应用数学和力学，第18卷 第12期（1997年12月）
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

一类短缺市场商品弹性振动模型

高隆昌[1]

（钱伟长推荐，1995年10月30日收到，1997年6月13日收到修改稿）

摘　要

本文给出了市场经济中具有替代弹性的商品间在短缺作用下产生的振动模型，考察了该模型与经典振动模型的本质联系，得到的结论能解释若干市场现象，并为经济规划提供了理论依据。

关键词　短缺　振动　减振器　收敛

一、引　言

自上世纪中叶马克斯等等人引入经济学中弹性概念以来，商品间弹性相关，弹性替代乃至一般弹性理论得到了较多研究。由物理学知，物体有了弹性这一属性，就必然地在外力作用下会产生各种振动，经济学中原来也如此，不过除蛛网定理[1]外，过去对一般经济振动理论研究得还不够多。

本文是在为某市"八五"规划食品的生产决策时，在其市场分析子课题基础上得到的。为作商品生产的规划，必须对商品市场有所了解。这种了解可从两个方面进行：一方面是通过市场统计得到的静态信息；另一方面是建立市场动态模型以作出各种动态估计。对于后者，由于市场这一动态系统的复杂性，其完善的动态模型难以得到，但本文表明，其中最重要的"振动特征"都是可以得到的。特别对于我国短缺经济市场，建立并考察短缺作用下的市场振动规律是更为需要的。

通过本模型的初步分析，为我们的决策课题以及有关菜篮子工程提供了一定的理论依据。这里给出的是一个一般模型和一些一般的讨论。显然，市场振动模型还有必要深入，及至作出更加实证化的研究。

二、模型的建立

1. 一些约定

（1） 设市场经济系统为 (P,Q)，其中P,Q互为共轭空间，$P\subset R^{*n}$ 为价格空间，$Q\subset R^n$为商品空间；

又设市场总需求向量为 $D=(D_1,D_2,\cdots,D_n)$，总供给向量为 $S=(S_1,S_2,\cdots,S_n)$，显然

1 西南交通大学经济管理学院，成都 610031

$D,S \in Q$；

（2） 设该市场上 n 类商品相互具有弹性替代关系（实践中我们等价地代之以各价格的历史样本中统计出的关联度[2]）；

（3） 问题简化．将替代系数高于0.9的商品归为一类，并取一个商品作为代表参加讨论；对替代系数低于0.2的商品视为无关商品．则最后归结为少数几种商品（记为 k 种）讨论；

（4） 设消费预算向量 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_k)$ 不变，但据市场经济特征，价格向量 $P=(p_1,p_2,\cdots,p_k)$ 可变；

（5） 设在某一商品周期中，D_i 变成 $D_i'=S_i+\Delta S_i$，$i=1,2,\cdots,k$，以后仍回到 $D_i=S_i$，$i=1,2,\cdots,k$ 状态．即考虑市场受一瞬时作用力后的振动情形；

（6） 设第 i 种商品对第 $j=1,2,\cdots,k$ 种商品的替代系数向量经归一化后成为 $b_i=(b_{i1},b_{i2},\cdots,k_{ik})$，即满足 $\sum_{j=1}^{k} b_{ij}=1$，分别取 $i=1,2,\cdots,k$ 后即得替代系数阵 $B=(b_{ij})_{k\times k}$．

2．映射序列

本模型为一离散动力系统（第三节），记为序列 $\{F_i\}$．下面先列出 $\{F_i\}$ 的基本过程，然后给出说明．

F_0	S_1	S_2	$\cdots$	S_k
D_1	S_1	0	$\cdots$	0
D_2	0	S_2	$\cdots$	0
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D_k	0	0	$\cdots$	S_k

⇒

F_1	S_1	S_2	$\cdots$	S_k
D_1'	$(1+\Delta p_1^1/p_1)S_1$	0	$\cdots$	0
D_2'	0	$(1+\Delta p_2^1/p_2)S_2$	$\cdots$	0
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D_k'	0	0	$\cdots$	$(1+\Delta p_k^1/p_k)S_k$

⇒

F_2	S_1	S_2	$\cdots$	S_k
D_1	$S_1+\alpha_{11}^1$	α_{12}^1	$\cdots$	α_{1k}^1
D_2	α_{21}^1	$S_2+\alpha_{22}^1$	$\cdots$	α_{2k}^1
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D_k	α_{k1}^1	α_{k2}^1	$\cdots$	$S_k+\alpha_{kk}^1$

