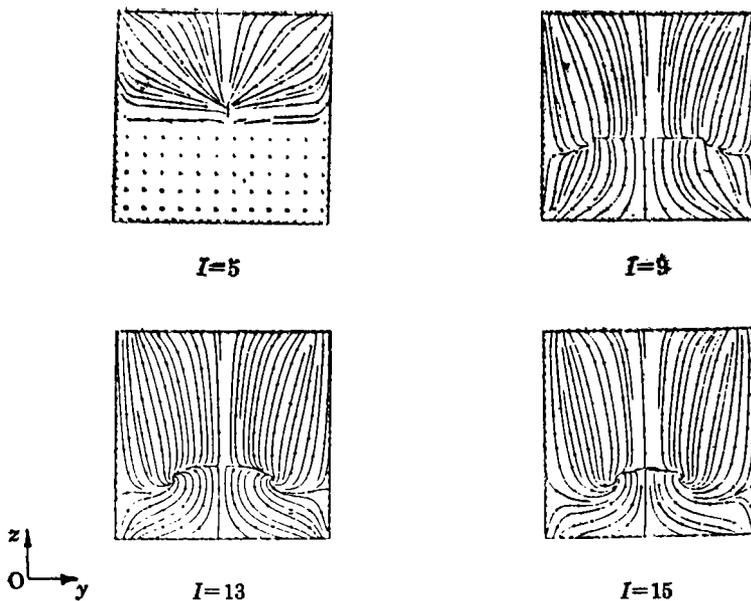


图3 突然扩张截面后与进口面平行的各截面中流线图

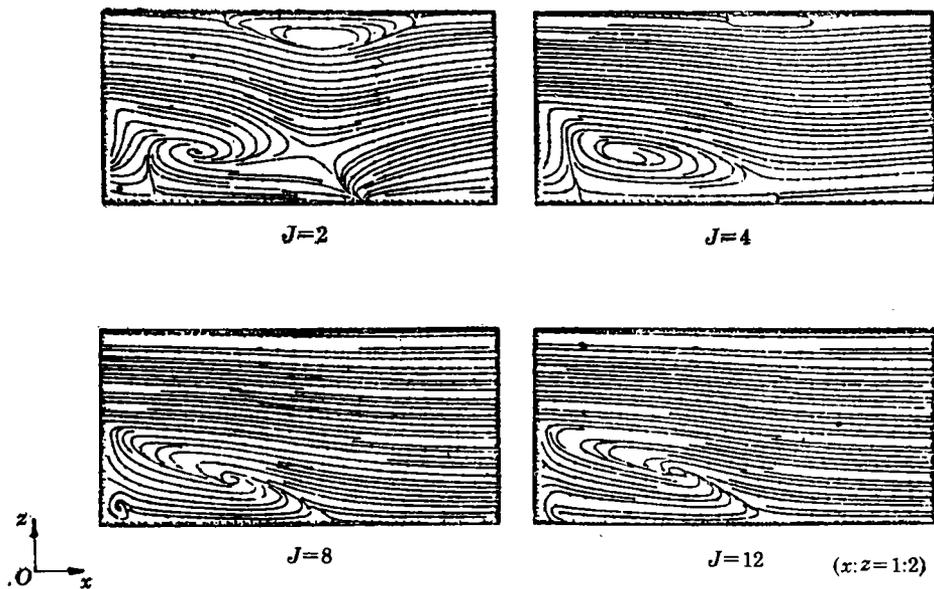


图4 突然扩张截面后与边壁平行的各截面中流线图

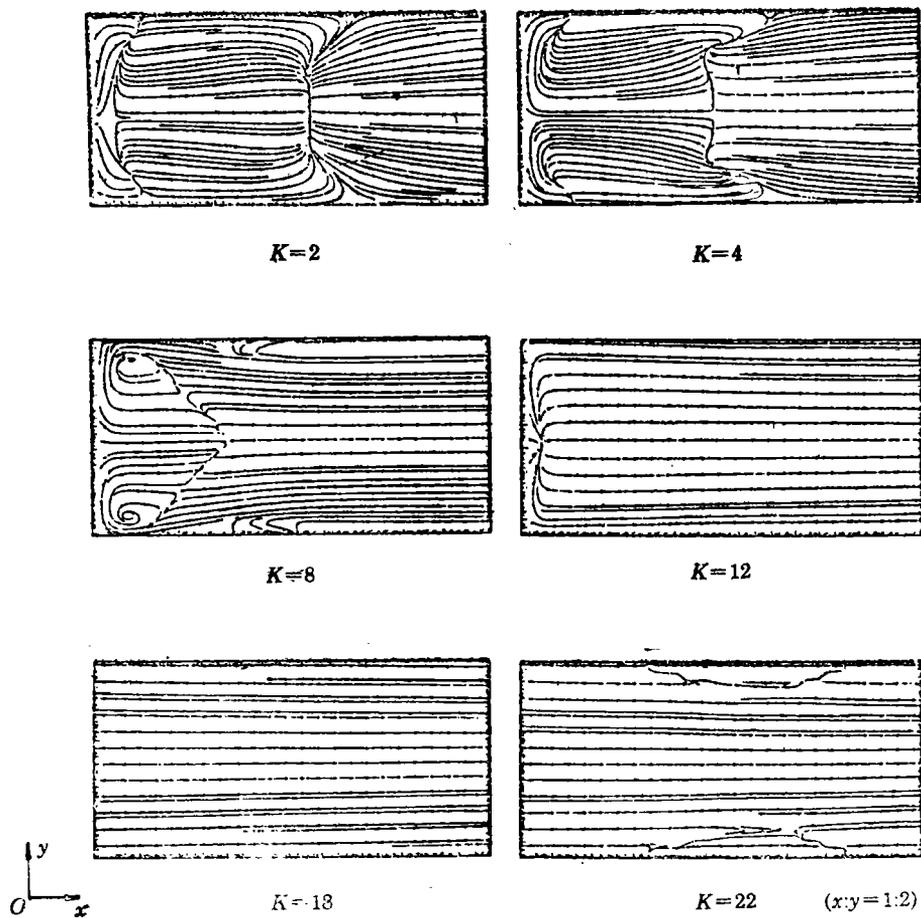


图5 突然扩张截面后与底面平行的各截面中流线图

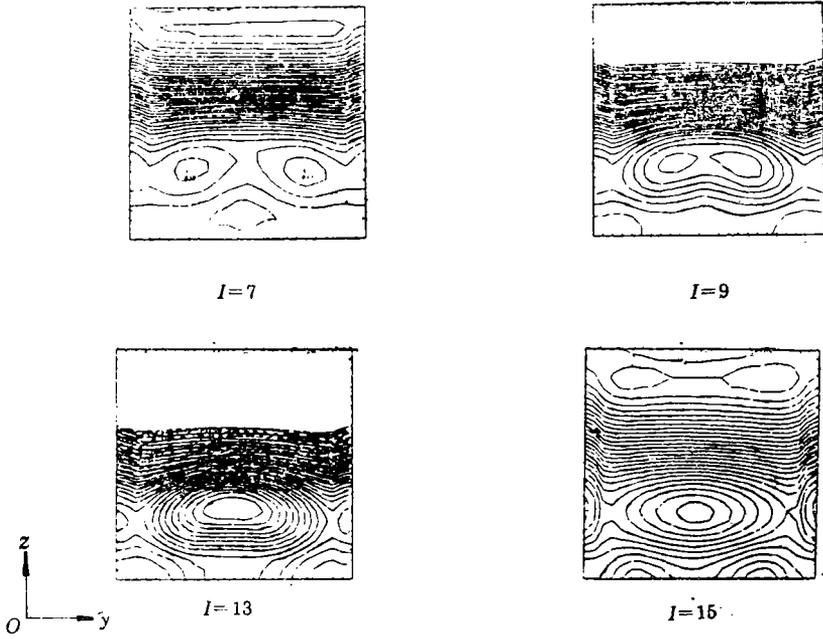


图6 突然扩张截面后与进口面平行的各截面中等压力线图

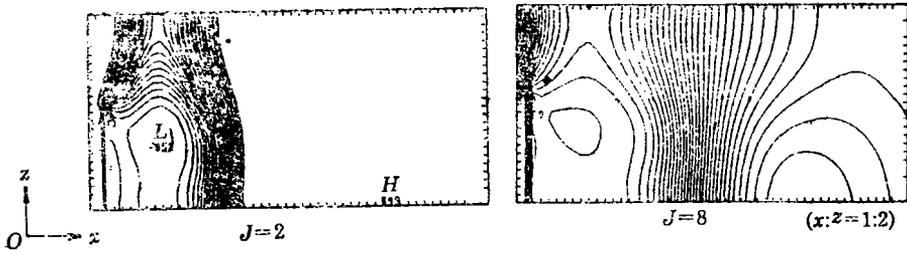


图7 突然扩张截面后与边壁平行的各截面中压力等值线图

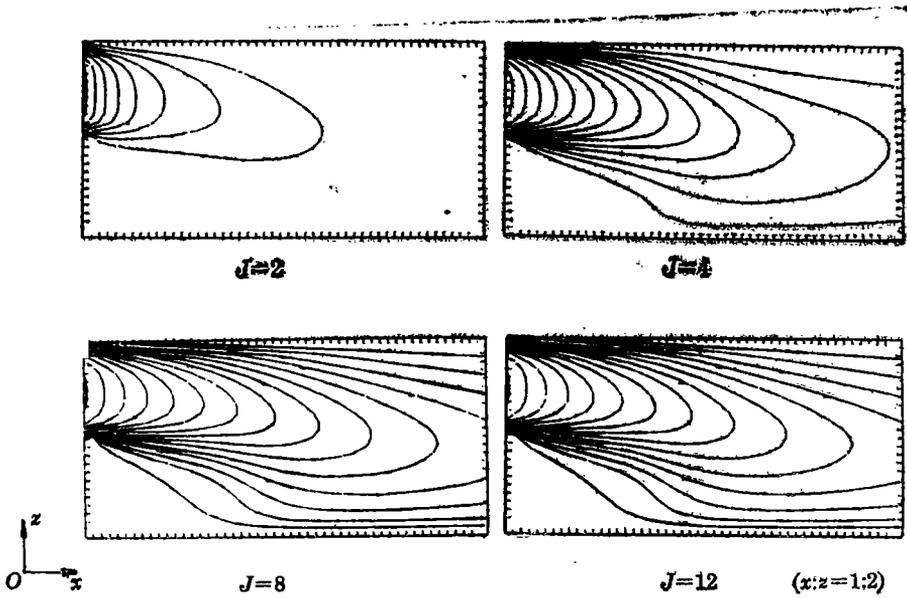


图8 突然扩张截面后与边壁平行的各截面中湍动能等值线图

五、结 论

本文成功地运用SIMPLEC算法和三维湍流 $k-\epsilon$ 模型方程组计算了突然扩张方管中的三维湍流流场。结果清晰地显示了截面面积突然扩张的截面后空间内存在的回流、分离、重附和剪切等流动现象及其空间分布情况。由于突然扩张方管几何形状非轴对称,且尺寸有限,边壁间距离有限,因而边壁对壁面附近流场影响较大,其对整个流场的影响也不可忽略。本文结果得出以下结论:突然扩张方管中湍流流场的数值模拟应该进行三维流场模拟,才能得到与实际情况相符的结果。本文所得截面面积突然扩张的截面后出现的主回流区长度约为这个台阶高度的6倍,接近实验结果。本文结果可为数值模拟突然扩张方管中湍流流场及计算各物理参数的分布状况提供有效手段。

参 考 文 献

- [1] B.E.Lauder et al., The numerical computation of turbulent flow, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3 (1974), 269—292.
