

# 双层分形油藏的压力动态分析

李凡华<sup>①</sup> 刘慈群<sup>①</sup>

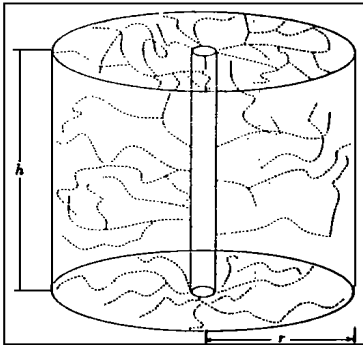
(1996 年 4 月 25 日收到, 1997 年 8 月 20 日收到修改稿)

## 摘 要

本文研究了双层分形油藏不定常径向渗流, 给出了广义对流扩散方程组在拉氏空间中的通解, 得到了考虑和不考虑井筒存储和表皮效应时的不同内边界条件下的解, 讨论了在不考虑井储和表皮效应时的解的特征。

关键词 分形油藏 窜流 广义对流扩散方程 压力动态分析

## § 1. 引 言



J. Chang<sup>[1]</sup>首次用分形油藏的概念来描述如图 1 所示的自然裂缝油藏, 所谓分形油藏, 其特征表现在孔隙度和渗透率的描述上, 刘慈群<sup>[2]</sup>用谱指数  $\theta_\phi$ ,  $\theta_k$  分别来描述孔隙度和渗透率的分布:  $\phi(r) = \phi_0(r/r_w)^{\theta_\phi}$ ,  $k(r) = k_0(r/r_w)^{\theta_k}$ , 其中  $\theta_\phi = D - d$ ,  $\theta_k = D - d - \theta$ ,  $D$  是油藏的分维,  $d$  是分形所嵌入的欧氏空间的维数,  $\theta$  为谱指数。S. Aprilian<sup>[4]</sup>和 J. A. Acunil<sup>[5]</sup>利用基于分形油藏的试井分析方法解释了油田中用以往的方法难以解释的复杂油藏的试井结果, 得到了和现场试验一致的结论, 这说明分形油藏的试井分析也很有意义。

图 1 分形油藏示意图<sup>[1]</sup>

本文进一步讨论双层有窜流分形油藏的压力动态特征, 以及双孔双渗和双孔单渗油藏情况下的广义对流扩散方程组的解。

## § 2. 双层有窜流问题

假定双层分形油藏具有相同的孔隙度和渗透率谱指数, 可得双层有窜流的分形油藏的广义对流扩散方程组:

① 中国石油天然气总公司; 中国科学院渗流流体力学研究所, 河北廊坊 065007

$$\frac{\partial^2 P_{D1}}{\partial r_D^2} + \frac{\theta_k + 1}{r_D} \frac{\partial P_{D1}}{\partial r_D} - \frac{\omega_1}{Y_1 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} \frac{\partial P_{D1}}{\partial t_D} + \frac{\lambda}{Y_1 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} \cdot (P_{D2} - P_{D1}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 P_{D2}}{\partial r_D^2} + \frac{\theta_k + 1}{r_D} \frac{\partial P_{D2}}{\partial r_D} - \frac{\omega_2}{Y_2 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} \frac{\partial P_{D2}}{\partial t_D} - \frac{\lambda}{Y_2 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} \cdot (P_{D2} - P_{D1}) = 0 \quad (2.2)$$

$$\text{初始条件: 当 } t_D = 0 \text{ 时, } P_{D1} = P_{D2} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{外边界条件: 当 } t_D \rightarrow \infty \text{ 时, } P_{D1} = P_{D2} = 0 \quad (2.4)$$

$$\text{其中 } P_{D1} = \frac{2\pi(P_i - P_1)(K_{10}h_1 + K_{20}h_2)}{Q\mu\beta}, P_{D2} = \frac{2\pi(P_i - P_2)(K_{10}h_1 + K_{20}h_2)}{Q\mu\beta},$$

$$t_D = \frac{t(K_{10}h_1 + K_{20}h_2)}{\mu r_w^2(\phi_{10}c_1 + \phi_{20}c_2)}, \quad r_D = \frac{r}{r_w},$$

$$Y_1 = \frac{K_{10}h_1}{K_{10}h_1 + K_{20}h_2}, \quad Y_2 = 1 - Y_1,$$

$$\omega_1 = \frac{\phi_{10}C_1}{\phi_{10}C_1 + \phi_{20}C_2}, \quad \omega_2 = 1 - \omega_1.$$

