

风对建筑绕流数值模拟的一种 扩展 k_ϵ 紊流模型^①

陈水福^① 孙炳楠^① 唐锦春^①

(丁皓江推荐, 1996 年 9 月 20 日收到)

摘 要

本文假设对于近似均匀的高雷诺数流动风, 雷诺应力仅与平均速度梯度及两个独立的紊流尺度参量 k, ϵ 有关。运用量纲分析和张量的 Cayley-Hamilton 定理, 发展了一种新的紊流封闭模型: 扩展 k_ϵ 模型。利用均匀剪切紊流风洞试验数据确定了该模型的系数, 并在模型的组成以及对雷诺正应力的预测上与标准 k_ϵ 模型作了比较。采用该新的模型对一正方形截面高层建筑周围的流动风进行了数值模拟, 结果表明扩展 k_ϵ 模型改善了对建筑物的周围的风速的表面风压的预测。

关键词 紊流模型 雷诺应力 风流动 数值模拟

§ 1. 引 言

建筑物的周围风速和表面风压是建筑设计的重要参数。随着计算机技术的迅速发展, 采用数值模拟方法预测三维的紊流风流动已成为可能。目前, 为预测风的流动现象已发展和应用了多种形式的数值方法和紊流模型, 其中以稳态的雷诺时均 Navier-Stokes 方程为基础, 采用标准 k_ϵ 双方程紊流模型进行封闭的模拟方法应用最广^[1, 2, 3]。据报导由该方法计算所得的建筑迎风面风压值与试验值有比较好的吻合, 但在建筑的背风面尤其是顶面和侧风面上, 计算的负风压值与试验值则有较显著的偏小^[2, 3]。在建筑绕流风场中存在一些复杂的流动现象, 如建筑迎风面前角处的分离、建筑后方的回流等, 它们均表现为较强烈的非各向同性。由于标准 k_ϵ 模型建立在紊流的各向同性涡粘性假定基础上, 因而对预测非各向同性流动现象不甚有效。这表明分离和回流流动及其所包含的涡漩在计算中需要有更好数学模型。

本文采用 Pope 的广义有效粘性假定^[4], 假设对于近似均匀的高雷诺数流动, 雷诺应力仅与平均速度梯度和表征紊流脉动特性的独立尺度参量有关。运用量纲分析并依据张量的 Cayley-Hamilton 定理, 发展了一种新的紊流封闭模型: 扩展 k_ϵ 模型。为工程应用的方便, 假设该模型的系数为常数, 并由均匀剪切紊流风洞试验的数据确定。该模型与标准 k_ϵ 模型在其组成及对雷诺正应力的预测上进行了比较, 得知后者只是前者的一种特例。运用扩展 k_ϵ 模型期望能更合理地预测非各向同性流动。

① 浙江省自然科学基金资助项目

① 浙江大学土木系, 杭州 310027

为验证新模型的有效性,文中给出了数值算例。计算结果与扩展 $k-\epsilon$ 模型及风洞试验的结果进行了比较,结果表明扩展 $k-\epsilon$ 模型改善了对建筑的表面风压和周围风速的预测,尤其在存在回流和分离现象的建筑背风面和侧风面上。

§ 2. 模型的建立

选择紊流动能 k 及其耗散率 ϵ 作为表征紊流脉动特性的两个独立尺度参量,并用它们对雷诺应力和平均速度梯度归一化如下

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \\ \text{风压 } S_{ij} &= \frac{1}{2} \frac{k}{\epsilon} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \\ \text{封闭 } \omega_{ij} &= \frac{1}{2} \frac{k}{\epsilon} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

式中, $U_i (i=1, 2, 3)$ 为平均速度分量, δ_{ij} 为著名的 Kronecker 参数, $\overline{u_i u_j}$ 为雷诺应力, a_{ij} 和 S_{ij} 为零迹无量纲对称张量, ω_{ij} 为无量纲反对称张量。从量纲角度看,由于 S_{ij} 和 ω_{ij} 包含了平均速度梯度及 k, ϵ 的所有信息,因此确定 $\overline{u_i u_j}$ 等价于确定无量纲 a_{ij} 。

