

# 小波伽辽金有限元法在梁板结构中的应用\*

周又和<sup>①</sup> 王记增<sup>①</sup> 郑晓静<sup>①</sup>

(叶开沅推荐, 1997 年 1 月 3 日收到, 1998 年 3 月 1 日收到修改稿)

## 摘 要

本文给出了基于小波尺度函数展开的高阶导数及其在伽辽金有限元法中有关联的导数乘积积分的计算格式, 从而实现了将小波伽辽金法用于求解高于二阶导数微分方程边值问题的数值计算, 使其在结构力学问题求解中成为可能。数值算例表明: 本方法具有良好的计算精度。

**关键词** 小波理论的应用 尺度函数 高阶导数运算 Galerkin FEM 梁板弯曲  
**中图分类号** O242, O343

## § 1. 引 言

小波理论是近年来形成和发展迅速的一种数学工具。它在信号分析、图象识别、函数逼近和微分方程求解等领域得到广泛应用。早期, 它由于能有效提取高阶微弱信号而得到理论界和工程界的重视<sup>[1]</sup>, 而今, 这一方法已被推广到微分方程的数值求解中<sup>[2]</sup>。特别是在与伽辽金法相结合用于求解两点边值问题方面, 它在对区域进行自动划分后, 试函数可由小波函数给出, 具有精度高和收敛速度快的特点。然而, 由于小波函数(或其尺度函数)的基函数的高阶(二阶以上)导数计算的困难, 目前小波伽辽金法只用于二阶微分方程的边值问题中(如: 电磁场中的 Laplace 方程, P is n 方程等)<sup>[3-5]</sup>。由于结构力学中的梁、板、壳方程通常是由 4 阶(或 4 阶以上)的微分方程构成的边值问题, 因而有关小波基函数(或尺度函数)的高阶导数的计算格式以及其导函数乘积的积分运算成为小波伽辽金法在结构力学问题中能否成功运用的关键。

本文将给出有关小波理论中尺度函数(二阶以上)高阶导数和它们乘积的积分运算格式, 从而使小波伽辽金法在结构力学中的运用成为可能。与此同时, 以梁、板弯曲问题为算例, 显示了本方法的精度与可靠性。

## § 2. 基本概念

### 2.1 尺度函数与小波函数

**定义 1** 函数  $\phi(x) \in L^2$  被称为一尺度或膨胀函数, 如果  $\phi(x)$  满足以下性质:

(1) 存在一序列集合  $\{p(k)\}_{k \in Z}$ , 使

\* 国家自然科学基金(19972014)、国家教委留学回国人员科研基金、国家教委优秀年轻教师基金资助课题

① 兰州大学力学系, 兰州 730000

$$\phi(x) = \sum_k p(k) \phi(2x - k) \quad (2.1)$$

成立:

(2) 基  $\{\phi_{n,k}(x)\}_{n,k \in Z}$  满足正交性条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{n,k}(x) \phi_{n,l}(x) dx = \delta_{kl} \quad (2.2)$$

于是  $\forall f(x) \in L^2$ , 记变换

$$A_n f(x) = \sum_k a_{n,k} \phi_{n,k}(x) \quad (2.3)$$

$$a_{n,k} = \langle f(x), \phi_{n,k}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \phi_{n,k}(x) dx \quad (2.4)$$

其中

$$\phi_{n,k}(x) = 2^{n/2} \phi(2^n x - k) \quad (2.5)$$

(3) 函数空间的集合

$$V_n = \left\{ \sum_k a_k \phi_{n,k}(x); n, k \in Z, a_k \in R \right\} \quad (2.6)$$

具有以下关系

(i)  $V_n \subset V_{n+1}$ ;

(ii)  $A_n f(x) \in V_n \leftrightarrow A_n f(2x) \in V_{n+1}$ ;

(iii)  $A_n f(x) \in V_n \leftrightarrow A_n f(x + 2^{-n}) \in V_n$ ;

(iv)  $\lim_n V_n = \bigcup_n V_n$  在  $L^2(R)$  中;

(v)  $\lim_n \bigcap_n V_n = \{f\}$ ; 重

(vi) 集合  $\{\phi(x, k)\}$  构成  $V_0$  的一 Riese 或无条件基, 即存在常数  $A$  和  $B (0 < A \leq B < \infty)$  使

$$A \sum_{k \in Z} |c_k|^2 \leq \left\| \sum_{k \in Z} c_k \phi(x - k) \right\|_2^2 \leq B \sum_{k \in Z} |c_k|^2$$

对于平方和序列空间  $l_2$  中的任意序列  $\{c_k \in l_2\}$  成立.

