

# 各向异性介质中SH波对有衬砌的任意形半凹陷地形的散射

韩 峰<sup>1</sup> 刘殿魁<sup>1</sup>

(叶开沅推荐, 1994年2月18日第一次收到, 1996年11月22日收到最后修改稿)

## 摘 要

本文研究各向异性介质中具有衬砌的凹陷地形对SH波的散射. 采用保角映射法<sup>[1]</sup>求解了有衬砌的凹陷地形对SH波的散射和它的地面位移. 利用富氏级数展开方法, 将待解的问题归结为一组无穷代数方程组的求解问题. 由算例知, 在衬砌和凹陷地形附近的地表上, 位移幅值的变化是激烈的. 当入射波的频率增加时, 尤为显著.

**关键词** 各向异性介质 SH波 有衬砌的凹陷地形 位移幅值

## 一、前 言

研究SH波对有衬砌的任意形凹陷地形的散射问题, 在理论上和实践中均有重要意义. 特别是在工程实践中, 对人们分析和设计诸如有衬砌的渠道工程等尤为重要. 它是工程抗震设计的基础. 文献[2]利用边界数值方法对任意形有衬砌的凹陷问题进行求解, 并给出了SH波入射时, 有衬砌的三角形、矩形凹陷及其表面上应力和位移的分布.

本文将利用复变函数与保角映射的方法求解均匀、线性、各向异性介质中SH波对有衬砌的任意形凹陷地形的散射问题. 映射函数可将衬砌近似地映射成一个圆环, 结合求解全空间非圆孔中采用的和Савинн在弹性静力学求解有衬砌的非圆孔洞所使用的方法, 给出了各向异性介质中有衬砌的凹陷地形的解答. 在构造介质和衬砌中的波函数时, 应使其满足其OX轴上应力自由的边界条件. 理论研究表明: 问题的解答, 仍是一组以“域函数”为项的Laurent级数, 并利用一组正交函数序列将其展开, 将待解的问题归结为对一组无穷代数方程组的求解. 对求解无穷代数方程组的截断问题, 本文结合具体问题进行了讨论. 给出了稳态SH波入射时, 各向异性介质中有衬砌凹陷地形中衬砌及其与介质结合面处位移. 做为算例, 计算

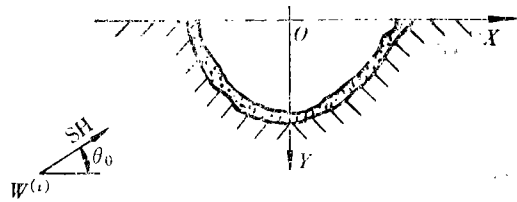


图1 SH波对任意形有衬砌凹陷地形的散射

1 北京理工大学力学工程系, 北京 100081

2 哈尔滨工程大学航天工程系, 哈尔滨 150001

了长方形凹陷地形中衬砌表面、衬砌与介质结合面上的位移。

## 二、数学模型及运动方程的解

### 2.1 简化模型

所研究的问题如图 1, 衬砌结构的内外边界分别用  $S_1, S_2$  表示. 认为衬砌内介质为均匀、线性各向同性的介质. 衬砌外空间介质为均匀、线性的各向异性的弹性介质.

利用复变函数方法处理有衬砌的任意形凹陷地形时, 则可引入保角映射函数  $Z = \omega(\lambda)$ ,  $\lambda = \rho e^{i\theta}$  将衬砌的内边界和外边界分别映射成内径  $a=1$  和外径  $b>1$  的一个圆环. 实际上, 这样的映射有一定的近似性. 如果取内边界的映射对应关系是精确的, 那么外边界的映射则是近似的.

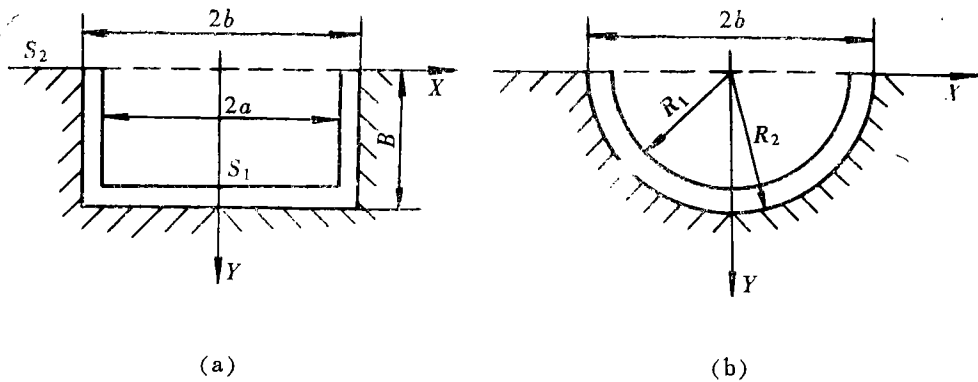


图2 有衬砌方形凹陷近似映射

### 2.2 运动方程及其解答

稳态的SH波  $W = \text{Re}[W(x, y)e^{-i\omega t}]$  在各向异性介质中传播, 其波动方程为:

$$C_{55} \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + 2C_{45} \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial Y} + C_{44} \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \rho \omega^2 W = 0 \quad (2.1)$$

其中  $C_{55}, C_{45}, C_{44}$  为弹性介质参数;  $\rho$  为介质密度;  $\omega$  为SH波的固频率.