根据张量的 Cayley-Hamilton 定理,由 S_{ij} 和 ω_{ij} 只能组成有限个独立的不变量和线性无关的二阶张量^[4]。由于 a_{ij} 是零迹对称的,故只需考虑具有该性质的独立量,并令 a_{ij} 为这些独立量的线性组合,于是

$$a_{ij} = \sum_n A_n T_{ij}^n \quad (2.2)$$

式中, T_{ij} 代表线性无关的张量,系数 A_n 为独立不变量的函数。本文假设 a_{ij} 仅包含由张量 S_{ij} 和 ω_{ij} 组成的一次项和二次项,它们是四个张量和两个不变量,那么张量多项式(2.2)可简化为

$$a_{ij} = A_1 S_{ij} + A_2 (S\omega - \omega S) + A_3 (S^2 - \frac{1}{3} \{S^2\} \delta_{ij}) + A_4 (\omega^2 - \frac{1}{3} \{\omega^2\} \delta_{ij}) \quad (2.3)$$

式中, $S\omega = S_{ij} \omega_{ij}, \{S^2\} = S_{lm} S_{ml}$; 系数 $A_n (n=1, \dots, 4)$ 是两个不变量 $\{S^2\}, \{\omega^2\}$ 的函数。为实用起见, A_n 拟取为常数,由于实验数据^[5]确定。为了与涡粘性系数模型相协调,首先取 $A_1 = -2C_{\mu}$ 。其它系数文中选用均匀剪切紊流风洞实验的数据确定。

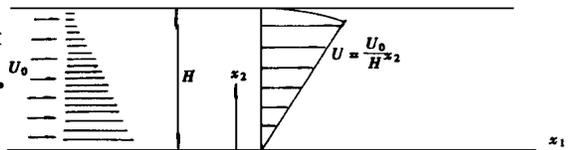


图1 均匀剪切紊流风洞实验示意图

均匀剪切紊流风洞实验示意图如图1所示,风洞的截面为矩形。实验中的时均流可近似为定常二维流动,即有 $\partial/\partial x_1 = \partial/\partial x_3 = 0$ 。根

据实验结果,紊流动能 k 和各方向的脉动速度均方值沿 x_1 方向趋于一稳定值,如图 2 所示。由此紊流动能 k 方程可简化为

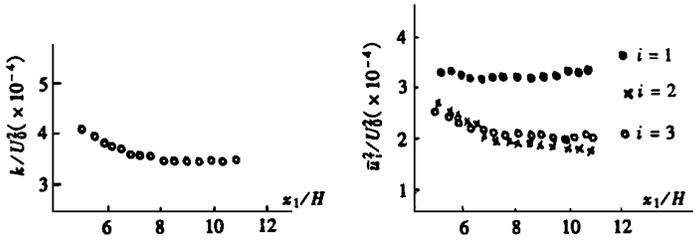


图 2 紊流能量沿 x_1 方向的变化

$$- \frac{u_1 u_2}{\partial x_2} - \varepsilon = 0 \tag{2.4}$$

由模型公式(2.3)可写出 a_{ij} 的各分量如下

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{-A_2}{2} \left[\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right]^2 + \frac{A_3 - A_4}{12} \left[\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right]^2 \\ a_{22} &= \frac{A_2}{2} \left[\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right]^2 + \frac{A_3 - A_4}{12} \left[\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right]^2 \\ a_{33} &= - \frac{A_3 - A_4}{6} \left[\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right]^2 \\ a_{13} &= a_{31} = a_{33} = a_{32} = 0 \end{aligned} \right\} \text{xi} \tag{2.5}$$

利用图 2 中的实验结果可得

$$A_2 = -0.036, A_3 - A_4 = 0.052 \tag{2.6}$$

对于上紊流过程,可以证明式(2.3)中的第三项和第四项是成比例的。为简化起见将这两项合并,并假定两项的作用相同,于是得到最终归一化的雷诺应力 a_{ij} 如下

$$a_{ij} = -2C_{\mu} S_{ij} + C_{\mu 1} (S\omega - \omega S) + C_{\mu 2} [S^2 - \omega^2 - \frac{1}{3}(\{S^2\} - \{\omega^2\}) \delta_{ij}] \tag{2.7}$$