为求上述方程的解, 先对以上四式进行关于  $t_D$  的拉氏变换,

$$P_{Di}(s) = \int_0^\infty \exp[-st_D] P_{Di}(t_D) dt_D \quad (i = 1, 2)$$

$s$  为拉氏变量, 则有:

$$\frac{\partial^2 P_{D1}}{\partial r_D^2} + \frac{\theta_k + 1}{r_D} \frac{\partial P_{D1}}{\partial r_D} - \frac{\omega_1 s}{Y_1 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} P_{D1} + \frac{\lambda}{Y_1 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} \cdot (P_{D2} - P_{D1}) = 0 \quad (2.1)'$$

$$\frac{\partial^2 P_{D2}}{\partial r_D^2} + \frac{\theta_k + 1}{r_D} \frac{\partial P_{D2}}{\partial r_D} - \frac{\omega_2 s}{Y_2 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} P_{D2} - \frac{\lambda}{Y_2 r_D^{\theta_\phi - \theta_k}} \cdot (P_{D2} - P_{D1}) = 0 \quad (2.2)'$$

$$\text{外边界条件: 当 } r_D \rightarrow \infty \text{ 时, } P_{D1} = P_{D2} = 0 \quad (2.4)'$$

根据方程(2.1)', (2.2)' 和(2.4)', 可假定:

$$P_{D1}(r_D, s) = A' r_D^{-\theta_k/2} K_V(x r_D^\xi) \quad (2.5)$$

$$P_{D2}(r_D, s) = A'' r_D^{-\theta_k/2} K_V(x r_D^\xi) \quad (2.6)$$

其中,  $A', A'', x$  是待定系数,  $v = \frac{\theta_k}{\theta_k - \theta_\phi - 2}, \xi = \frac{\theta_\phi - \theta_k + 2}{2}$ .

将(2.5), (2.6) 代入(2.1)' 和(2.2)' 得:

$$\left[ \left( \frac{\theta_\phi - \theta_k + 2}{\lambda^2} \right)^2 x^2 - \frac{\omega_1 s}{Y_1} - \frac{\lambda}{Y_1 x} \right] \left[ \left( \frac{\theta_\phi - \theta_k + 2}{2} x^2 - \frac{\omega_2 s}{Y_2} - \frac{\lambda}{Y_2} - \frac{\lambda^2}{Y_1 Y_2} \right) = 0 \right]$$

$$\text{令 } y_1 = \left( \frac{\theta_\phi - \theta_k + 2}{2} \right)^2, \quad y_2 = -\frac{\omega_1 s}{Y_1} - \frac{\lambda}{Y_1}, \quad y_3 = -\frac{\omega_2 s}{Y_2} - \frac{\lambda}{Y_2} \quad \text{计}$$

$$\text{则有: } x_1^2 = \frac{-(y_1 + y_3) - \sqrt{(y_2 - y_3)^2 + 4\lambda^2/(Y_1 Y_2)}}{2y_1}$$

$$x_2^2 = \frac{-(y_2 + y_3) - \sqrt{(y_2 - y_3)^2 + 4\lambda^2/(Y_1 Y_2)}}{2y_1}$$

$$\text{令 } \Delta = \sqrt{(y_2 - y_3)^2 + 4\lambda^2/(Y_1 Y_2)}, \quad a_1 = 1 - \frac{Y_2}{\lambda} \left[ y_1 x_1^2 - \frac{\omega_2 s}{Y_2} \right],$$

$$a_2 = 1 - \frac{Y_2}{\lambda} \left[ y_1 x_2^2 - \frac{\omega_2 s}{Y_2} \right].$$

$$\text{则有: } P_{D1} = a_1 A_1 r_D^{-\theta_k/2} K_V(x_1 r_D^\xi) + a_2 A_2 r_D^{-\theta_k/2} K_V(x_2 r_D^\xi), \quad (2.7)$$

$$(P_{D2} = A_1 r_D^{-\theta_k/2} K_V \left( x_1 r_D^\xi + A_2 r_D^{-\theta_k/2} K_V \left( x_2 r_D^\xi \right) \right) \quad (2.8)$$