这里, 系数  $p(k)$  称为滤波系数, 通常只有有限个非零.

**定义 2** 如果存在一序列  $\{q(k)\}_{k \in Z}$  使得函数  $n$

$$\phi(x) = \sum_k q(k) \phi(2x - k) \quad (2.7)$$

满足以下条件:

(1) 函数序列

$$\phi_{n,k}(x) = 2^{n/2} \phi(2^n x - k) \quad (2.8a)$$

是正交的, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{n,k}(x) \phi_{n,l}(x) dx = \delta_{nn} \delta_{kl}, \quad m, n, k, l \in Z \quad (2.8b)$$

或半正交的:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{n,k}(x) \phi_{m,l}(x) dx = \delta_{mn}, \quad m, n, k, l \in Z \quad (2.9)$$

或是双正交的:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{n,k}(x) \phi_{m,l}(x) dx = \delta_{mn} \delta_{kl}, \quad m, n, k, l \in Z \quad (2.10)$$

其中  $\phi_{n,k}(x)$  为函数  $\phi_{n,k}(x)$  的一个对偶。

(2) 对于任意函数  $b_k$ , 由基函数  $\phi_{n,k}(x)$  张成的函数空间

$$W_n = \left\{ \sum_k b_k \phi_{n,k}(x); n, k \in Z, b_k \in R \right.$$

具有

(i)  $V_{n+1} = V_n \dot{\cup} W_n$ ;

(ii) 对于不同的整数  $m, n$ ,  $W_n$  与  $W_m$  正交;

(iii)  $\dot{\bigcup}_{n=-\infty}^{\infty} W_n = L^2(R)$ ;

则函数  $\phi(x)$  称为一基(母)小波函数, 而  $\phi_{n,k}(x)$  称为此小波函数的基函数。

## 2.2 分解与重构

在获得满足定义 1 和定义 2 的条件的尺度函数  $\phi(x)$  和小波函数  $\psi(x)$  后, 可给出尺度函数变换

$$A_n f(x) = \sum_k a_{n,k} \phi_{n,k}(x) \quad (2.11)$$

$$a_{n,k} = \langle f(x), \phi_{n,k}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \phi_{n,k}(x) dx \quad (2.12)$$

算子  $A_n: L^2(R) \ni f(x) \mapsto A_n f(x) \in V_n$  (2.13)

和小波函数变换:

$$D_n f(x) = \sum_k b_{n,k} \psi_{n,k}(x) \quad (2.14)$$

$$b_{n,k} = \langle f(x), \psi_{n,k}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{n,k}(x) dx \quad (2.15)$$

算子  $D_n: L^2(R) \ni f(x) \mapsto D_n f(x) \in W_n$  (2.16)

确定一函数或信号过程  $f(x)$  的系数  $a_{n,k}$  和  $b_{n,k}$  的过程称为分解过程; 而  $A_n f(x)$  和  $D_n f(x)$  的求和则分别称为  $f(x)$  在尺度函数和小波函数意义上的重构。当  $n$  足够大时, 不难发现:

$$f(x) \approx A_n f(x) = \sum_k a_{n,k} \phi_{n,k}(x) \quad (2.17)$$

而  $D_n f(x)$  表征了  $f(x)$  的高频部分。其实, 由定义 2 可得:

$$f(x) = \sum_n \sum_k b_{n,k} \psi_{n,k}(x) \quad (2.18)$$

从而  $f(x)$  被分解为不同频率的部分, 而  $k$  表征了函数的位置。因此,  $b_{n,k}$  同时刻画了一函数或信号  $f(x)$  的频率与位置的特征。