由文献[4]知, 由方程(2.1)所决定的映射波, 且满足自由边界OX轴上应力  $\tau_{\theta z}$  为零的边界条件, 它可以展示为:

$$W^{(s)} = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(K_T |\xi(\lambda)|) \left[ \left\{ \frac{\xi(\lambda)}{|\xi(\lambda)|} \right\}^n + \left\{ \frac{\xi(\lambda)}{|\xi(\lambda)|} \right\}^{-n} \right] \quad (2.2)$$

其中

$$\xi(\lambda) = [(1-i\gamma)\omega(\lambda) + (1+i\gamma)\overline{\omega(\lambda)}] / 2$$

$$\overline{\xi(\lambda)} = [(1-i\bar{\gamma})\omega(\lambda) + (1+i\bar{\gamma})\overline{\omega(\lambda)}] / 2$$

$$\gamma = \alpha + i\beta, \quad \alpha = -(C_{45}/C_{44}), \quad \beta = (C_{55}C_{44} - C_{45}^2)^{1/2} / C_{44}$$

在复平面上, 应力可以写成:

$$\tau_{xz} - i\tau_{yz} = (C_{55} + C_{44}) \frac{\partial W}{\partial Z} + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \frac{\partial W}{\partial \bar{Z}} \quad (2.3)$$

在映射平面  $\lambda$  上, 应力表达式(2.3)可表示为:

$$\begin{aligned} \tau_{rz} - i\tau_{\theta z} = & \frac{1}{2} \left\{ [(C_{55} + C_{44})(1 - i\gamma) + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45})(1 + i\gamma)] \frac{\partial W}{\partial \xi} \right. \\ & \left. + [(C_{55} + C_{44})(1 - i\bar{\gamma}) + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45})(1 + i\bar{\gamma})] \frac{\partial W}{\partial \bar{\xi}} \right\} \frac{\lambda}{R} \frac{\omega'(\lambda)}{|\omega'(\lambda)|} \end{aligned} \quad (2.4)$$

代散射波(2.2)入(2.4), 则得到散射应力:

$$f_n^{(s)}(k_i) = K_n^{(s)}(k_i|\omega(\lambda)|) \left\{ \frac{\omega(\lambda)}{|\omega(\lambda)|} \right\}^n, \quad \bar{f}_n^{(s)}(k_i) = H_n^{(s)}(k_i|\omega(\lambda)|) \left\{ \frac{\omega(\lambda)}{|\omega(\lambda)|} \right\}^{-n}$$

$$\Omega = \frac{\lambda\omega'(\lambda)}{R|\omega'(\lambda)|}, \quad \bar{\Omega} = \frac{\overline{\lambda\omega'(\lambda)}}{R|\omega'(\lambda)|}$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz}^{(s)} = & \frac{K_T C_{55}}{4} \left\{ \left[ (a+ic) \sum_0^\infty A_n(f_{n-1}^{(1)} - \bar{f}_{n+1}^{(1)}) \right] \right. \\ & \left. + \left[ (b-ic) \sum_0^\infty A_n(f_{n+1}^{(1)} - \bar{f}_{n-1}^{(1)}) \right] \Omega \right\} + \frac{K_T C_{55}}{4} \left\{ \left[ (b+ic) \sum_0^\infty A_n(f_{n-1}^{(1)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \bar{f}_{n+1}^{(1)}) \right] - \left[ (a-ic) \sum_0^\infty A_n(f_{n+1}^{(1)} - \bar{f}_{n-1}^{(1)}) \right] \bar{\Omega} \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta z}^{(s)} = & \frac{K_T C_{55}}{4} \left\{ \left[ (-c+ia) \sum_0^\infty A_n(f_{n-1}^{(1)} - \bar{f}_{n+1}^{(1)}) \right] - \left[ (c+ib) \sum_0^\infty A_n(f_{n+1}^{(1)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \bar{f}_{n-1}^{(1)}) \right] \Omega \right\} + \frac{K_T C_{55}}{4} \left\{ \left[ (c-ib) \sum_0^\infty A_n(f_{n-1}^{(1)} - \bar{f}_{n+1}^{(1)}) \right] \right. \\ & \left. + \left[ (c+ia) \sum_0^\infty A_n(f_{n+1}^{(1)} - \bar{f}_{n-1}^{(1)}) \right] \bar{\Omega} \right\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