⇒

F_3	S_1	S_1	$\cdots$	S_k
D_1	$(1+\Delta p_1^2/p_1)S_1$	0	$\cdots$	0
D_2	0	$(1+\Delta p_2^2/p_2)S_2$	$\cdots$	0
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D_k	0	0	$\cdots$	$(1+\Delta p_k^2/p_k)S_k$

⇒

F_4	S_1	S_2	$\cdots$	S_k
D_1	$S_1+\alpha_{11}^2$	α_{12}^2	$\cdots$	α_{1k}^2
D_2	α_{21}^2	$S_2+\alpha_{22}^2$	$\cdots$	α_{2}^2
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D_k	α_{k1}^2	α_{k2}^2	$\cdots$	$S_k+\alpha_{kk}^2$

⇒

F_5	S_1	S_2	$\cdots$	S_k
D_1	$(1+\Delta p_1^3/p_1)S_1$	0	$\cdots$	0
D_2	0	$(1+\Delta p_2^3/p_2)S_2$	$\cdots$	0
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D	0	0	$\cdots$	$(1+\Delta p_k^3/p_k)S_k$

其中 F_0 表示供需均衡的正常情形．

F_1 表示：某周期中需求增至 D'，从而产生暂时短缺，由于 $D_i'=S_i+\Delta S_i$，据市场经济特征，这时商家作出相应提价反应，以使得有 $p_iD_i'=(p_i+\Delta p_i^1)S_i$ 所以 $D_i'=(1+\Delta p_i^1/p_i)S_i$；

F_2 表示：F_1 中超需求量 ΔS_i 不可能由 S_i 来供给，于是在提价 Δp_i^1 之后由商品间弹性替代关系将 $\Delta S_i=(\Delta p_i^1/p_i)S_i$ 按 $b_i=(b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{ik})$ 的比例自然地分配到其它商品去购买，这就是 F_2 中矩阵形式．其中有

$$\alpha_{ij}^{1}=b_{ij}\frac{\Delta p_{i}^{1}}{p_{i}}S_{i},\quad \sum_{j=1}^{k}b_{ij}=1,\qquad (i=1,2,\cdots,k)$$

F_3表示：经F_2的自然分配后，S_j列向量即为对S_j的新的需求向量，它等价于D_i的新需求

$$S_i+\sum_{j=1}^{k}\alpha_{ij}^{1}\triangleq S_i+\Delta S_i^{1}$$

据F_1的理由这时S_i商家作出新的减价$p_i+\Delta p_i^2$使得$S_1+\Delta S_i^1=(1+\Delta p_i^2/p_i)S_i$；

F_4同F_2理，F_3中S_i的超需部分$(\Delta p_i^2/p_i)S_i=\Delta S_i^2$自然地按$b_i$中各分量的比例分配给其它商品去购买，即成为$F_4$的分布状态，亦即$\alpha_{ij}^2=b_{ij}(\Delta p_i^2/p_i)S_i$。

如此类推即得序列$\{F_i\}$，$i=1,2,\cdots$。

三、模型的解释

1. $\{F_i\}$属离散动力系统

为证明这点，先记I为元素皆1的$k\times k$阵，并记$I(S)$为以向量$S=(S_1,S_2,\cdots,S_k)$为主对角线的对角阵；$I(\Delta P^{\cdot}S/P)$为以向量

$$\frac{\Delta P^{\cdot}}{P}S=\left(\frac{\Delta p_1^{\cdot}}{p_1}S_1,\ \frac{\Delta p_2^{\cdot}}{p_2}S_2,\cdots,\ \frac{\Delta p_k^{\cdot}}{p_k}S_k\right)$$

为主对角线的对角阵；若A为矩阵．则$I(A)$表示以$\mathrm{diag}(I\cdot A)$为对角线的对角阵．于是有

$$F_0=I(S);\quad F_1=I(S)+I(\Delta P^1S/P);\quad F_2=I(S)+I(\Delta P^1S/P)B$$

$$F_3=I(S)+I\left(I\frac{\Delta P^1}{P}S\right)B=I(S)+I\left(\frac{\Delta P^2}{P}S\right)$$

$$F_4=I(S)+I\left(I\left(\frac{\Delta P^1}{P}S\right)B\right)B=I(S)+I\left(\frac{\Delta P^2}{P}S\right)B$$

