

成形过程数值模拟的非增量时-空算法*

柳葆生¹ 陈大鹏¹ 刘 渝¹

(1996年4月22日收到)

摘 要

本文针对计及几何、材料、接触摩擦等耦合作用的高度非线性的加工成形过程数值模拟和计算分析工作, 建议了非增量时-空求解算法。本文的非增量算法, 系在整个时间域和空间域上迭代求解, 与常见的 Newton-Raphson 算法明显不同。本文所附算例, 进一步说明了本算法的正确性和可行性。

关键词 成形过程 数值模拟 非增量算法 时-空函数

一、概 论

成形过程数值模拟的研究可以缩短确定成型工艺的周期、降低费用, 对机械制造业具有重大意义。由于多重非线性并存, 在基础理论、数值方法方面、遇到很大障碍, 难以实际应用。在处理过程问题的时间因素时, 多采用增量算法, 划分细小增量, 导致收敛困难和低效率^[1,2,3]。对于工程实例, 会造成巨大计算量。

与传统方法不同, 非增量算法提出将整个加载过程当作唯一增量处理的构思。P. Ladeveze 曾首次在小变形弹塑性范围提出大时间增量法^[4,5,6], 并应用于某些研究课题^[7,8,9,10,11]。本文将在大变形成型过程数值模拟的基础上, 讨论非增量算法构思的实施与发展^[12], 着重于时间过程因素的表达和求解。由于在整个时间过程上迭代求解, 故大幅度减少全局求解数量, 而全局求解代价与离散模型的自由度数成幂级数关系^[13,14]。变量由时间函数和空间函数的乘积构成^[13]。

二、问题及方法的描述

过程时间 $t \in [0, T]$ 。初始时刻 $t=0$ 时工件构形为 V , 工件的边界划分为三个互不相连的部分: S_1 为位移 \bar{U} 给定边界, S_2 为载荷 \bar{F} 给定边界, S_3 为可能与模具发生接触摩擦关系的边界^[15,16,17]。初始质点坐标 M 在时刻 t 的即时位置 $M_t = M + u(M, t)$; u 为单值连续位移场。 V_t 为时刻 t 时 V 通过 u 转变成的构形, 边界依同理转变为对应的三部分, 见图1。

* 国家自然科学基金资助项目。

1 西南交通大学计算工程科学研究所, 成都 610031。

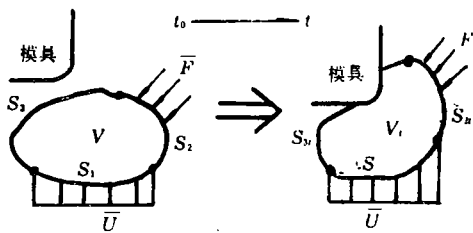


图1 力学模型

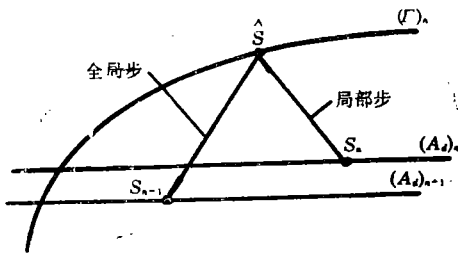


图2 迭代解图示

在 S_2 边界上引入两个新变量：载荷 q 和位移 v ^[18,19]。以 p 代表 Piola-Kirchhoff 第一应力张量， F 代表变形梯度张量； $F = I + \frac{du}{dM}$ ， I 为单位张量；则问题的变量空间为 $S = (F, v, p, q)$ 。

为描述虚应变率场和虚应力率场，定义静态许可至0和机动许可至0集 S_A 和 K_A ：

$$U = \{u | u = u(M, t), u|_{S_1} = 0, u|_{t=0} = 0\} \tag{2.1}$$

$$K_A = \left\{ (\dot{F}, \dot{v}) | \exists u \in U, \dot{F} = \frac{d\dot{u}}{dM}, \dot{v} = \dot{u}|_{S_2} \right\} \tag{2.2}$$

$$S_A = \left\{ (\dot{p}, \dot{q}) | \forall (F^*, v^*) \in K_A, \int_0^T \left[\int_V Tr(\dot{p}^T F^*) dV + \int_{S_2} \dot{q}^T v^* dS \right] dt = 0 \right\} \tag{2.3}$$