### 三、各向异性介质半空间中平面SH波的反射

关于 SH 波在各向异性介质半空间中的反射这一问题, 已在文献[5]中详细讨论过. 与 OX 轴成  $\theta_0$  角入射的稳态平面 SH 波, 可以写成:

$$W^{(i)} = W_0 \exp[ik_{\theta_0}(\mathbf{Z} \exp[i\theta_0] + \bar{\mathbf{Z}} \exp[-i\theta_0])/2] \quad (3.1)$$

当入射波到达自由边界时, 将产生反射, 且在自由边界上满足应力为零的边界条件. 则反射波可以写成:

$$W^{(r)} = W_0 \exp[ik_{\theta_1}(\mathbf{Z} \exp[i\theta_1] + \bar{\mathbf{Z}} \exp[-i\theta_1])/2], \quad \tan\theta_0 \geq 2C_{45}/C_{44} \quad (3.2)$$

和

$$W^{(r)} = W_0 \exp[ik_{\theta_1}(\mathbf{Z} \exp[i\theta_1] + \bar{\mathbf{Z}} \exp[-i\theta_1])/2], \quad \tan\theta_0 < 2C_{45}/C_{44} \quad (3.3)$$

在映射平面  $\lambda$  上, 入射波可写成:

$$W^{(i)} = W_0 \exp[ik_{\theta_0}(\omega(\lambda) \exp[i\theta_0] + \overline{\omega(\lambda)} \exp[-i\theta_0])/2] \quad (3.4)$$

而反射波有

$$W^{(r)} = W_0 \exp[ik\theta_1 (\overline{\omega(\lambda)} \exp[i\theta_1] + \omega(\lambda) \exp[-i\theta_1]) / 2] \quad (3.5)$$

和

$$W^{(r)} = W_0 \exp[ik\theta_1 (\omega(\lambda) \exp[i\theta_1] + \overline{\omega(\lambda)} \exp[-i\theta_1]) / 2] \quad (3.6)$$

由入射波、反射波所决定的入射应力和反射应力为:

入射应力:

$$\begin{aligned} \tau_{rz}^{(i)} = (ik\theta_0/4) \{ & [(C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_0] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[-i\theta_0]] \Omega \\ & + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[i\theta_0] + (C_{55} + C_{44}) \exp[-i\theta_0]] \overline{\Omega} \} W^{(i)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta z}^{(i)} = (ik\theta_0/4) \{ & [i(C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_0] + (i(C_{55} - C_{44}) + C_{45}) \exp[-i\theta_0]] \Omega \\ & + [(i(C_{55} - C_{44}) + 2C_{45}) \exp[i\theta_0] + i(C_{55} - C_{44}) \exp[-i\theta_0]] \overline{\Omega} \} W^{(i)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

反射应力:

$$\begin{aligned} \tau_{rz}^{(r)} = (ik\theta_1/4) \{ & [(C_{55} + C_{44}) \exp[-i\theta_1] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[i\theta_1]] \Omega \\ & + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[-i\theta_1] + (C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_1]] \overline{\Omega} \} W^{(r)} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$\tan\theta_0 \geq 2C_{45}/C_{55}$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta z}^{(r)} = -(ik\theta_1/4) \{ & [(C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_1] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[-i\theta_1]] \Omega \\ & + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[i\theta_1] + (C_{55} + C_{44}) \exp[-i\theta_1]] \overline{\Omega} \} W^{(r)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$\tan\theta_0 < 2C_{45}/C_{55}$

#### 四、稳态SH波对有衬砌凹陷地形的散射

现在讨论各向异性介质中稳态 SH 波对有衬砌的凹陷地形的散射问题, 分别给出衬砌内的波函数及其问题的边界条件.

##### 4.1 介质和衬砌内部的波

在介质中入射的稳态 SH 波, 在介质与衬砌结合面上将产生散射与折射. 在介质中散射波是外行的, 则总波场  $W_I^{(t)}$  可写成:

$$W_I^{(t)} = W^{(i)} + W^{(r)} + W^{(s)} \quad (4.1)$$

而在衬砌中, 当考虑了两个界面的折射与反射, 并注意到折射波为汇聚的, 反射波为外行的, 则衬砌内总的波场  $W_I^{(t)}$  可以写成:

$$W_I^{(t)} = \sum_0^{\infty} B_n (f_n^{(1)}(k_1) + \overline{f}_n^{(1)}(k_1)) + \sum_0^{\infty} C_n (f_n^{(2)}(k_1) + \overline{f}_n^{(2)}(k_1)) \quad (4.2)$$

其中:  $k_1 = \omega/c_s$ ,  $c_s^2 = \mu_2/\rho_2$ ,  $c_s$  为衬砌介质波速;  $\mu_2$ ,  $\rho_2$  分别为衬砌介质弹性常数与介质密度.