一般的有

$$F_{2k-1}=I(S)+I\left(\frac{\Delta P^k}{P}S\right)=I(S)+I\left(I\left(\frac{\Delta P^{k-1}}{P}S\right)B\right)$$

$$=I(S)+\overset{k}{I}\left(\overset{k-1}{I}\left(\cdots\overset{1}{I}\left(\frac{\Delta P^1}{P}S\right)\overset{1}{B}\right)\overset{2}{\cdots}\right)\overset{k-1}{\cdots}\overset{k}{B}\Big)$$

$$F_{2k}=I(S)+I\left(\frac{\Delta P^k}{P}S\right)B=I(S)+\overset{k}{I}\left(\overset{k-1}{I}\left(\cdots\overset{1}{I}\left(\frac{\Delta P^1}{P}S\right)\overset{1}{B}\right)\overset{2}{\cdots}\right)\overset{k}{B}$$

为叙述方便，再构造序列$\{f^i\mid f^i=F_i-I(S)\}$，则有$f:P\times Q\to P\times Q$且$f^0=0$，

$$f^{2(k+r)}=\overset{k+r}{I}\left(\overset{k+r-1}{I}\left(\cdots\overset{1}{I}\left(\frac{\Delta P^1}{P}S\right)\overset{1}{B}\right)\overset{2}{\cdots}\right)\overset{k+r-1}{B}\Big)\overset{k+r}{B}$$

$$=f^{2k}\circ f^{2r}=\overset{k}{I}\left(\overset{k-1}{I}\left(\cdots I\left(\frac{\Delta P^r}{P}S\right)B\right)\cdots\right)\overset{k-1}{B}\Big)\overset{k}{B}$$

$$f^{2(k+r)-1}=f^{2k}\circ f^{2r-1}=\overset{k}{I}\left(\overset{k-1}{I}\left(\cdots(f^{2r-1})B\right)\cdots\right)\overset{k-1}{B}\Big)\overset{k}{B}$$

至于f的连续性，不难由$p^q\cdot s^q\to p^0\cdot s^0\ (q\to+\infty,p^q,p^0\in P,s^q,s^0\in Q)$及$f(p^q,s^q)\to f(p^0,s^0)\ (q$

$\to+\infty$)得到．所以$\{f^i\}$是$P\times Q$上离散动力系统[3]，从而易转述为$\{F_i\}$属离散动力系统．

2．$\{F_i\}$对应于振动模型

为证明这点只要能使$\{F_i\}$对应于一个经典的振动模型

$$\ddot{\alpha}+A\dot{\alpha}+B\alpha=G(t) \tag{3.1}$$

即成．这时，严格方法是通过"扭扩"(suspension)及商流形的方式将离散轨迹$\{F_i\}$嵌入到一个(3.1)的振动流去[4]，不过这得作更多的准备需另文讨论．这里只简单说明动力系统$\{F_i\}$与振动模型(3.1)具有的内在关系．

为方便计，取短缺变量$\alpha=D-S$来讨论．这时在参数空间P上α在Q中的离散运动轨迹即上述序列$\{f^i\}$．但(3.1)的轨迹是光滑的，为作出对应，需要在系统(P,α)上建立一个相应的微分系统．

设$\alpha\in C^2(Q)$，通过市场的直观考察，容易得到一个方程组

$$\dot{\alpha}=-ap+b\alpha,\ \dot{p}=c\alpha \tag{3.2}$$

其中$a,b,c>0$为调整参数．显然α与$\dot{\alpha}$是呈正比关系的，但p增大了将迫使消费者调整需求致使$\dot{\alpha}$为负．这就是(3.2)中前式的原理；至于后式；因为短缺增大自然会引起p上升，但p本身的大小与p的变化无明显关系，所以$\dot{p}=c\alpha$．

现进一步对(3.2)求导，并化为对α的讨论，即有

$$\ddot{\alpha}=-a\dot{p}+b\dot{\alpha}=-ac\alpha+b\dot{\alpha}$$

或

$$\ddot{\alpha}-b\dot{\alpha}+ac\alpha=0 \tag{3.3}$$

此即(3.1)中一类齐次振动模型．

由于$\{f^i\}$从而$\{F_i\}$与(3.2)同是一个市场系统$(P,\alpha\subset Q)$中在短缺作用下（即同一市场背景下）产生的运动，但(3.2)直接等价于(3.3)，所以$\{F_i\}$也应对应于一个振动模型．