- [2] S.V. Patanker, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York (1980).
- [3] J.P. Van Doormaal, et al., Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer*, 7 (1984), 147—163.
- [4] D.S.Jang, et al., Comparison of the PISO, SIMPLE and SIMPLEC algorithms for the treatment of the pressure-velocity coupling in steady flow problems, *Numerical Heat Transfer*, 10 (1986), 209—228.
- [5] B.E.Lauder and D.B.Spalding, *Lecture on Mathematical Model of Turbulence*, Academic, London (1972).
- [6] R.S. Amano, Development of a turbulence near-wall model and its application to separated and reattachment flows, *Numerical Heat Transfer*, 7 (1984), 59—75.
- [7] 倪浩清等, 浅水渠道突扩湍流浮力回流数值模拟, *力学学报*, 19(1) (1987), 45—51.
- [8] 张政, 双块修正技术——一种加快传热与流体流动数值收敛速度的方法, *工程热物理学报*, 5(4) (1984), 370—378.

Numerical Simulation of Three Dimensional Turbulent Flow in Suddenly Expanded Rectangular Duct

Guo Jiahong

*(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Shanghai University, Shanghai 200072, P.R. China)*

Xu Hongyi

(Queen's University, Canada, K7L, 3N6)

Abstract

In this paper, to numerically simulate the three dimensional turbulent flow in suddenly expanded rectangular duct, the SIMPLEC algorithm is employed to solve the incompressible Navier-Stokes equation with $k-\epsilon$ turbulence model. The numerical results show well the three dimensional turbulent flow field in the rectangular duct behind the sudden expansion cross section, and agree fairly well with the experimental result of the length of the main circumfluence. The numerical method of this paper can be applied to numerical analysis of this kind of turbulent flow.

Key words turbulent flow, three dimensional, numerical simulation, suddenly expanded rectangular duct