##### 4.2 边界条件

由式(4.1)和(4.2)知, 它们已满足了 OX 轴上应力自由的边界条件, 该问题余下的只有以下二个边界条件:

(1) 在介质与衬砌结合面 ( $R=R_1$ ) 上的连续条件:

$$W_{\mathbf{I}}^{(i)} - W_{\mathbf{I}}^{(i)} = 0 \quad (4.3)$$

$$\tau_{rZ, \mathbf{I}}^{(i)} - \tau_{rZ, \mathbf{I}}^{(i)} = 0 \quad (4.4)$$

(2) 衬砌内边界 ( $R=R_2$ ) 上应力为零的条件:

$$\tau_{rZ, \mathbf{I}}^{(i)} = 0 \quad (4.5)$$

利用这二个条件, 即可决定波函数的待定系数.

将式(4.1)和(4.2)代入式(4.3), 将散射应力、入射应力和反射应力分别代入边界条件, 则可得一方程组:

$$\sum_{j=1}^3 \sum_0^{\infty} E_n^{i,j} X_n^j = E_i, \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

其中:  $X_n^1 = A_n, X_n^2 = B_n, X_n^3 = C_n$

而  $E_n^{i,j}$  为

$$E_n^{1,1} = (k_T C_{55}/4) \{ [(a+ic)(f_{n-1}^{(1)}(k_T) - \bar{f}_{n+1}^{(1)}(k_T)) - (b-ic)(f_{n+1}^{(1)}(k_T) - \bar{f}_{n-1}^{(1)}(k_T))] \Omega \\ + [(b+ic)(f_{n-1}^{(1)}(k_T) - \bar{f}_{n+1}^{(1)}(k_T)) - (a-ic)(f_{n+1}^{(1)}(k_T) - \bar{f}_{n-1}^{(1)}(k_T))] \bar{\Omega} \}, \quad R=R_1$$

$$E_n^{1,2} = -(k_T \mu/2) \{ [f_{n-1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}}) - \bar{f}_{n+1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}})] \Omega + [(\bar{f}_{n-1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}}) - f_{n+1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}}))] \bar{\Omega} \}, \quad R=R_1$$

$$E_n^{1,3} = -(k_T^{\mathbf{I}} \mu/2) \{ [f_{n-1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}}) - \bar{f}_{n+1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}})] \Omega + [\bar{f}_{n-1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}}) - f_{n+1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}})] \bar{\Omega} \}, \quad R=R_1$$

$$E_n^{2,1} = f_n^{(1)}(k_{\mathbf{I}}) + \bar{f}_n^{(1)}(k_{\mathbf{I}}), \quad R=R_1$$

$$E_n^{2,2} = -[f_n^{(1)}(k_{\mathbf{I}}) + \bar{f}_n^{(1)}(k_{\mathbf{I}})], \quad R=R_1$$

$$E_n^{2,3} = -[f_n^{(2)}(k_{\mathbf{I}}) + \bar{f}_n^{(2)}(k_{\mathbf{I}})], \quad R=R_1$$

$$E_n^{3,1} = 0$$

$$E_n^{3,2} = (k_T^{\mathbf{I}} \mu/2) \{ [f_{n-1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}}) - \bar{f}_{n+1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}})] \Omega + [\bar{f}_{n-1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}}) - f_{n+1}^{(1)}(k_{\mathbf{I}})] \bar{\Omega} \}, \quad R=R_2$$

$$E_n^{3,3} = (k_T^{\mathbf{I}} \mu/2) \{ [f_{n-1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}}) - \bar{f}_{n+1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}})] \Omega + [\bar{f}_{n-1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}}) - f_{n+1}^{(2)}(k_{\mathbf{I}})] \bar{\Omega} \}, \quad R=R_2$$

$$R=R_1, \quad \lambda=R_1 \exp[i\theta]; \quad R=R_2, \quad \lambda=R_2 \exp[i\theta]$$

$E_i$  可表示为:

$$E_1 = -(ik\theta_0/4) \{ [(C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_0] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[-i\theta_0]] \Omega \\ + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[i\theta_0] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[-i\theta_0]] \bar{\Omega} \} W^{(1)} \\ - (ik\theta_0/4) \{ [(C_{55} + C_{44}) \exp[-i\theta_1] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[i\theta_1]] \Omega \\ + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[-i\theta_1] + (C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_1]] \bar{\Omega} \} W^{(2)} \\ \tan\theta_0 \geq 2C_{45}/C_{44}, \quad R=R_1$$