式中，变量上标 T 为转置符号。

忽略体力不计，力学问题可写出如下：

$$\bullet F = I + \frac{du}{dM}, u|_{S_1} = \bar{u}, v = u|_{S_2} \tag{2.4}$$

• (p, q) 符合条件：

$$\int_V Tr[p^T F^*] dv + \int_{S_2} q^T v^* dS = \int_{S_2} \bar{F} u^* dS \quad (\forall u^* \in K_A) \tag{2.5}$$

$$\bullet \dot{F} = A(P, \tau, \tau \leq t) \quad (\text{材料本构关系}^{[20,21]}) \tag{2.6}$$

$$\bullet R(q, \dot{v}) \quad (\text{接触与摩擦关系}^{[22,23]}) \tag{2.7}$$

$$\text{定义 } A_n = \{S | S \text{ 满足}(2.4)(2.5)\} \tag{2.8}$$

$$\Gamma = \{S | S \text{ 满足}(2.6)(2.7)\} \tag{2.9}$$

A_n 为全局线形集，满足静态许可和机动许可条件， Γ 则包括所有的局部非线性问题。

在 $V \times [0, T]$ 和 $S_2 \times [0, T]$ 内，将每一迭代分为二步。第一步为局部步，从一个静态许可解 $S_n \in A_n$ 出发，求得解 $\hat{S} \in \Gamma$ 。第二步为全局步，由 \hat{S} 出发，求得一个新的解 $S_{n+1} \in A_n$ ，优于 S_n 。逐步收敛至精确解 $S_0 = A_n \cap \Gamma$ 附近，见图2。

两步各自的寻找方向为：

$$\left. \begin{aligned} \text{局部步} \quad & \hat{p} - \hat{p}_n = -K_0(\hat{F} - \hat{F}_n) \quad (\text{在 } V \times [0, T]) \\ & \hat{q} - \hat{q}_n = -k(\hat{v} - v_n) \quad (\text{在 } S_2 \times [0, T]) \end{aligned} \right\} \tag{2.10}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{全局步} \quad & \hat{p} - \hat{p}_{n+1} = K_0(\hat{F} - \hat{F}_{n+1}) \quad (\text{在 } V \times [0, T]) \\ & \hat{q} - \hat{q}_{n+1} = k(\hat{v} - v_{n+1}) \quad (\text{在 } S_2 \times [0, T]) \end{aligned} \right\} \tag{2.11}$$

式中 K_0 为材料线弹性系数， k 为表面刚性参数^[15]。各变量的第 n 次迭代修正值为

$$\Delta S_n = (\Delta \dot{p}_n, \Delta \dot{F}_n, \Delta \dot{q}_n, \Delta \dot{v}_n) \tag{2.12}$$

考虑(2.10)(2.11)式和(2.4)(2.5)式, 全局变分问题可写为: 寻找 ΔS_n , 满足

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{p}_n - K_0 \Delta \dot{F}_n &= 2K_0(\dot{F}_n - \dot{F}^*) \quad (\text{在 } V \times [0, T]) \\ \Delta \dot{q}_n - k \Delta \dot{v}_n &= 2k(v_n - \hat{v}) \quad (\text{在 } S \times [0, T]) \end{aligned} \right\} \tag{2.13}$$

$$\left. \begin{aligned} (\exists u_n \in U), \Delta \dot{F}_n &= \frac{d \Delta \dot{u}_n}{dM}, \Delta \dot{v}_n = \Delta \dot{u}_n \Big|_{S_3} \\ (u^* \in K_A), \int_0^T \left\{ \int_V Tr[\Delta \dot{p}_n^T F^*] dV + \int_{S_3} \Delta \dot{q}_n^T v^* dS \right\} dt &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{2.14}$$