注 还可看出，$\{F_i\}$是一个双曲映射序列[3]．其中F_{2r}是扩张型映射（沿横行），F_{2r+1}是压缩型映射（沿竖列）．

四、模型的讨论

定理1 在$\{F_i\}$中，若对某$i\in\{1,2,\cdots,k\}$当$r\to+\infty$时$\Delta p_i^r/p_i$的极限存在，则对$\forall i\in\{1,2,\cdots,k\}$必有$\Delta p_i^r/p_i$的极限存在，且有

$$\lim_{r\to+\infty}\frac{\Delta p_i^r}{p_i}=\sum_{j=1}^{k-1}b_{ij}b_{kj}\frac{S_k}{S_j}\ \frac{1}{|B_{k-1}|}\lim_{r\to+\infty}\frac{\Delta p_k^r}{p_k}\qquad(\text{符号见(4.4)})$$

证 由第二节$\{F_i\}$的基本过程易得关系

$$\frac{\Delta p_i^r}{p_i}=\sum_{j=1}^{k}b_{ji}\frac{\Delta p_j^{r-1}}{p_j}\ \frac{S_j}{S_i} \tag{4.1}$$

一般税来，在(4.1)中当左端对$r\to+\infty$有极限时，右端$\Delta p_j^{r-1}/p_j$可能对$\forall j\in\{1,2,\cdots,k\}$有极限，或存在两个以上的$j$使相应的$\Delta p_j^{r-1}/p_j$对$r\to+\infty$无极限．但这一情况仅当系数有负值才可能保持(4.1)的等式性．但(4.1)中b_{ji}及$\Delta p_j^{r-1}/p_j$，S_j皆正值，所以(4.1)表明当$\Delta p_i^r/p_i$对$r\to+\infty$有极限时，$\forall j\in\{1,2,\cdots,k\}$，$\Delta p_j^{r-1}/p_j$从而$\Delta p_j^r/p_j$对$r\to+\infty$皆有极限．定理1前半

部得证.

现设$\lim\limits_{r\to+\infty}(\Delta p_i^r/p_i)=c_i, i=1,2,\cdots,k$，则由(4.1)式，对$i=1,2,\cdots,k$有齐次方程组

$$\begin{bmatrix} b_{11}-1 & b_{21}S_2/S_1 & \cdots & b_{k1}S_k/S_1 \\ b_{12}S_1/S_2 & b_{22}-1 & \cdots & b_{k2}S_k/S_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \\ b_{1k}S_1/S_k & b_{2k}S_2/S_k & \cdots & b_{kk-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix} = 0 \tag{4.2}$$

归纳法可得(4.2)的系数阵（记为$B_{k\times k}$）的秩为$k-1$，特别地取方程组

$$\begin{bmatrix} b_{11}-1 & b_{21}S_2/S_1 & \cdots & b_{k-1\,1}S_{k-1}/S_1 \\ b_{12}S_1/S_2 & b_{22}-1 & \cdots & b_{k-1\,2}S_{k-1}/S_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{1\,k-1}S_1/S_{k-1} & b_{2\,k-1}S_2/S_{k-1} & \cdots & b_{k-1,k-1}-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{k-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_{k1}S_k/S_1 \\ b_{k2}S_k/S_2 \\ \vdots \\ b_{k,k-1}S_k/S_{k-1} \end{bmatrix} c_k \tag{4.3}$$

并记为$B_{k-1}C=b_kc_k$时，则有 $C=B_{k-1}^{-1}b_kc_k$或

$$c_i=\sum_{j=1}^{k-1} b_{ij}^* b_{kj}\frac{S_k}{S_j}\frac{c_k}{|B_{k-1}|}$$

b_{ij}^*为B_{k-1}中$b_{ji}(S_j/S_i)$元的代数余子式. 亦即有

$$\lim_{r\to+\infty}\frac{\Delta p_i^r}{p_i}=\sum_{j=1}^{k-1} b_{ij}^* b_{kj}\frac{S_k}{S_j}\frac{1}{|B_{k-1}|}\lim_{r\to+\infty}\frac{\Delta p_k^r}{p_k} \quad (i=1,2,\cdots,k-1) \tag{4.4}$$

定理1证毕.