其中,  $\xi = \frac{\theta_\phi - \theta_k + 2}{2}$  式(2.7), (2.8) 是方程(2.1)', (2.2)' 在外边界条件下的通解, 为确定  $A_1$  和  $A_2$ , 我们考虑内边界条件:

$$P_{D1} |_{r_D=1} = P_{D2} |_{r_D=1} = P_{WD} \quad (2.9)$$

$$\left[ \gamma_1 \frac{\partial P_{D1}}{\partial r_D} + \gamma_2 \frac{\partial P_{D2}}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = -1 \quad (2.10)$$

把(2.9), (2.10) 两式分别关于  $t_D$  进行拉氏变换, 得:

$$P_{D1} |_{r_D=1} = P_{D2} |_{r_D=1} = P_{WD} \quad (2.9)'$$

$$\left[ \gamma_1 \frac{\partial P_{D1}}{\partial r_D} \pm \gamma_2 \frac{\partial P_{D2}}{\partial r_D} \right]_{r_D=1} = -\frac{1}{s} \quad (2.10)'$$

进而求得:

$$A_2 = 2 \left[ s \left( \frac{(\gamma_1 a_1 + 1 - \gamma_1)(1 - a_2)}{a_1 - a_2} \cdot 2\xi_{x_1} \frac{K_{V-1}(x_1)}{K_V(x_1)} + \frac{(\gamma_1 a_1 + 1 - \gamma_1)(a_1 - 1)}{a_1 - a_2} \cdot 2\xi_{x_2} \frac{K_{V-1}(x_2)}{K_V(x_2)} \right) \right]^{-1} \quad (2.11)$$

$$A_1 = \frac{(1 - a_2) K_V(x_2)}{(a_1 - 1) K_V(x_1)} A_2 \quad (2.12)$$

从而得到双层有窜流分形油藏等产量的拉氏空间中的无因次井底压力解:

$$P_{DW} = A_1 K_V(x_1) + A_2 K_V(x_2) \quad (2.13)$$

$$\text{令 } g_1 = \frac{(\gamma_1 a_1 + 1 - \gamma_1)(1 - a_2)}{a_1 - a_2}, \quad g_2 = \frac{(\gamma_1 a_2 + 1 - \gamma_1)(a_1 - 1)}{a_1 - a_2}$$

对  $P_{WD}$  进行数值反演, 可得实空间中的  $P_{WD}$ .

### § 3. 算例与讨论

#### 1. 分形油藏蜕变为均质油藏

当分维  $D = 2$ ,  $\theta = 0$  时, 分形油藏蜕变为均质油藏, 此时孔隙度谱指数  $\theta_\phi = 0$ , 渗透率谱指数  $\theta_k = 0$ , 这时的  $P_{D1}$ ,  $P_{D2}$  和  $P_{WD}$  与文献[3]中的结果是一致的.

#### 2. $\gamma_1 = \omega_1 = 0.5$ 时的结果

当  $\gamma_1 = \omega_1 = 0.5$  时, 说明两层的地质条件是相同的, 此时,  $x_1^2 = \frac{s + 4\lambda}{\gamma_1}$ ,  $x_2^2 = \frac{s}{\gamma_1}$ ,

$$a_1 = -1, g_1 = 0, g_2 = 1, \text{ 有 } P_{WD} = \frac{2K_V(x_2)}{(\theta_\phi - \theta_k + 2)x_2 K_{V-1}(x_2)}.$$

如果  $\lambda \rightarrow 0$ , 则有  $x_1^2 = x_2^2 = \frac{4s}{(\theta_\phi - \theta_k + 2)^2}$ , 此时,  $P_{WD} = \frac{K_V \left[ \frac{2\sqrt{s}}{\theta_\phi - \theta_k + 2} \right]}{s^{\frac{3}{2}} K_{V-1} \left[ \frac{2\sqrt{s}}{\theta_\phi - \theta_k + 2} \right]}$ , 和文献

[2] 中的(A-5) 式是一样的.

#### 3. 算例

图2是  $\delta = (2 + \theta_\phi) / (\theta_\phi - \theta_k + 2)$  分别取 0.52, 0.56, 0.6, 0.64 时的无因次井底压力和时