或

$$E_1 = -(ik\theta_0/4) \{ [(C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_0] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[-i\theta_0]] \Omega \\ + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[i\theta_0] + (C_{55} + C_{44}) \exp[-i\theta_0]] \bar{\Omega} \} W^{(1)} \\ - (ik\theta_0/4) \{ [(C_{55} + C_{44}) \exp[i\theta_1] + (C_{55} - C_{44} - 2iC_{45}) \exp[-i\theta_1]] \Omega \\ + [(C_{55} - C_{44} + 2iC_{45}) \exp[i\theta_1] + (C_{55} + C_{44}) \exp[-i\theta_1]] \bar{\Omega} \} W^{(2)} \\ \tan\theta_0 < 2C_{45}/C_{44}, \quad R=R_1$$

和

$$E_2 = -W_0 \{ \exp[(ik\theta_0/2)] [Z \exp[i\theta_0] + \bar{Z} \exp[-i\theta_0]] \}$$

$$\begin{aligned}
& + \exp\{(ik\theta_0/2)[Z\exp[i\theta_1] + Z\exp[-i\theta_1]]\}, \quad \tan\theta_0 \geq 2C_{45}/C_{44}, \quad R=R_1 \\
E_2 = & -W_0\{\exp\{(ik\theta_0/2)[Z\exp[i\theta_0] + Z\exp[-i\theta_0]]\} \\
& + \exp\{(ik\theta_0/2)[Z\exp[i\theta_1] + Z\exp[-i\theta_1]]\}, \quad \tan\theta_0 < 2C_{45}/C_{44}, \quad R=R_1 \\
E_3 = & 0
\end{aligned}$$

在矩阵方程(4.6)的两边乘以 $e^{is\theta}$ , 并积分:

$$\sum_{j=0}^3 \sum_0^{\infty} E_{ns}^{ij} X_n^j = E_{is}, \quad i=1, 2, 3, \dots; s=1, 2, 3, \dots \tag{4.7}$$

其中:  $E_{ns}^{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E_n^{ij} e^{-is\theta} d\theta, E_{is}^{ij} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} E_i e^{-is\theta} d\theta$

方程(4.7)为决定未知系数 $A_n, B_n$ 和 $C_n$ 的代数方程组。并利用截断方法对其求解。

### 五、各向异性介质中有衬砌的凹陷地形的位移幅值

由式(4.7)求出波函数的待定系数 $A_n, B_n, C_n$ 。并定义凹陷地形地表位移幅值:

$$W_I^* = |W_I^{(s)} / W_0| \tag{5.1}$$

其中  $W_I^{(s)} = W^{(s)} + W^{(r)} + W^{(s)}$

而凹陷地形内的位移幅值:

$$W_I^* = |W_I^{(s)} / W_0| \tag{5.2}$$

其中  $W_I^{(s)} = \sum_0^{\infty} B_n [f_n^{(1)}(k_I) + \bar{f}_n^{(1)}(k_I)] + \sum_0^{\infty} C_n [f_n^{(2)}(k_I) + \bar{f}_n^{(2)}(k_I)]$

再令  $\bar{\mu} = \mu_2 / C_{55}, \bar{\nu} = k_I / k_1$  (5.3)

而 $k_1$ 的大小用 $k\theta_0$ 来定义, 是入射波波长与凹陷地形特征长度之比:

$$k\theta_0 = 2\pi a / \lambda, \quad \eta = 2a / \lambda \tag{5.4}$$

其中:  $a$ 为凹陷地形之特征长,  $\lambda$ 为入射波波长。

### 六、算 例

本文以具有衬砌的方形凹陷地形为例进行分析。如图 3 所示。并考虑二种情况: (A) 取  $\bar{\mu} = 0.33, \bar{\nu} = 1.5$ , 它相当于在花岗岩的介质中置一混凝土结构的凹陷; (B) 取  $\bar{\mu} = 3.0, \bar{\nu} = 0.8$ , 它相当于花岗岩中有一个钢结构的凹陷。此时, 映射函数为:

$$\omega(\lambda) = R(\lambda - 1/6\lambda^3 + 1/56\lambda^7 - 1/176\lambda^{11}) \tag{6.1}$$

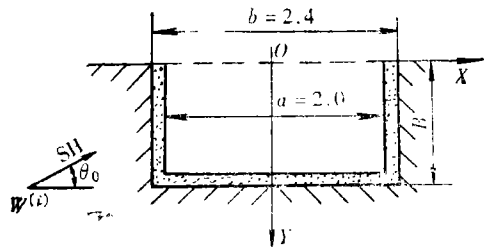


图3 SH波对有衬砌的方形凹陷地形散射

其中  $R = 1.3a, \lambda = \rho e^{i\theta}$

当  $\lambda = \rho e^{i\theta}$  中  $\rho$  取不同值时, 可对应凹陷的不同位置。若取  $\rho = 1.0$  和  $1.2$ ,  $\lambda$  则分别对应凹陷地形的  $S_1$  和  $S_2$ 。入射平面波与  $OX$  轴成  $\theta_0$  角。