推论 市场振动不可能在单个自变量（商品）方向上进行，而只能表现为整体的发散或收敛. 特别地，对$\forall i\in\{1,2,\cdots,k\}$，$\Delta p_i^r/p_i$不可能单独地收敛到0（或非0）而让其它 $\Delta p_j^r/p_j$收敛到非0(或0).

由定理1及其证明过程直接可得此推论.

定理2 若市场(P,Q)为短缺经济市场（即保持$D_i>S_i$，$\forall i\{1,2,\cdots,k\}$），

且 $$\sum_{i=1}^{k}\eta_i b_{ij}^2\frac{S_i}{S_j}>1 \qquad (见(4.6)式)$$

则必通货膨胀.

证 设这时的动力系统为$\{\tilde F_i\}$，则可得到$\tilde F_i=\sum\limits_{j=1}^{i}F_j$. 比如这时的$\tilde F_{2r-1}$有如下表，

$\tilde{F}_{2r-1}$	S_1	$\cdots$	S_k
D_1	$(1+\sum_{i=1}^{r}\frac{\Delta p_1^i}{p_1})S_1$	$\cdots$	0
D_2	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
D_k	0	$\cdots$	$(1+\sum_{i=1}^{r}\frac{\Delta p_k^i}{p_k})S_k$

因此考察$\tilde{F}_r$对$r\to+\infty$的敛散性可变为考察子序列$\{\tilde{F}_{2r-1}\}$对$r\to+\infty$的敛散性即变为考察各

$$\lim_{r\to+\infty}\frac{1}{p_j}\sum_{i=1}^{r}\Delta p_j^i=\frac{1}{p_j}\sum_{i=1}^{\infty}\Delta p_j^i,\qquad (j=1,2,\cdots,k)$$

的敛散性．由定理1知这里通项Δp_j^i（或$\Delta p_j^i/p_j$）对$i\to+\infty$可能趋于0、有界数或发散.在后两种情形$\frac{1}{p_j}\sum_{i=1}^{\infty}\Delta p_j^i$发散，从而$\{\tilde{F}_i\}$导致通货膨胀．现只须考虑$\Delta p_j^i\to 0(i\to+\infty)$的情形．这时注意到（第二节）有

$$\frac{1}{p_j}\Delta p_j^r S_j=\sum_{i=1}^{k}b_{ij}\frac{\Delta p_i^{r-1}}{p_i}S_i$$

可作比值判别式

$$\frac{\Delta p_j^r}{\Delta p_j^{r-1}}=\frac{p_j}{\Delta p_j^{r-1}}\sum_{i=1}^{k}b_{ij}\frac{\Delta p_i^{r-1}}{p_i}\frac{S_i}{S_j}=\sum_{i=1}^{k}b_{ij}\frac{p_j}{p_i}\frac{\Delta p_i^{r-1}}{\Delta p_j^{r-1}}\frac{S_i}{S_j}\tag{4.5}$$

由于(4.5)右端各项的纯正性知$\Delta p_j^r/p_j^{r-1}$与一切$\Delta p_i^{r-1}/\Delta p_j^{r-1}$同敛散性．特别当注意到(4.5)中$r$和$r-1$是指标而不是指数时有

$$(p_j/p_i)(\Delta p_i^{r-1}/\Delta p_j^{r-1})\doteq(d\ln p_i)^{r-1}/(d\ln p_j)^{r-1}$$

由于$d\ln p_i/d\ln p_j$是S_i对S_j的弹性替代率（记为η_{ij}）.则因$(\eta_{i1},\eta_{i2},\cdots,\eta_{ik})=\eta_i(b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{ik})$，其中

$$\eta_i=\sum_{j=1}^{k}\eta_{ij},\quad b_{ij}=\eta_{ij}/\eta_i\ \text{所以}\ \eta_{ij}=\eta_i b_{ij}\ \text{且}\ \eta_{ij}<1$$

特别因为弹性替代率是常数，所以有$d\ln p_i/d\ln p_j=(d\ln p_i)^{r-1}/(d\ln p_j)^{r-1}=\eta_{ij}$，从而(4.5)有

$$\frac{\Delta p_j^r}{\Delta p_j^{r-1}}\doteq\sum_{j=1}^{k}\eta_i b_{ij}^2\frac{S_i}{S_j}\tag{4.6}$$

(4.6)表明原则上可通过有限计算来判定级数$\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\Delta p_j^i}{p_j}$的敛散性，从而判定市场是否通货膨胀．

