

含灰气体激波沿平壁传播时 诱导的边界层流动*

王柏懿¹ 陶 锋¹

(卞荫贵推荐, 1995年4月7日收到)

摘 要

本文研究含灰气体激波沿平直壁面传播过程中在壁面附近形成的层流边界层流动。我们依照双连续介质双向耦合模型处理含灰气体激波的波后流动及其诱导的边界层问题, 控制方程采用有限差分方法数值求解, 给出了激波下游两相流场特性并考虑了含灰气体激波的松弛结构对边界层流动的影响。

关键词 含灰气体 激波 边界层 松弛结构

一、引 言

含灰气体是大量微细固体颗粒悬浮在气体介质中所形成的一种两相体系。自然界风沙的运动、大气尘埃和火灾烟云的迁移, 科学技术中的粉末材料制备、气力输送、表面喷涂、煤粉燃烧、流态化反应, 甚至象粉尘爆炸、沙尘暴等灾害过程均与气固悬浮体中的流动特性密切相关。而且, 其中许多领域, 特别是国防应用中的各类问题(固体火箭的喷管流动和高速飞行器的粒子流侵蚀等)都涉到高速流动现象。因此含灰气体激波及其诱导的流动便成为两相流研究中的一个热点, 至今仍受到众多研究人员的关注^[1~4]。相对而言, 关于激波诱导两相边界层的研究较少, 而且现有的工作大多研究粉尘在激波诱导边界层的作用下的卷扬问题, 未考虑颗粒对气相流动的影响(即所谓的“单向耦合粒子轨道模型”)^[5~8]。有的工作^[9]涉及了颗粒对气流的作用但未考虑两相激波松弛结构对边界层的影响。本文采用双连续介质双向耦合模型并计入含灰气体激波的非平衡松弛效应, 从而能更真实地反映在含灰气体激波管、固体火箭发动机、超音速喷涂枪等装置中以及当爆震波在充满含灰介质的体系中传播时出现的近壁区两相边界层流动的特性。

二、数 学 表 述

本文考虑正激波以常速沿一个平直壁面传播, 波前未扰含灰气体是均匀的稀相气固悬浮

* 国家自然科学基金资助课题。

¹ 中国科学院力学研究所, 北京 100080.

体。鉴于粉尘颗粒的质量 m 和直径 d 远大于分子尺度，其热运动及Brown运动效应可以忽略不计。此外，假定粉尘为尺寸均一的惰性子，颗粒内部无温度梯度。它们通过表面摩擦和导热作用与周围气体发生动量和能量传递但没有质量交换。这里待求的物理量是波后的流动变量，即压力 p 、密度 ρ 、温度 T 和速度矢量 v_j （本文中无上标量表示无量纲参数，带上标*为有量纲参数，无下标量表示气相参数，带下标 p 为固相参数）。在固连于激波的惯性运动坐标系中（参见图1），控制两相层流流动的Navier-Stokes方程组有以下的形式：

$$(1) \text{ 气相 } \frac{\partial}{\partial x_j^*} \rho^* v_j^* = 0 \quad (2.1a)$$

$$\rho^* v_j^* \frac{\partial v_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial \tau_{ij}^*}{\partial x_j^*} + \rho_p^* F_i^* \quad (2.1b)$$

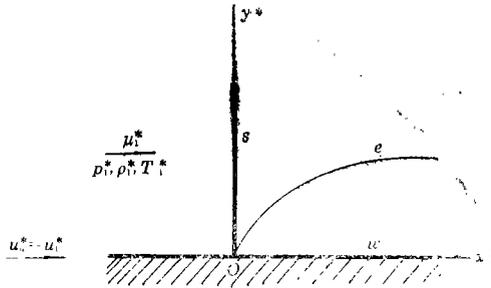


图1 固连于激波 s 的运动坐标系

$$\rho^* C_p^* v_j^* \frac{\partial T^*}{\partial x_j^*} = v_j^* \frac{\partial p^*}{\partial x_j^*} - \frac{\partial q_j^*}{\partial x_j^*} + \tau_{ij}^* \frac{\partial v_j^*}{\partial x_i^*} + \rho_p^* (\Phi^* + Q^*) \quad (2.1c)$$