首先计算了在各向同性介质中有衬砌的方形凹陷地形的位移幅值。图4、图5分别绘出A、B两种情况下,  $\eta = 0.1, 0.25, 0.75, 1.25$  时地表位移幅值。图6、图7分别为在各向异性介

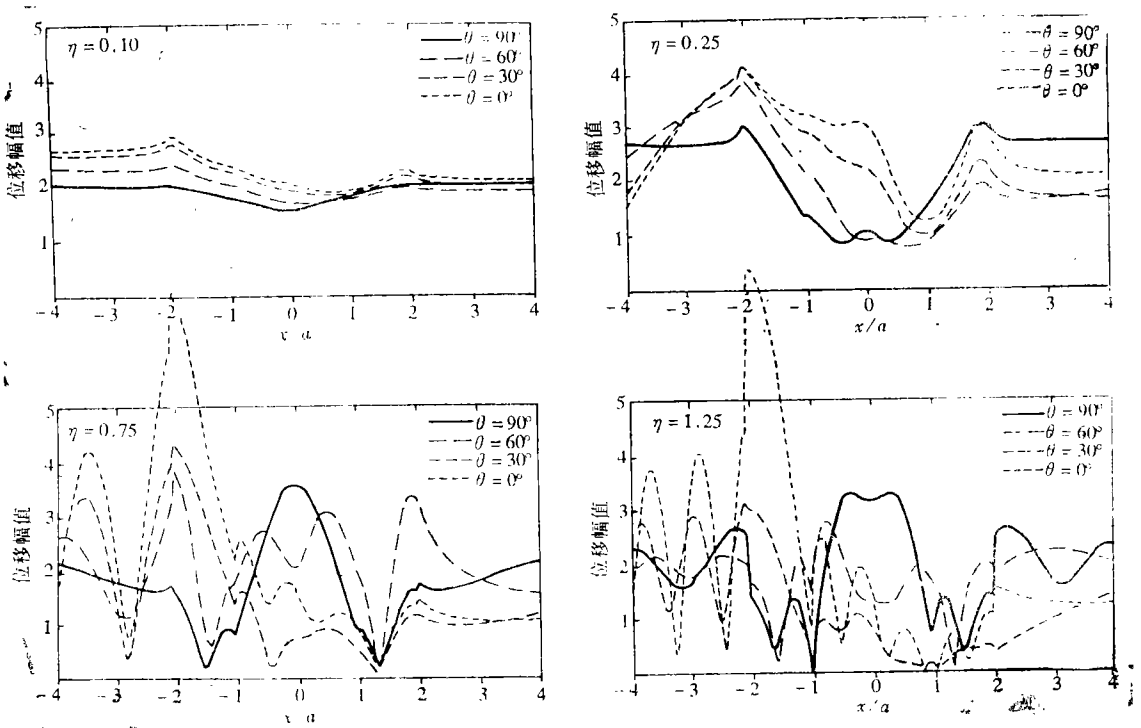


图4 SH波对各向同性介质中有衬砌方形凹陷地形的散射 (状况A)