## § 3. Daubechies 小波函数及其导数

### 3.1 尺度函数和小波基函数

在 Daubechies 小波函数中, 系数  $p(k)$  和  $q(k)$  通常取为偶数个非零项, 用数  $N$  识别有

$$\phi_N(x) = \sum_{k=0}^{2N-1} p_N(k) \phi_N(2x-k) \quad (3.1a)$$

$$\psi_N(x) = \sum_{k=0}^{2N-1} q_N(k) \psi_N(2x-k) \quad (3.1b)$$

它们满足正交归一化条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_N(x) \phi_N(x-k) dx = \delta_{0k} \quad k \in Z \quad (3.2a)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_N(x) \phi_N(x) dx = 0 \quad (3.2b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_N(x) dx = 1 \quad (3.2c)$$

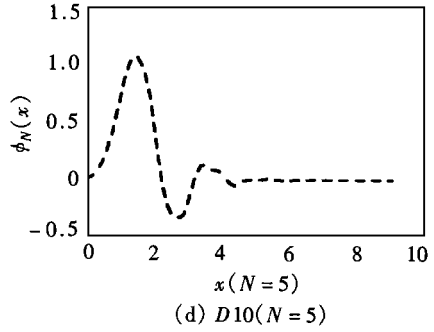
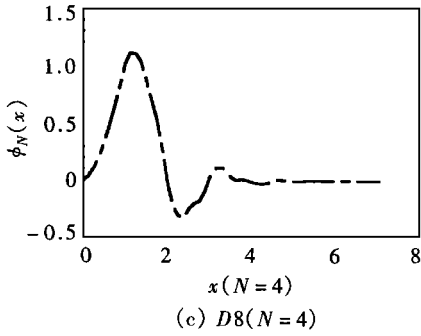
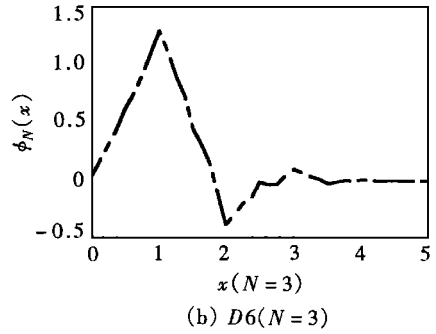
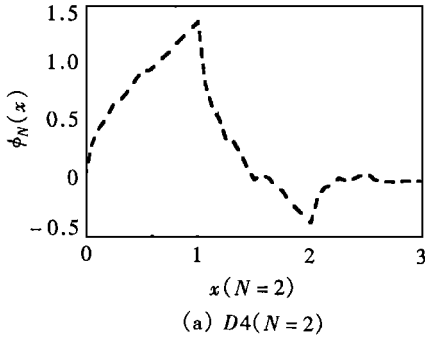


图 1 Daubechies 小波尺度函数

表 1

Daubechies 滤波系数  $p_N(k)$ 

$k$	$p_N(k)$			
	$N=2$	$N=3$	$N=4$	$N=5$
0	0.6830127	0.4704672	0.3258034	0.2264190
1	1.1830127	1.1411169	1.0109457	0.8539435
2	0.3169873	0.6503650	0.8922001	1.0243269
3	-0.1830127	-0.1909344	-0.0395750	0.1957669
4		-0.1208322	-0.2645072	-0.3426567
5		0.0498175	0.0436163	-0.04560113
6			0.0465036	0.1097026
7			-0.0149869	-0.00882680
8				-0.01779197
9				0.0047174

除此之外, Daubechies 小波函数认为其尺度函数变换能用来精确地表征出不大于  $N$  阶的幂级数, 即

$$\sum_{r=0}^N \alpha_r x^r = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \phi_N(x-k) \quad (3.3a)$$

由此得到

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^r \phi_N(x) dx = 0 \quad (r = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (3.3b)$$

当取  $q_N(k) = (-1)^k p_N(1-k)$  (3.4)

时, (3.2b) 自动满足. 将(3.1)代入(3.2)、(3.3)便得到确定系数  $p_N(k)$  的非线性代数方程组.

表1给出了  $N=2, 3, 4, 5$  时  $p_N(k)$  的值. 在获得  $p_N(k)$  后, 便可由(3.1a)和(3.2c)得到  $\phi_N(x)$  在整数点上的代数方程用于确定整数点上的  $\phi_N(k)$  值, 再由(3.1a)可给出二分点  $k2^{-n}$  上的  $\phi_N(x)$  的函数值. 这样, 尺度函数  $\phi_N(x)$  便可构造得到. 然后由(3.1b)可获得小波基函数  $\psi_N(x)$ . 有关 Daubechies 小波的尺度函数的图象见图1.