消去静态变量 $\Delta \dot{p}_n$ 和 $\Delta \dot{q}_n$ 后, 未知量 $\Delta \dot{F}_n, \Delta \dot{v}_n$ 即成为位移变分解: 寻找 $(\Delta \dot{F}_n, \Delta \dot{v}_n)$, 满足

$$\begin{aligned} (\Delta \dot{F}_n, \Delta \dot{v}_n) &\in K_A \quad (\forall (F^*, v^*) \in K_A) \\ \int_V \int_0^T Tr[F^{*T} K_0 \Delta \dot{F}_n] dt dV + \int_{S_3} \int_0^T v^{*T} k \Delta \dot{v}_n dt dS \\ &= 2 \int_V \int_0^T Tr[F^{*T} (\dot{p}_n - \dot{p})] dt dV + 2 \int_{S_3} \int_0^T v^{*T} (\dot{q}_n - \dot{q}) dt dS \end{aligned} \tag{2.15}$$

相反, 通过消去机动变量 $(\Delta \dot{F}_n, \Delta \dot{v}_n)$, 未知量 $(\Delta \dot{p}_n, \Delta \dot{q}_n)$ 成为应力变分解:

寻找 $(\Delta \dot{p}_n, \Delta \dot{q}_n)$, 满足 $(\Delta \dot{p}_n, \Delta \dot{q}_n) \in S_A, \forall (p^*, q^*) \in S_A$

$$\begin{aligned} \int_V \int_0^T Tr[p^{*T} K_0^{-1} \Delta \dot{p}_n] dt dV + \int_{S_3} \int_0^T q^{*T} k^{-1} \Delta \dot{q}_n dt dS \\ = 2 \int_V \int_0^T Tr[p^{*T} (\dot{F}_n - \dot{F})] dt dV + 2 \int_{S_3} \int_0^T q^{*T} (v_n - \hat{v}) dt dS \end{aligned} \tag{2.16}$$

式(2.17)给出了非增量算法解的表达式, 其中, 以乘积形式分别表示时间和空间因素的影响, 且有 $m \in [1, 3]$,

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{u}_n &= \sum_{i=1}^m g_i(t) \omega_i(M), \quad \Delta \dot{F}_n = \sum_{i=1}^m g_i(t) \alpha_i(M) \\ \Delta \dot{v}_n &= \sum_{i=1}^m g_i(t) \gamma_i(M), \quad \Delta \dot{p}_n = \sum_{i=1}^m h_i(t) \beta_i(M) \\ \Delta \dot{q}_n &= \sum_{i=1}^m h_i(t) \delta_i(M), \quad \sigma_i = \frac{d \omega_i}{dM} \cdot \gamma_i = \sigma_i \Big|_{S_3} \end{aligned} \right\} \tag{2.17}$$

三、在局部步预求时间函数

对局部步, 以下式表达动态变量修正值

$$\Delta \dot{F}(M, t) = \dot{F} - \dot{F}_n \cong \sum_{i=1}^m g_i(t) \cdot \alpha_i(M) \quad \Delta \dot{v}(M, t) = \hat{v} - v_n \cong \sum_{i=1}^m g_i(t) \cdot \gamma_i(M) \tag{3.1}$$

为有确定解, 将 $g_i(t)$ 规格化为 $\int_0^T g_i(t) g_i(t) dt = 1$

1. 一阶近似 (考虑 $m=1$)

为取得(3.1)的近似, 应使差值 $\Delta \dot{F} - g(t) \cdot \alpha(M)$ 和 $\Delta \dot{v} - g(t) \cdot \gamma(M)$ 最小, 求下式极值

$$L=L(\mathbf{g}, \hat{\alpha}, \hat{\gamma})=\int_0^T \|\Delta \hat{\mathbf{F}}-\mathbf{g}(t) \hat{\alpha}(M)\|_{(1)}^2 dt+\int_0^T \|\Delta \hat{\mathbf{v}}-\mathbf{g}(t) \hat{\gamma}(M)\|_{(2)}^2 dt \quad (3.2)$$

$$\text{算符}\|X\|_{(1)}^2=\int_V X^T K_0 X dV, \|X\|_{(2)}^2=\int_V X^T k X dV \quad (3.3)$$

问题成为: 寻找 $\mathbf{g}, \hat{\alpha}, \hat{\gamma}$, 有

$$\nabla \delta \alpha, \nabla \delta \gamma, \nabla \delta \mathbf{g}, \delta L(\mathbf{g}, \hat{\alpha}, \hat{\gamma})=0 \quad (3.4)$$

使用 $\mathbf{g}(t)$ 规格化条件, 可得欧拉方程

$$\hat{\alpha}=\int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{F}} dt, \hat{\gamma}=\int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{v}} dt \quad (3.5)$$