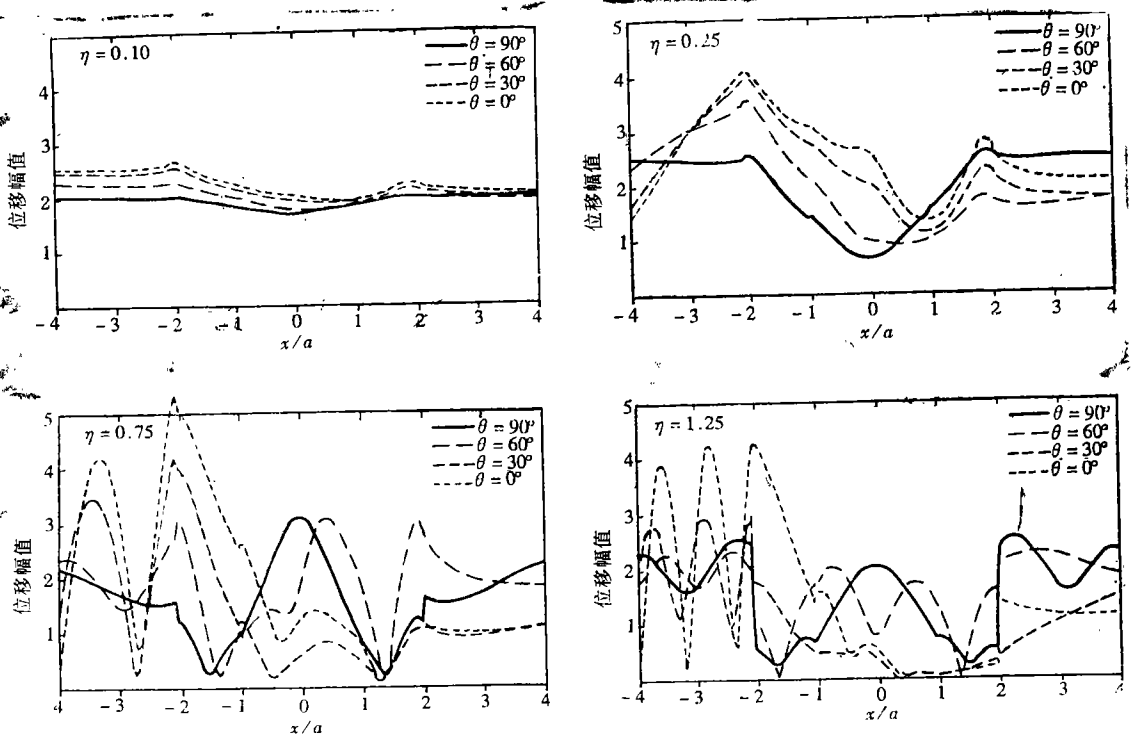


图5 SH波对各向同性介质中有衬砌方形凹陷地形的散射 (状况B)

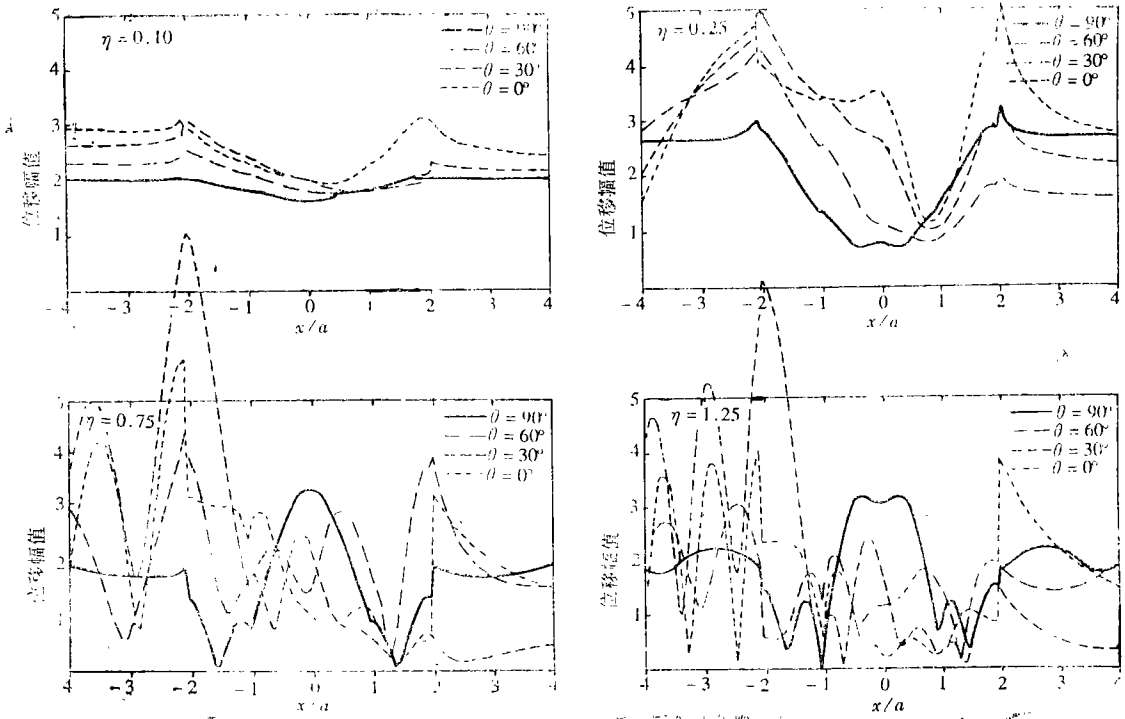


图6 SH波对各向异性介质中有衬砌方形凹陷地形的散射 (状况A)