$$p^* = \rho^* R^* T^* \quad (2.1d)$$

$$(2) \text{ 固相 } \frac{\partial}{\partial x_j^*} \rho_p^* v_{pj}^* = 0 \quad (2.2a)$$

$$v_{pj}^* \frac{\partial v_{ij}^*}{\partial x_j^*} = -F_i^* \quad (2.2b)$$

$$v_{pj}^* \frac{\partial T_p^*}{\partial x_j^*} = -\frac{C_p^*}{C_m^*} Q^* \quad (2.2c)$$

其中 $\tau_{ij}^* = \mu^* (\partial v_i^* / \partial x_j^* + \partial v_j^* / \partial x_i^*)$ 和 $q_j^* = -k^* \partial T^* / \partial x_j^*$ 为气体的粘性切应力张量和热流分量（其中 μ 和 k 为气体粘性系数和导热系数）； F_i^* 、 Φ^* 和 Q^* 为单位质量固相颗粒施于气相介质的粘性作用力、耗散功和热流量； C_p^* 和 C_m^* 分别为气体定压比热和颗粒材料的比热，显然气固比热比 $\alpha = C_p^* / C_m^*$ 。

对于两相流动，人们常常引进表征相间松弛过程的速度平衡长度 λ^* 。按照定义，颗粒相对于气体的滑移速度在通过这样一个长度后将减少到其初始值的 $1/e$ 。在激波诱导的流场中，基于速度平衡长度的流动Reynolds数一般是较高的，因此可以将波后流场划分为无粘外部流动和近壁边界层流动两个区域分别求解，其中的外流解将提供确定边界层流动所需的外缘条件。这一特点是通过控制方程(2.1)、(2.2)的无量纲形式进行量级分析得到的。这里我们引入下述无量纲量：

$$x = \frac{x^*}{\lambda^*}, y = \frac{y^*}{\lambda^*} \sqrt{Re}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_i^*}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_i^* u_i^{*2}}$$

$$u = \frac{u^*}{u_1^*}, \quad v = \frac{v^*}{u_1^*} \sqrt{Re}, \quad T = \frac{T^*}{T_1^*}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_1^*}$$

其中下标1表示激波阵面前的来流条件, 这里气固两相处于平衡状态. 此外, 上式中 $\lambda^* = \rho_p^* d^{*2} u_1^* / 18 \mu_1^*$ 和 $Re = \rho_1^* u_1^* \lambda^* / \mu_1^*$ (这里 ρ_p^* 为颗粒材料密度). 在无纲方程中略去一阶小量, 并假定气相为完全气体, 于是远离壁面的外部流动满足下述一维常微分方程组:

$$(1) \quad \text{气相} \quad \frac{d}{dx} \rho u = 0 \quad (2.3a)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} + \rho_p (u_p - u) \mu D \quad (2.3b)$$

$$\rho u \frac{dT}{dx} = (\gamma - 1) M_1^2 u \frac{dp}{dx} + (\gamma - 1) M_1^2 \rho_p (u_p - u)^2 \mu D + \frac{1}{3 Pr} \rho_p (T_p - T) \mu Nu \quad (2.3c)$$

$$p = \frac{1}{\gamma M_1^2} \rho T \quad (2.3d)$$

$$(2) \quad \text{固相} \quad \frac{d}{dx} \rho_p u_p = 0 \quad (2.4a)$$

$$u_p \frac{du_p}{dx} = -(u_p - u) \mu D \quad (2.4b)$$

$$u_p \frac{dT_p}{dx} = -\frac{\alpha}{3 Pr} (T_p - T) \mu Nu \quad (2.4c)$$

在近壁区, 边界层流动是二维的, 其控制方程变为:

$$(1) \quad \text{气相} \quad \frac{\partial}{\partial x} \rho u + \frac{\partial}{\partial y} \rho v = 0 \quad (2.5a)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \rho_p (u_p - u) \mu D \quad (2.5b)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= (\gamma - 1) M_1^2 u \frac{dp}{dx} + \frac{1}{Pr} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ &+ (\gamma - 1) M_1^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + (\gamma - 1) M_1^2 \rho_p \left[(u_p - u)^2 \right. \\ &\left. + \frac{1}{Re} (v_p - v)^2 \right] \mu D + \frac{1}{3 Pr} \rho_p (T_p - T) \mu Nu \end{aligned} \quad (2.5c)$$

$$p = \frac{1}{\gamma M_1^2} \rho T \quad (2.5d)$$

$$(2) \quad \text{固相} \quad \frac{\partial}{\partial x} \rho_p u_p + \frac{\partial}{\partial y} \rho_p v_p = 0 \quad (2.6a)$$

$$u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + v_p \frac{\partial u_p}{\partial y} = -(u_p - u) \mu D \quad (2.6b)$$

$$u_p \frac{\partial v_p}{\partial x} + v_p \frac{\partial v_p}{\partial y} = -(v_p - v) \mu D \quad (2.6c)$$

$$u_p \frac{\partial T_p}{\partial x} + v_p \frac{\partial T_p}{\partial y} = -\frac{\alpha}{3 Pr} (T_p - T) \mu Nu \quad (2.6d)$$

其中 $M_1 = u_1^*/a_1^*$ 为来流冻结 Mach 数, $\gamma = C_p^*/C_v^*$ 和 $Pr = C_p^*\mu^*/k^*$ 为气体比热比和 Prandtl 数, D 和 Nu 为归一化阻力系数和 Nusselt 数.

三、数值求解和结果讨论

对于外流区方程(2.3)和(2.4), 我们首先直接积分方程(2.3a)和(2.4a), 然后将方程(2.3b)、(2.3c)和(2.4b)、(2.4c)组合得到气固混合物方程并积分, 这样我们就能给出下列的微分方程和代数方程的混合方程组:

$$\frac{du_p}{dx} = -\frac{u_p - u}{u_p} \mu D \quad (3.1a)$$

$$\frac{dT_p}{dx} = -\frac{\alpha}{3Pr} \frac{T_p - T}{u_p} \mu Nu \quad (3.1b)$$

$$\rho_p = \frac{\beta}{u_p} \quad (3.1c)$$

$$u = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (3.1d)$$

$$T = u\{1 - \gamma M_1^2 [(u-1) + \beta(u_p-1)]\} \quad (3.1e)$$

$$\rho = \frac{1}{u} \quad (3.1f)$$

$$p = \frac{1}{\gamma M_1^2} \frac{T}{u} \quad (3.1g)$$

其中常系数 A 、 B 和 C 的表达式为:

$$A = \frac{\gamma+1}{2} M_1^2$$

$$B = \gamma M_1^2 [\beta(u_p - 1) - 1] - 1$$

$$C = \left[1 - \frac{\beta}{\alpha} (T_p - 1) \right] - \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 [\beta(u_p^2 - 1) - 1]$$

上述各式中 $\beta = \rho_{p1}^*/\rho_1^*$ 为颗粒载荷比. 常微分方程(3.1a)和(3.1b)可采用 Runge-kutta 方法求解给出颗粒参数 u_p 和 T_p , 而其它参数则不难由(3.1c)~(3.1g)算出. 当然计算时需要给定必要的本构关系等, 本文采用:

$$\mu^* = 1.719 \times 10^{-6} \left(\frac{T^*}{273} \right)^{0.77}$$

$$D = \frac{1}{50} Re_s + \frac{7}{6} Re_s^{0.15}$$

$$Nu = 2.0 + 0.6 Pr^{1/3} Re_s^{1/2}$$

其中 $Re_s = \rho^* [(u_p^* - u^*)^2 + (v_p^* - v^*)^2]^{1/2} d^*/\mu^*$ 为颗粒滑移 Reynolds 数. 计算中其它参数值选为: $M_1 = 1.20$, $p_1^* = 1 \text{ atm}$, $T_1^* = 300 \text{ K}$, $Pr = 0.75$, $\gamma = 1.4$, $\alpha = 1.0$, $\rho_p^* = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $d^* = 10 \mu\text{m}$. 所需的初始条件($x=0$ 处)则由冻结激波条件确定. 图2给出波后外流区的流场结构, 它呈现明显的松弛特性: 波前处于平衡态的气固两相在穿越激波阵面时出现了速度滑移和温度跃变. 在波后的松弛区内, 处于非平衡的气固两相通过阻力和传热过程交换动量和能量, 最终趋于一个新的平衡态. 计算结果表明了速度平衡长度 λ^* 的量级代表着含灰气体激波松弛区的长度, 当激波传播速度 u_1^* 一定时, 气固两相初始的非平衡程度是相同

的, 与颗粒载荷比 β 无关。但是颗粒载荷比显著地改变最终平衡态的条件, 即 β 越大, 波后平衡态下气固悬浮体的速度和温度与波前值相差越大, 而且完成松弛过程所需的距离越短。这说明颗粒载荷比增加将强化气固相间的相互作用。此外, 松弛起始阶段($x \leq 0.1$)具有准冻结流特征, β 值增加导致两相非平衡程度的增大, 甚至可能超过激波阵面处的初始偏离。不过, 在到达过渡阶段后($x \sim 0.5$), β 值愈大, 相间非平衡程度愈小。如前所述, 外部流动状况确定了边界层流动的外缘条件, 因此含灰气体激波的松弛结构是影响近壁区两相流动的重要因素。特别是外流中相间松弛过程造成了气体压力沿程递增(参见图 2(c))。这就是说, 即使在平直壁面条件下波后出现了逆压梯度。这点和纯气情况或假定波后两相处于平衡的情况均不同, 这些都会对边界层流场结构产生影响。

对于近壁区方程(2.5)和(2.6), 我们构造了隐式有限差分程序进行数值求解, 其中方程(2.5b)(2.5c)和(2.6c)(2.6d)采用六点格式离散化, 而方程(2.5a)(2.6a)和(2.6c)则采用四点格式。计算从激波阵面开始向下游推进, 本文采用的初始剖面如下:

$$\begin{aligned} u(0, y) &= 1(y=0) \text{ 和 } u_e(0)(y>0) \\ v(0, y) &= 0 \\ T(0, y) &= 1(y=0) \text{ 和 } T_e(0)(y>0) \\ u_p(0, y) &= 1, \quad v_p(0, y) = 0, \quad T_p(0, y) = 1 \end{aligned}$$

其中下标 e 表示外流区参数。关于边界条件, 边界层外缘处由外流区参数给定, 而不可渗透固体壁面处的条件为(这里假定壁面温度恒定并等于波前来流气体温度 T_1^*):

$$u(x, 0) = 1, \quad v(x, 0) = v_p(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = 1$$

这里认为气体由于粘性作用满足无滑移条件, 但是颗粒的切向速度和温度只能由相容性条件确定(下标 w 表示壁面):

$$u_{pw} \frac{du_{pw}}{dx} = -(u_{pw} - 1)\mu_w D_w \quad (3.2a)$$

$$u_{pw} \frac{dT_{pw}}{dx} = -\frac{\alpha}{3Pr} (T_{pw} - 1)\mu_w Nu_w \quad (3.2b)$$