代回(3.2), 可将 L 极小值问题化为

$$\text{Sup } M_1=\left\| \int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{F}} dt \right\|_{(1)}^2+\left\| \int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{v}} dt \right\|_{(2)}^2 \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \mathbf{g}, \int_0^T \mathbf{g}(t) \mathbf{g}(t) dt=1 \end{array} \right.$$

由拉氏乘子引入规格化条件, 于是问题成为

$$\delta \left\{ \left\| \int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{F}} dt \right\|_{(1)}^2+\left\| \int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{v}} dt \right\|_{(2)}^2+\lambda \left[\int_0^T \mathbf{g} \mathbf{g} dt-1 \right] \right\}=0 \quad (3.7)$$

并进一步演化为对 A 算子求本征值 λ 和相应本征向量 \mathbf{g} 的问题:

$$\mathbf{g} \Rightarrow A(\mathbf{g})=\int_V \text{Tr}[\Delta^T \hat{\mathbf{F}} K_0 \left(\int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{F}} dt \right)] dV+\int_{S_3} \Delta \hat{\mathbf{v}}^T k \left(\int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{v}} dt \right) dV \quad (3.8)$$

这里, 算子 A 对称正定. M_1 的极大值可由与最大本征值 λ_1 对应的本征向量 \mathbf{g}_1 获得.

2. 二阶近似

在一阶近似 $\mathbf{g}_1 \hat{\alpha}_1$ 和 $\mathbf{g}_1 \hat{\gamma}_1$ 的基础上, 增加二阶修正项 $\mathbf{g}_2 \hat{\alpha}_2$ 和 $\mathbf{g}_2 \hat{\gamma}_2$, 按相同方式定义二阶近似值:

$$\hat{X}=\Delta \hat{\mathbf{F}}-\mathbf{g}_1(t) \hat{\alpha}_1(M), \hat{x}=\Delta \hat{\mathbf{v}}-\mathbf{g}_1(t) \hat{\gamma}_1(M) \quad (3.9)$$

求解方法与一阶近似, 只是以 \hat{X} 和 \hat{x} 代替 $\Delta \hat{\mathbf{F}}$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{v}}$, 即

$$\text{sup } M_2=\left\| \int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{F}} dt \right\|_{(1)}^2+\left\| \int_0^T \mathbf{g}(t) \Delta \hat{\mathbf{v}} dt \right\|_{(2)}^2 \quad (3.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \mathbf{g}, \int_0^T \mathbf{g}(t) \mathbf{g}(t) dt=1 \end{array} \right.$$

如考虑 \mathbf{g} 的两个分量, 一个沿已得 \mathbf{g}_1 方向, 另一正交于 \mathbf{g}_1 , 记作 $\bar{\mathbf{g}}$, 则有

$$\mathbf{g}(t)=c \mathbf{g}_1+\bar{\mathbf{g}}(t), \text{ 其中, } \int_0^T \mathbf{g}_1(t) \bar{\mathbf{g}}(t) dt=0 \quad (3.11)$$

且有规格化条件 $c^2+\int_0^T \bar{\mathbf{g}}(t) \bar{\mathbf{g}}(t) dt=1$. 借助关系式(3.5), 推得

$$\int_0^T \bar{\mathbf{g}} \hat{X} dt=\int_0^T \bar{\mathbf{g}} \Delta \hat{\mathbf{F}} dt, \int_0^T \bar{\mathbf{g}} \hat{x} dt=\int_0^T \bar{\mathbf{g}} \Delta \hat{\mathbf{v}} dt \quad (3.12)$$

由此得 $M_2(\bar{\mathbf{g}}_2)=M_1(\bar{\mathbf{g}}_2)$. 由拉氏乘子引入规格化条件, 则问题归结为求解下列变分方程

$$\delta \left\{ M_1(\bar{\mathbf{g}})+\lambda \left(c^2+\int_0^T \bar{\mathbf{g}} \bar{\mathbf{g}} dt-1 \right) \right\}=0 \quad (3.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow c \in R, \bar{\mathbf{g}}(t) \perp \mathbf{g}_1(t), \lambda \in R \end{array} \right.$$