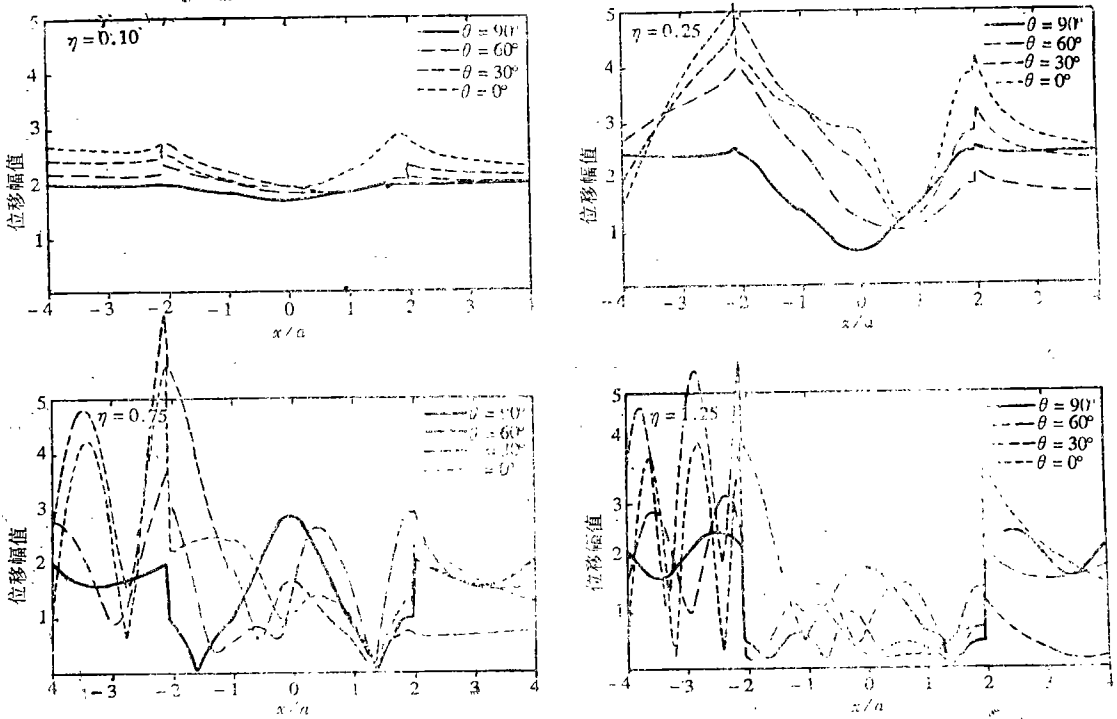


图7 SH波对各向异性介质中有衬砌方形凹陷地形的散射 (状况B)



质中 $C_{45}/C_{55}=0.1$ ,  $C_{44}/C_{55}=0.8$ , 对 $\bar{\mu}=\mu_2/C_{55}=1/3$ ,  $\bar{\nu}=k_1/k_{\theta_0}=0.5$ 及 $\bar{\mu}=\mu_2/C_{55}=3.0$ ,  $\bar{\nu}=k_1/k_{\theta_0}=0.8$ 时, 方形凹陷地面的位移幅值. 在每个图中都绘出了4个入射角度( $\theta_0=0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ )的情况的结果.

### 参 考 文 献

- [1] D. K. Liu, B. Z. Gai and G. Tao, Application of the method of complex function to dynamic stress concentrations, *Wave Motion*, 14 (1982), 293.
- [2] M. V. Nasser and M. D. Trifunac, Scattering of plane SH-waves by cylindrical canals of arbitrary shape, *Soil, Dyn. and Ear. Eng.*, 4(1) (1985), 18—23.
- [3] Liu Diankui and Han Feng, The scattering of plane SH-waves by non-circular cavity in anisotropic media, *ASME Journal of Applied Mechanics*, 60 (1993), 769.
- [4] Y. H. Pao and C. C. Mow, 《弹性波的绕射和动应力集中》, 刘殿魁、苏先越译, 科学出版社 (1993).
- [5] Liu Diankui and Han Feng, Scattering of SH-waves by cylindrical canyon of arbitrary shape, *Soil, Dyn. and Ear. Eng.*, 10(5) (1991), 249—255.

## Scattering of Plane SH-Waves on Semi-Canyon Topography of Arbitrary Shape with Lining in Anisotropic Media

Han Feng

(Department of Mechanics and Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, P. R. China)

Liu Diankui

(Department of Aerospace Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, P. R. China)

### Abstract

The purpose of this paper is to use the conforma mapping method<sup>[1]</sup> to analyze and evaluate the ground displacement and scattering of incident SH-waves, on the surface of semi-canyon topography of arbitrary shape with lining in anisotropic media. The problem to be solved can be reduced to the solution of an infinite algebraic equation set by using the method of full-space expansion of Fourier progression. Using the mapping function and scattering theory to solve problems due to semi-canyon topography with lining is just like mapping the semi-cylindrical canyon of arbitrary shape into a cylindrical canyon in full-space. Moreover, it is far practical in engineering practice. From the computational examples, it is obvious that the variation of displacement amplitudes on the surface near the lining and the canyon topography is rather sharp, especially when the frequencies of incident SH-waves increase.

**Key words** anisotropic media, SH-wave, displacement amplitude, canyon topography with lining