相应的初始条件为 $u_{pw}(0) = 1$ 和 $T_{pw}(0) = 1$ 。如果假定波后外流区内气固两相立即达到平衡态(无松弛区)则需求解方程(3.2a)和(3.2b)后给出函数 $u_p(x, 0)$ 和 $T_p(x, 0)$ 的数值^[9]。本文考虑波后外流区存在松弛结构, 而且对于本问题, 激波阵面处气固两相在壁面处无滑移, 由此不难导出:

$$u_p(x, 0) = u_{pw} = 1, \quad T_p(x, 0) = T_{pw} = 1$$

基于上述条件, 图 3 给出了非平衡区内三个不同位置上的流动剖面。可以看出: 气固两相的速度和温度在 $x=0.08$ 和 0.20 处有着明显的差异, 但到处 $x=0.50$ 处已经相当接近了。这表明两相边界层粘性流动中相间弛豫过程与外流无粘流动中一样是在速度平衡长度的量级上完成的。本计算结果还揭示了含灰气体激波诱导边界层流动结构发展的一些其它特性: 随着增加颗粒载荷比 β , 气固两相非平衡程度在边界层前缘部分(准冻结流)增大但在远离激波的下游(准平衡流)反而减小。这一特点与外流区的性质类似。它一方面是边界层内相间作用增强引起的, 另一方面则是外缘边界条件的限制所致。此外, β 增加还导致了边界层位移厚度减小、壁面剪切力和热流的增加。最后, 应当说明的是, 考虑激波后外流区具有松弛结构时, 边界层流动的细致结构与假设外流区两相流动完全平衡时的结果相差甚远。对于本文所讨论的问题而言, 基于前一种考虑可以得出边界层内 $u < u_p$ 及 $T > T_p$, 而且气固两相在外缘处

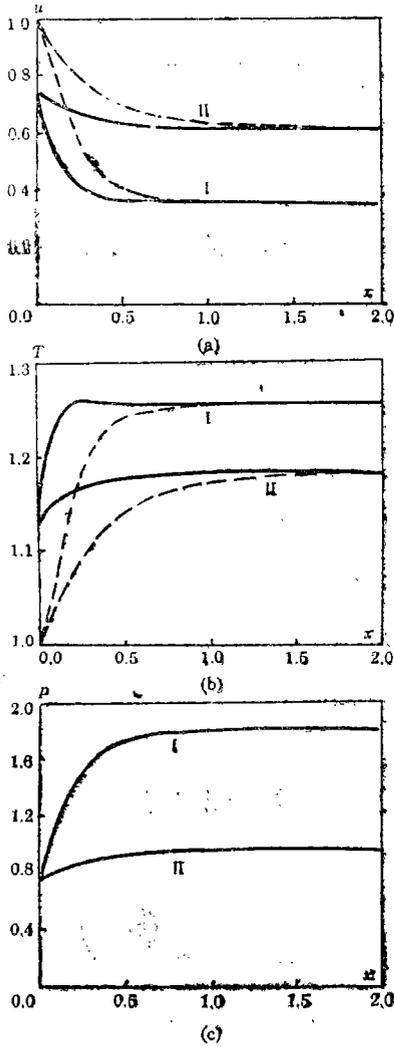


图2 外流区含灰激波松弛结构

((a)速度, (b)温度; (c)气相压力.实线: 气相;
虚线: 固相; 曲线 I: $\beta=1.0$; 曲线 II: $\beta=0.2$)