总之，据[5]知$\{\tilde{F}_{2r-1}\}$从而$\{\tilde{F}_r\}$当

$$\sum_{i=1}^{k}\eta_i b_{ij}^2\frac{S_i}{S_j}>1,\qquad \forall j\in\{1,2,\cdots,k\}$$

时必通货膨胀。 证毕

推论 由(4.6)可看出，在短缺经济市场$\{\tilde{F}_i\}$中可能有些商品S_j（比如S_j很小）价格发散，同时有些商品S_i（比如S_i量大）价格增长有限。这在$\{F_i\}$市场上是没有的现象。也是容易理解的。

定义 在$\{F_i\}$中满足$F_1=F_5$或$F_{2r-1}=F_{2(r+1)+1}$的运动叫做周期振荡。

显然周期振荡对于一个市场是全局性的，这是因为对$\forall i_0\in\{1,2,\cdots,k\}$有

$$\frac{\Delta p_{i_0}}{p_{i_0}}S_{i_0}=\sum_{j=1}^{k} b_{ji_0}\sum_{i=1}^{k}b_{ij}\frac{\Delta p_i}{p_i}S_i$$

或

$$1=\sum_{j=1}^{k}b_{ji_0}\sum_{i=1}^{k}b_{ij}\frac{d\ln p_i}{d\ln p_{i_0}}\frac{S_i}{S_{i_0}}=\sum_{j=1}^{k}b_{ji_0}\sum_{i=1}^{k}b_{ij}\eta_{ii_0}\frac{S_i}{S_{i_0}}$$

$$=(b_{1i_0},b_{2i_0},\cdots,b_{ki_0})\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1k}\\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2k}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ b_{k1} & b_{k2} & \cdots & b_{kk}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\eta_{1i_0}S_1\\ \eta_{2i_0}S_2\\ \cdots\\ \eta_{ki_0}S_k\end{pmatrix}\frac{1}{S_{i_0}} \tag{4.7}$$

(4.7)式表明周期振荡是可以通过计算来判定的。特别因为映射F的线性性，易证明$\{F_i\}$的敛散性也可由(4.7)右端之<1或>1来计算性地判定。

最后来证明

定理3 在$\{F_i\}$或$\{\tilde{F}_i\}$中，若有一个供给品（设为S_k）总有滞存，则它将成为一个减振器。

证 为简便只须讨论$\{F_i\}$，这时对$\forall j\in\{1,2,\cdots,k-1\}$有

$$\frac{\Delta p_j^r}{p_j}S_j=\sum_{i=1}^{k-1}a_{ij}=\sum_{i=1}^{k-1}b_{ij}\sum_{j=1}^{k-1}b_{ji}\sum\cdots\sum_{i=1}^{k-1}b_{ij}\frac{\Delta p_i^1}{p_i}S_i \qquad (r\text{重}\textstyle\sum) \tag{4.8}$$

(4.8)中$\Delta p_j^r S_j/p_j$较(4.1)中右端（$i=j$时）的$\Delta p_j^r S_j/p_j$小。所以定理3下的振动更容易收敛，且较定理1收敛的快。这是因为每一个周期(设第r周期）内总有

$$\sum_{i=1}^{k-1}b_{ik}\frac{\Delta p_i^{r-1}}{p_i}S_i$$

超需求量被S_k的库存给吸纳了，从而起到逐步抵消振动能量的作用，所以叫它作减振器。

证毕

参 考 文 献

[1] 高隆昌、王建民，《数量经济学导论》，四川教育出版社（1996），304—306。

[2] 邓聚龙，《灰色预测与决策》，华中理工大学出版社（1986），32—35。

[3] 张筑生，《微分动力系统讲义》，北京大学出版社（1986），101—102。

[4] W. M. Boothby, *An Introduction Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Ch. Ⅱ, Springer-Verlag, N. Y. (1976), 265—289.

[5] I. N. Bronshtein and K. A. Semendyayev, *Handbook of Mathematics*, English Translation edited, Verlag Harri Deutsch Thun and Frankfurt (1979), 328—342.

An Elastic Oscillation Model for Goods in a Shortage Market

Gao Longchang

(College of Economical Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, *P. R. China)*

Abstract

In this paper, an oscillated model, which results from the shortage action in market economy with elastic replacement of goods, is obtained. And some natural relations between the model and a typically oscillatory model are established. The results can interpret some market phenomena and provide the theoretical tools for the economic program.

Key words shortage, oscillation, shock abosorption, convergence