其欧拉方程为

$$A(\mathbf{g}) + 2\lambda\mathbf{g} = 0, \quad c^2 + \int_0^T \mathbf{g}(t)\mathbf{g}(t)dt - 1 = 0, \quad 2c\lambda = 0 \quad (3.14)$$

上式给出 $c=0$ 。因之，这一系统的解正交于 \mathbf{g}_1 。这是一个求解本征对的问题；其中，本征值为 λ_2 。而与之对应的本征向量为 \mathbf{g}_2 。

按同样原理处理 m 阶近似。注意，各阶时间函数的规格正交变化关系为 $\int_0^T \mathbf{g}_i(t)\mathbf{g}_j(t)dt = \delta_{ij}$ 。

四、空间函数的求解

由(2.17)，位移变分求解工作(2.15)如下：求解 $\omega_j \in K_A, j \in [1, m]$ ，使得

$$\forall i \in [1, m], \quad \forall \omega_i^* \in K_A, \quad \sum_{j=1}^m \int_V Tr \left[\alpha_i^{*T} \int_0^T \mathbf{g}_i(t) K_0 \mathbf{g}_j(t) dt \alpha_j \right] dV \\ + \sum_{j=1}^m \int_{S_3} \gamma_i^{*T} \int_0^T \mathbf{g}_i(t) k \mathbf{g}_j(t) dt \gamma_j dS = -2 \int_V Tr [\alpha_i^{*T} \Phi_i] dV - 2 \int_{S_3} \gamma_i^{*T} \varphi_i dS \quad (4.1)$$

$$\text{式中} \quad \Phi_i(M) = \int_0^T \mathbf{g}_i(t) (\hat{\mathbf{p}} - \hat{p}_n) dt, \quad \varphi_i(M) = \int_0^T \mathbf{g}_i(t) (\hat{\mathbf{q}} - \hat{q}_n) dt \quad (4.2)$$

根据时间函数的规格正交变化关系，得 m 个独立的变分方程， $\forall i \in [1, m], \forall \omega_i^* \in K_A$

$$\int_V Tr [\alpha_i^{*T} K_0 \alpha_i] dV + \int_{S_3} \gamma_i^{*T} k \gamma_i dS = -2 \int_V Tr [\alpha_i^{*T} \Phi_i] dV - 2 \int_{S_3} \gamma_i^{*T} \varphi_i dS \quad (4.3)$$

对局部步，已得时间函数 $\mathbf{g}_i(t)$ 的预求值 $\hat{\mathbf{g}}_i(t)$ 。代入(4.3)，可确定动态许可至 0 的变量 ω_i ， α_i 和 γ_i ，以表达 $\Delta \hat{\mathbf{F}}_n$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_n$ 。现用另一方式把(4.3)写为： $\forall i \in [1, m], \forall (\alpha_i^*, \gamma_i^*) \in K_A$

$$\int_V Tr \{ \alpha_i^{*T} [K_0 \alpha_i + 2\Phi_i] \} dV + \int_{S_3} \gamma_i^{*T} [k \gamma_i + 2\varphi_i] dS = 0 \quad (4.4)$$

方括号内为静态许可至 0 的变量。由是可见，所采用的 m 组 (β_i, δ_i) 场变量，可由下式计算

$$\beta_i(M) = K_0 \alpha_i + 2\Phi_i, \quad \delta_i(M) = k \gamma_i + 2\varphi_i \quad (4.5)$$

注意， $\Delta \hat{\mathbf{F}}_n$ 和 $\Delta \hat{\mathbf{q}}_n$ 是分别以 β_i 和 δ_i 表达的[见(17)]。

五、时间函数的确定

由式(2.16)、(2.17)，注意到 (β_i, δ_i) 已知，故时间函数 $h_i(t)$ ，通过式(2.16)，可在以下定义的数值空间内求得。事实上，

定义 H 为 $[0, T]$ 上的实数空间，问题写为

$$(h_1, \dots, h_m) \in H^m, \quad \forall (h_1^*, \dots, h_m^*) \in H^m$$

$$\sum_{j=1}^m \int_0^T h_i^*(t) H_{ij} h_j(t) dt = \int_0^T h_i^*(t) b_i(t) dt \quad (5.1)$$

$$\text{式中} \quad H_{ij} = \int_V Tr [\beta_i^T K_0^{-1} \beta_j] dV + \int_{S_3} \delta_i^T k^{-1} \delta_j dS \quad (5.2)$$