间的双对数曲线图, 在时间比较大时,  $\delta$  值越小, 无因次井底压力值越大, 且出现的直线段的斜率为  $1-\delta$ 。

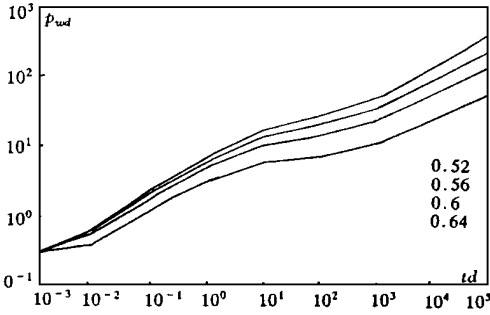


图 2  $\delta$  变化时的无因次井底压力图

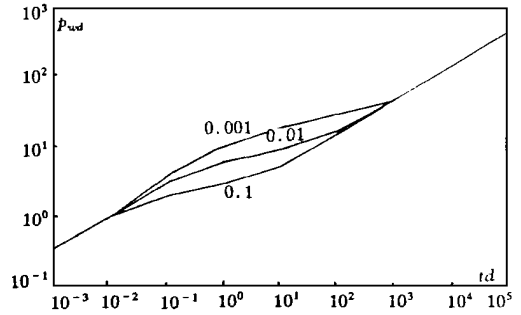


图 3  $\lambda$  变化时的无因次井底压力图

图 3 是窜流系数  $\lambda$  分别取 0.001, 0.01, 0.1 时的结果, 双对数图上出现了“s”形曲线, 这和均质油藏中双层有窜流时出现的“s”形曲线形态相似。

图 4 是  $\nu_1$  分别取 0.99, 0.9, 0.8, 0.7 时的结果, 图 5 是  $\omega_1$  分别取 0.001, 0.01, 0.1, 0.5 时的结果。

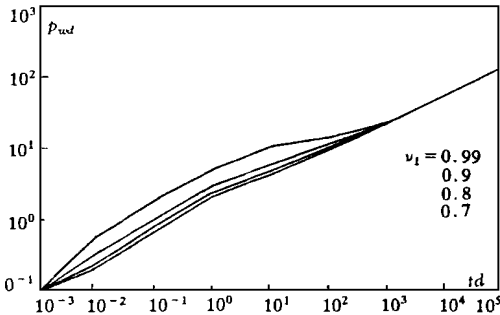


图 4  $\nu_1$  变化时的无因次井底压力图

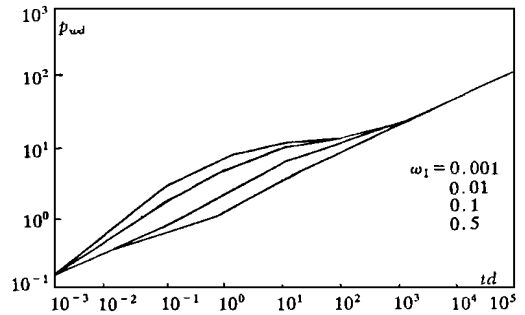


图 5  $\omega_1$  变化时的无因次井底压力图

### 4. 早期特征

当  $t \rightarrow 0$  时,  $s \rightarrow \infty$ ,  $x_1^2$  和  $x_2^2$ ,  $g_1$  和  $g_2$  的值分别和  $\lambda \rightarrow 0$  时的值是一样的, 所以其特征曲线与两层无窜流时的情形是一致的, 在图 3、4、5 上表现为早期阶段近似为一条曲线, 此时窜流没有起作用。

### 5. 晚期特征

当  $t \rightarrow \infty$  时,  $s \rightarrow 0$ , 此时

$$\lim_{s \rightarrow 0} x_1^2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{y_1}, \quad \lim_{s \rightarrow 0} x_2^2 = 0, \quad \lim_{s \rightarrow 0} g_1 = 0, \quad \lim_{s \rightarrow 0} g_2 = 1,$$

则有  $P_{WD} = \frac{2Kv(x_2)}{(\theta\phi - \theta_k + 2)x_2Kv_1(x_2)}$ , 和  $\nu_1 = \omega_1 = 0.5$  时的结果是一样的。

### § 4. 双层有窜流考虑井储和表皮效应的解

考虑井筒存储和表皮效应时的内边界条件为:

$$P_{\text{系数}} \left[ B_{\text{分别}} S \frac{dP_D}{dr_D} \right]_{r_D=1} = \left[ P_{D2} - S \frac{dP_{D2}}{dr_D} \right]_{r_D=1} \quad (4.1)$$

$$\left[ C_D \frac{\partial P_{WD}}{\partial t_D} - \left( \gamma_1 \frac{dP_{D1}}{dr_D} + \gamma_2 \frac{dP_{D2}}{dr_D} \right) \right]_{r_D=1} = 1 \quad (4.2)$$