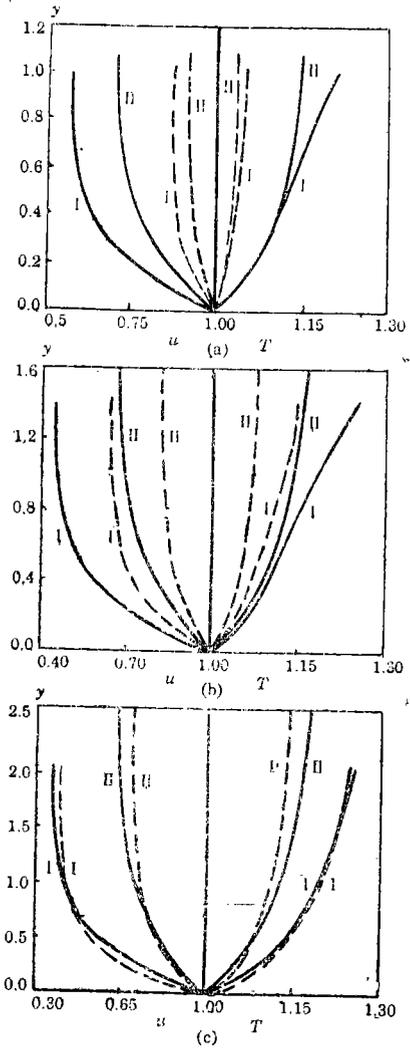


图3 近壁区含灰气体层流边界层流场结构

((a)准冻结流 ($x=0.08$); (b)过渡流 ($x=0.2$);
(c)近平衡流 ($x=0.5$).实线: 气相; 虚线: 固相;
曲线 I: $\beta=1.0$; 曲线 II: $\beta=0.2$)

滑移最大, 在壁面处无滑移; 但基于后一种假定却得出边界层内 $u > u_w$ 及 $T < T_w$, 并且气固两相在外缘处无滑移, 在壁面处滑移最大. 此外, 后者是采用平衡值作为外缘条件, 因此给出的流动剖面的法向梯度显然偏高. 因此, 含灰气体激波平衡假设只能适用于边界层充分发展的远下游准平衡区, 或者松弛区长度甚短 (激波 Mach 数或载荷比较高) 的情况. 在一般情况下, 含灰气体激波的松弛效应是应当计及的.

四、结 论

本文发展的数值模型可以有效地分析含灰气体激波沿平直壁面传播时诱导的两相层流边界层流动. 本计算结果表明相间弛豫过程是含灰气体激波诱导流动的主要特征, 计及波后松

弛结构才能真实地预报边界层流动的细致结构。

参 考 文 献

- [1] H. Miura and I. I., Glass, On a dusty-gas shock tube, *Proc. R. Soc. Lond.*, A382 (1982), 373.
- [2] O. Igra and G. Ben-Dor, Dusty shock waves, *Appl. Mech. Rev.*, 41 (1988), 379.
- [3] S. W. Kim and K. S. Chang, Reflection of shock wave from a compression corner in a particle-laden gas region, *Shock Waves*, 1 (1991), 65.
- [4] P. Borik, J. Boris, R. Hubbard, E. Oran and S. Slinker, Enhanced mixing from shockgenerated turbulence in dusty air, *Proc. of 18th Int. Symp., On Shock Waves*, (1992), 553.
- [5] C. C. Hwang., Initial stages of interaction of a shock with a dust deposit, *Int. J. Multiphase Flow*, 12 (1986), 655.
- [6] 王柏懿等, 激波诱导含灰气体边界层中的粒子分布, *力学学报*, 23 (1991), 411
- [7] Q. S. Wu and B. Y. Wang, Numerical analysis of dust particle entrainment induced by shock waves, *Proc. of Int. Symp. On Intense Dynamic Loading and Its Effects* (1992), 167.
- [8] H. Mires, Blowing model for turbulent boundary-layer dust ingestion, *AIAA J.*, 22 (1984), 1582.
- [9] 王柏懿, 含灰气体激波管侧壁层流边界层流动特征, *力学学报*, 22 (1990), 652.

Flat-Plate Boundary-Layer Flows Induced by Dusty Shock Wave

Wang Boyi Tao Feng

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P.R.China*)

Abstract

When a dusty shock wave propagates along a flat plate, laminar boundary-layer flows are formed over the solid wall. The induced boundary layer problem is numerically investigated in the present paper. Using a two-continuum medium and two-way coupling model, the governing equations for this two-phase flow system are given and then solved by the finite difference method. The calculation results indicate that the post-shock flow field is characterized by relaxation phenomenon. The effects of the relaxation structure of the dusty shock wave on the boundary layer are discussed in detail.

Key words dusty gas, shock wave, boundary layer, relaxation structure