为 $m \times m$ 阶对称常数矩阵，

$$b_i(t) = 2 \int_V Tr [\beta_i^T K_0^{-1} (\hat{\mathbf{p}} - \hat{p}_n)] dV + 2 \int_{S_3} \delta_i^T k^{-1} (\hat{\mathbf{q}} - \hat{q}_n) dS \quad (5.3)$$

这相当于在每一时间离散点求解一个 m 维线性问题

$$\sum_{j=1}^m H_{ij} h_j(t) = b_i(t) \quad (5.4)$$

与此同时, 在 (a_i, γ_i) 已知的情况下, 通过位移变分解(2.15), 按求解 $h_i(t)$ 相同方式, 可求得时间函数 $g_i(t)$ 。事实上,

$$\sum_{j=1}^m G_{ij} g_j(t) = c_i(t) \quad (5.5)$$

其中 $G_{ij} = \int_V Tr[a_i^T K_0 a_j] dV + \int_{S_3} \gamma_i^T k \gamma_j dS \quad (5.6)$

$$c_i(t) = 2 \int_V Tr[a_i^T K_0 (\dot{F} - \dot{F}_n)] dV + 2 \int_{S_3} \gamma_i^T k (\dot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_n) dS \quad (5.7)$$

由所得 $g_i(t)$ 出发, 重复四、五求解过程, 可获得更准确的结果。但对于迭代方法, 过于准确的单步计算并非必须。

六、数值实施与算例

引用 OPTFORM 有限元分析软件^[24]、AUTMESH 前处理程序, 以及作者采用图形工具软件开发的专用后处理程序, 实施本文的算法。算例取一平面应变问题, 一半径25mm的刚性圆柱压入宽80mm, 高50mm的矩形结构, 考虑分段线性强化材料(见表1)。弹性模量 $E=2 \times 10^5 \text{MP}$, 泊松比为 $\nu=0.3$ 。

表 1 材料强化特性

ϵ_p 塑性应变	0.00	0.10	0.30	0.40
σ 应力 (MP)	200.0	400.0	500.0	600.0

计及 Prandtl-Reuss 弹塑性本构关系, Von-Mises 判据, Coulomb 接触摩擦率。压入深度为15mm时, 构形及网格变形见图3。考虑到对称性, 图中只给出1/2结构的计算结果。