把(4.1), (4.2) 关于  $t_0$  进行拉氏变换后, 结合(2.1)', (2.2)' 和(2.4)' 式可得:

$$P_{WD} = A_1 \left[ K_V(x_1) + i \frac{(\theta_\phi - \theta_k + 2) S x_1}{2} K_{V-1}(x_1) \right] + A_2 \left[ K_V(x_2) + \frac{(\theta_\phi - \theta_k + 2) S x_1}{2} K_{V-1}(x_1) \right] \quad (4.3)$$

其中

$$A_1 = \frac{m_1}{S(m_2 m_3 + m_1 m_4)}, \quad A_2 = \frac{m_2}{S(m_2 m_3 + m_1 m_4)},$$

$$m_1 = (a_1 - 1) \left[ K_V(x_1) + \frac{(\theta_\phi - \theta_k + 2) S x_1}{2} K_{V-1}(x_1) \right],$$

$$m_2 = (1 - a_2) \left[ K_V(x_2) + \frac{(\theta_\phi - \theta_k + 2) S x_2}{2} K_{V-1}(x_2) \right],$$

$$m_3 = C_{Ds} K_V(x_1) + \frac{(\theta_\phi - \theta_k + 2) x_1}{2} (\gamma_1 a_1 + \gamma_2 + C_D s S) K_{V-1}(x_1),$$

$$m_4 = C_{Ds} K_V(x_2) + \frac{(\theta_\phi - \theta_k + 2) x_2}{2} (\gamma_1 a_2 + \gamma_2 + C_D s S) K_{V-1}(x_2) \cdot$$

至于双孔双渗分形油藏的情况和双层有窜流的结果类似, 双孔单渗分形油藏的情况是双渗情况的特例, 为节省篇幅, 这里从略。

### § 5. 结 论

1. 本文给出了双层有窜流分形油藏的广义对流扩散方程组在拉氏空间中的通解。
2. 给出了不考虑井储和表皮效应的内边界条件下的解, 并讨论了均质和无窜流情况下, 拉氏空间中无因次压力的特征。开井的早期和两层无窜流条件下的结果一样, 晚期则和均质情况下的结果一致。
3. 求得了考虑井储和表皮效应的内边界条件下拉氏空间中的解:

#### 符号说明

$B$ : 体积系数;	$C_{1,2}$ : 压缩系数, 1/atm;
$h_{1,2}$ : 油藏高度, cm;	$\kappa_{1,2}$ : 渗透率, Darcy;
$K_V$ : 虚宗量的贝塞尔函数;	$C_D$ : 无因次井储;
$P_{D1,2}$ : 无因次压力;	$P_{WD}$ : 无因次井底压力;
$P_i$ : 原始地层压力, atm;	$Q$ : 流量, $\text{cm}^3/\text{s}$ ;
$r_w$ : 井半径, cm;	$S$ : 表皮因子;
$\lambda$ : 窜流系数;	$\mu$ : 粘度, cp;

$\phi$ : 孔隙度·

### 参 考 文 献

- 1 J. Chang and Y. C. Yortsos, Pressure\_Transient Analysis of Fractal Reservoirs, SPE 18170 (Society of Petroleum Engineers) (1990).
- 2 刘慈群, 分维油藏压力动态特征, 第五届全国流体力学会议论文集, 北京 (1995).
- 3 D. Bourdet, Pressure Behavior of Layered Reservoir with Crossflow, SPE 13628(1985).
- 4 S. Aprilian, D. Abdassah, L. Mucharam and R. Sumantri, Application of Fractal Reservoir model for Interference Test Analysis in Kamojang Geothermal Field (Indonesia), SPE 26465 (1993).
- 5 J. A. Acuña, I. Ershaghi and Y. C. Yortsos, Practical Application of Fractal Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs, SPE 24705, (1992).

## Pressure\_Transient Analysis of Two\_Layered Fractal Reservoirs

Li Fanhua Liu Ciqun

(Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics, Academia Sinica, Langfang Hebei 065007, P. R. China)

### Abstract

In this article we discuss nonsteady flow of two\_layered fractal reservoirs, and get the solution of generalized C\_D equation in Laplace space and then get the solution under different boundary conditions with considering or not considering wellbore storage and skin effects, and at last we analyse the nature of the solution under not considering wellbore storage and skin effects.

**Key words** fractal reservoirs, cross flow, generalized C\_D equation, pressure\_transient analysis