式中, $C_{\mu} = 0.09$, $C_{\mu 1} = -0.036$, $C_{\mu 2} = 0.026$ 。

上式改写为未经归一化的雷诺应力 $\overline{u_i u_j}$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2C_{\mu} k S_{ij} + C_{\mu 1} k (S\omega - \omega S) + C_{\mu 2} k [S^2 - \omega^2 - \frac{1}{3}(\{S^2\} - \{\omega^2\}) \delta_{ij}] \\ &= \frac{2}{3} k \delta_{ij} - C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] + \frac{1}{2} C_{\mu 1} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \frac{\partial U_l}{\partial x_j} - \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} C_{\mu 2} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_l} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_i} \frac{\partial U_l}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \delta_{ij} \right] \end{aligned} \tag{2.8}$$

该式给出了雷诺应力 $\overline{u_i u_j}$ 与平均速度及两个独立的紊流脉动参量 k, ε 之间的函数关系,可作为紊流封闭模型使用,即文中所称的扩展 $k-\varepsilon$ 模型。运用该模型时,尺度参量 k, ε 仍由其模型化方程^[5]确定。

§ 3. 与标准 $k-\varepsilon$ 模型比较

根据标准 $k-\varepsilon$ 双方程紊流模型,雷诺应力 $\overline{u_i u_j}$ 可表达为

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - V_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2k C_{\mu} S_{ij} \tag{3.1}$$

式中, $V_i = C_{\mu} k^2 / \epsilon$ 式(2.8)与标准 $k-\epsilon$ 模型(3.1)相比多了两项, 即分别包含系数 $C_{\mu 1}$ 和 $C_{\mu 2}$ 的两项。这两项是由 S_{ij} 和 ω_{ij} 组成的二次项, 包含了更多的有关平均速度梯度和紊流脉动特性变化的信息。而标准 $k-\epsilon$ 模型(3.1)仅包含了由张量 S_{ij} 和 ω_{ij} 组成的一次项, 可见它只是扩展模型(2.8)的一种特殊情形。

在图1所示的均匀剪切紊流流动中, 若雷诺正应力采用标准 $k-\epsilon$ 模型确定, 则有 $\overline{u_1^2} = \overline{u_2^2} = \overline{u_3^2} = \frac{2}{3} k$, 即三个方向的雷诺正应力完全相等, 这与图2中的实验结果显然不符。但若采用扩展 $k-\epsilon$ 模型, 则可得到 $\overline{u_1^2} \neq \overline{u_2^2} \neq \overline{u_3^2}$, 这与实验结果及实际情况是符合的。

标准 $k-\epsilon$ 模型建立在各向同性的涡粘性假定基础上, 由此得出所有雷诺应力值相等是自然的。扩展 $k-\epsilon$ 模型放弃了各向同性的涡粘性假定, 它能较合理地解释雷诺正应力值的不相等。可见扩展 $k-\epsilon$ 模型比标准 $k-\epsilon$ 模型具有更大的优越性, 可以较合理地反映紊流的非各向同性性质。采用该模型模拟建筑周围的流动风期望得到更合理的计算结果。

§ 4. 数值算例

本文以一受法向紊流风作用的高层建筑^[2,3]作为数值算例。该建筑物高120m, 横截面为 $60 \times 60\text{m}$ 的正方形。图3给出了该建筑中心的竖直剖面上沿顺风方向的流线图。由标准 $k-\epsilon$ 模型预测的建筑后方回流区域的长度约为建筑宽度的2倍, 与试验结果相比有所偏小^[2]; 而由图可知, 扩展 $k-\epsilon$ 模型则改善了对该区域的预测, 由其得到的回流区域长度为建筑宽度的约2.2倍以上。

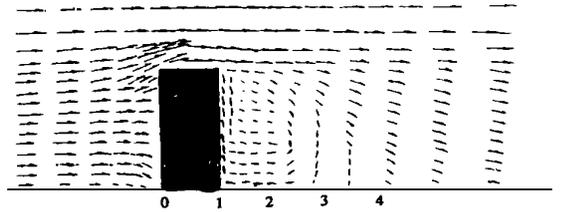


图3 建筑中心竖直剖面的流线图(扩展 $k-\epsilon$ 模型)