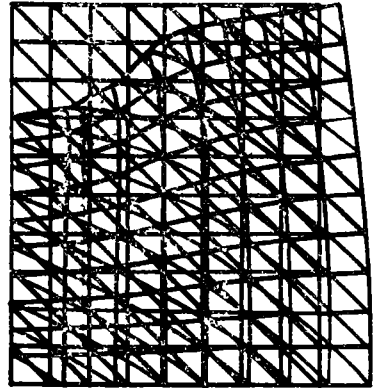


图3 压入深度15mm时的结构变形

参 考 文 献

- [1] S. Aita, E. Haug, et al, Industrial products formability analysis using 3D sheet metal forming simulation, In Chenot J. L., *The 4th Inter. Confe. on Num. Methods in Industrial Forming Processes*, Sophia France NUMIFORM92, (1992), 571—579.
- [2] G. De Saxce, Z. Q. Feng and G. Touzot Rigid-plastic implicit scheme for non-and three-dimensional analysis of metal forming by finite element method, *Engineering Computations*, 10 (1993), 49—60.
- [3] L. Penazzi, E. Haug, X. M. Ni, O. Fort and E. Di Pasquale, Engineering models of dynamic plasticity and applications to industrial simulation of crash and sheet metal stamping, *COMPLAS III Conference*, Baroelona Spain (1992).
- [4] P. Ladevèze, Sur une famille d'algorithmes en mécanique des structures, *C. R. Acad. Sciences*, Paris, série I, 300(2), (1985).
- [5] P. Ladevèze, La methode à grand increment de temps pour l'analyse de structures à comportement non lineaire decrit par variables internes, *C. R. Acad. Sciences*, Paris, 309 série I, n° 11 (1989), 1095—1099.
- [6] P. Ladevèze, New advances in the large time increment method, *New Advances in Computational Structural Mechanics*, P. Ladeveze and O. C. Zienkiewicz Ed., Elsevier, (1992), 3—21.
- [7] P. Boisse, P. Ladevèze, M. Poss and P. Rougee, A new large time increment algorithm for anisotropic plasticity, Communication I. U. T. A. M./LC.M-Symposium Yielding, Damage an Failure of Anisotropic Solids, Grenoble, (1987).
- [8] P. Boisse, Nouvel algorithme a grand incrément de temps pour le calcul des structures elatoplastiques, Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI (1987).
- [9] P. Boisse, P. Bussy and P. Ladevèze, A new approach in non linear mechanics, The Large time increment method, *Int. J. for Num. Meth.*, 29 (1990), 647—663.
- [10] J. Y. Cognard, Une nouvelle approche des problèmes de plasticité et de visoplasticité, Laméthode à grand incrément de temps, Thèse de Doctorat Universté Paris VI (1989).
- [11] J. Y. Cognard and P. Ladeveze, A large time increment approach for cyclic viscoplasticity, *Int. Journal of Plasticity*, 9 (1993), 141—157.
- [12] B. S. Liu, Simulation numérique de l'emboutissage, méthode a grand incrément de temps, Thèse de Doctorat Paris, Université Paris 6 (1992).
- [13] P. Bussy, B. S. Liu and P. Vauchez, Numerical simulation of metal forming processes, The large time increment method, In: Doltsinis I. S. eds. *Second Word Congress on Computational Mechanics*, Inter. Asso. of Compu. Mechanics, (1990), 834—837.
- [14] P. Bussy and B. S. Liu, Utilisation de la méthode a grand incrément de temps pour la simulation numérique de l'emboutissage, Lemaitre J., 10^e *Congrès Francais de Mécanique*, Paris (1991), 125—129.
- [15] 柳葆生, P. Bussy, P. Vauchez, 金属板件冲压过程的数值模拟, 西南交通大学学报, 29,

- (5) (1994), 500—505.
- [16] B. S. Liu, Prise en compte du contact dans la simulation numérique de l'emboutissage, *Mémoire de DEA, option CAO et Structure, Université Paris VI*, (1989).
- [17] P. Bézier, Courbes et Surface, *Mathématiques et CAO*, 2^e édition Hermès, (1987).
- [18] P. Bussy, B. S. Liu and P. Vauchez, New algorithm for numerical simulation of metal forming process. In: Chenot J. L., *The 4th Inter. Conferece on Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, Sophia France; NUMIFORM' 92 (1992), 433—438
- [19] 柳葆生, P. Bussy, 冲压过程数值模拟的接触与摩擦关系数值方法, *固体力学学报*, 16 (1), (1995), 74—78.
- [20] J. Lemaitre and J. L. Chaboche, *Mecanique des Materiaux solides*, Bordas, Paris (1985).
- [21] P. Bussy, Optimisation et fiabilité des calculs par éléments finis en non linéarité géométrique, *Thèse de Docteur Ingénieur, Université Paris VI* (1984).
- [22] F. Mehrez, Modélisation du Contact-Frottement dans la simulation numérique de l'emboutissage des toles, *Thèse de Doctorat, Université de Paris 6* (1991).
- [23] M. Raous, P. Chabrand and F. Lebon, Numerical methods for solving unilateral contact problems with friction, *Num. Meth. in Contact Mech.*, n° *Special J. Mec. Th. Appl.* (1988).
- [24] 柳葆生, 用大时间增量方法求解板件冲压过程的数值模拟, *中国机械工程学刊*, 5 (1995), 79—82.

A Non-Incremental Time-Space Algorithm for Numerical Simulation of Forming Process

Liu Baosheng Chen Dapeng Liu Yu

(Research Institute of Computational Engineering Science,
Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, P. R. China)

Abstract

A non-incremental time-space algorithm is proposed for numerical analysis of forming process with the inclusion of geometrical, material, contact-frictional non-linearities. Unlike the widely used Newton-Raphson counterpart, the present scheme features an iterative solution procedure on entire time and space domain validity and feasibility of the present scheme is further justified by the numerical investigation herewith presented.

Key words forming process, numerical simulation, non-incremental algorithm, time-space function