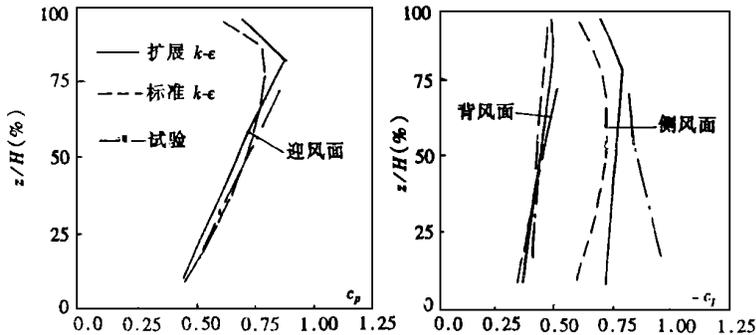


图4 建筑表面沿竖向中心线的风压系数

图4给出了建筑迎风面、背风面和侧面上的风压系数值沿各表面竖向中心线的变化情况。图中的测试数据由边界层风洞试验^[2]提供。由图可见,采用扩展 $k-\varepsilon$ 模型计算得到的风压系数值比标准 $k-\varepsilon$ 模型更加符合风洞试验结果。在建筑的背风面和侧面上,由标准 $k-\varepsilon$ 模型计算的负压值有较大程度的偏小,而扩展 $k-\varepsilon$ 模型则明显减小了该计算值与测试数据间的偏差。

在建筑的侧风面和背风面附近,存在着分离和回流区域及其所包含的涡漩,它们均表现为较强烈的紊流非各向同性。标准 $k-\varepsilon$ 模型建立在各向同性的涡粘性假定基础上,因而无法较合理地提供这些表面上的负压值。扩展 $k-\varepsilon$ 模型建立在广义有效粘性假定基础上,因此明显改善了对建筑的背风和侧风面上负压值的预测。

§ 5. 结 论

根据文中提供的分析和结果,可获得如下结论:

- (1) 扩展 $k-\varepsilon$ 紊流模型建立在广义有效性假定基础上,而舍弃了紊流各向同性的涡粘性假定,因而能较好地反映紊流的非各向同性性质;
- (2) 扩展 $k-\varepsilon$ 模型是对标准 $k-\varepsilon$ 模型的推广,包含了更多的有关平均速度梯度和紊流脉动参量变化的信息;
- (3) 扩展 $k-\varepsilon$ 模型改善了对建筑后方回流区域中风速矢量的预测;
- (4) 扩展 $k-\varepsilon$ 模型较明显地减小了由标准 $k-\varepsilon$ 模型计算的建筑各表面风压值与测试数据间的偏差。尤其在建筑的侧风面和背风面上。

参 考 文 献

- 1 S. Murakami and A. Mochida, 3-D numerical simulation of airflow around a cubic model by means of the $k-\varepsilon$ model, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **31**(2) (1988), 283-303.
- 2 A. Baskaran and T. Stathopoulos, Computational evaluation of wind effects on buildings, *Bldg. Environ.*, **24**(4) (1989), 325-333.
- 3 A. Baskaran and T. Stathopoulos, Numerical computation of wind pressures on building, *Computer & Structure*, **46**(6) (1993), 1029-1039.
- 4 S. B. Pope, A more general effective viscosity hypothesis, *J. Fluid Mech.*, **72**(2) (1975), 331-340.
- 5 陈景仁,《湍流模型及有限分析法》,上海交通大学出版社(1989).
- 6 S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York (1980).
- 7 陶文铨,《数值传热学》,西安交通大学出版社(1988).

An Extended k_ε Model for Numerical Simulation of Wind Flow Around Buildings

Chen Shuifu Sun Bingnan Tang Jinchun

(Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China)

Abstract

It is assumed in this paper that for a high Reynolds number nearly homogeneous wind flow, the Reynolds stresses are uniquely related to the mean velocity gradients and the two independent turbulent scaling parameters k and ε . By applying dimensional analysis and owing to the Cayley-Hamilton theorem for tensors, a new turbulence enclosure model so called the extended k_ε model has been developed. The coefficients of the model expression were determined by the wind tunnel experimental data of homogeneous shear turbulent flow. The model was compared with the standard k_ε model in its composition and the prediction of the Reynolds' normal stresses. Using the new model the numerical simulation of wind flow around a square cross-section tall building, was performed. The results show that the extended k_ε model improves the prediction of wind velocities around the building and wind pressures on the building envelope.

Key words turbulence model, Reynolds stress, wind flow, numerical simulation