### 3.2 Daubechies 小波尺度函数的导数计算

由于小波函数是用数值表示的, 其导数计算必须采用特殊方式以保证有效的精度. 由膨胀方程(3.1a)两边求  $d$  阶导数得:

$$\phi_N^{(d)}(x) = \sum_{k=0}^{2N-1} a_k^{(d)} \phi_N^{(d)}(2x-k) \quad (3.5)$$

其中

$$a_k^{(d)} = 2^d p_N(k) \quad (3.6)$$

由于

$$\text{supp } \phi_N(x) = [0, 2N-1]$$

有

$$\text{supp } \phi_N^{(d)}(x) \subseteq [0, 2N-1]$$

于是对(3.5)式将  $x$  在  $[0, 2N-1]$  区域的整数点上取值, 便得:

$$\begin{aligned} \phi_N^{(d)}(0) &= a_0^{(d)} \phi_N^{(d)}(0) \\ \phi_N^{(d)}(1) &= a_0^{(d)} \phi_N^{(d)}(2) + a_1^{(d)} \phi_N^{(d)}(1) + a_2^{(d)} \phi_N^{(d)}(0) \\ &\dots\dots \\ \phi_N^{(d)}(2N-2) &= a_{2N-3}^{(d)} \phi_N^{(d)}(2N-1) + a_{2N-2}^{(d)} \phi_N^{(d)}(2N-2) \\ &\quad + a_{2N-1}^{(d)} \phi_N^{(d)}(2N-3) \\ \phi_N^{(d)}(2N-1) &= a_{2N-1}^{(d)} \phi_N^{(d)}(2N-1) \end{aligned}$$

写成矩阵形式则为

$$[\mathbf{A}]^{(d)} [\Phi]^{(d)} = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

其中  $[\Phi]^{(d)} = [\phi_N^{(d)}(0), \phi_N^{(d)}(1), \dots, \phi_N^{(d)}(2N-1)]^T$ ,  $[\mathbf{A}]^{(d)}$  为其系数构成的矩阵. 显然  $[\mathbf{A}]^{(d)}$  为奇异矩阵. 为了求得  $[\Phi]^{(d)}$  的非零解, 可以附加如下条件:

取

$$x^d = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \phi_N(x-k) \quad (3.8)$$

则

$$\begin{aligned} c_k &= \langle x^d, \phi_N(x-k) \rangle \\ &= \sum_{i=0}^d C_d^i k^{d-i} \langle x^i, \phi_N(x) \rangle = \sum_{i=0}^d C_d^i k^{d-i} A_i \end{aligned} \quad (3.9)$$

其中

$$A_i = \langle x^i, \phi_N(x) \rangle \quad (i = 0, 1, 2, \dots, d) \quad (3.10)$$

考虑到膨胀方程(3.1a)、(3.10)式,可得到递推关系

$$A_i = 2^{-(i+1)} \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{j=0}^i C_i^j k^{i-j} p_N(k) A_j \quad (3.11)$$

从而可得到  $A_0, A_1, \dots, A_d$ . 然后代入(3.9)就可得到  $c_k$ . 对(3.8)两边求  $d$  阶导数后,在  $\phi_N(x)$  的支撑域内任一整数点处取值(不妨取  $x = 0$ )得

$$\sum_{k=0}^{2N-1} c_k \phi_N^{(d)}(x) = d! \quad (3.12)$$

将(3.12)式补充到(3.7)式的矩阵方程中,我们就得到整数点处  $\phi_N(x)$  的  $d$  阶导数值  $\phi_N^{(d)}(j)$ ,  $j \in Z$ . 再由

$$\phi_N^{(d)}\left(\frac{x}{2}\right) = \sum_{k=0}^{2N-1} \text{尺度}(k) \phi_N^{(d)}(x - k) \quad (3.13)$$

可以给出二分点  $\left\{i/2^n, i, n \in Z\right\}$  处  $\phi_N^{(d)}(x)$  的值.

这样,依本文提出的方法,一旦  $\phi_N^{(d)}(x)$  数值给出后,对于任一  $f(x) \in L^2(R)$ ,从尺度函数变换就可给出  $f(x)$  的  $d$  阶导数的数值曲线.

## § 4. 在梁、板弯曲问题中的应用

在传统伽辽金法中,要求试函数  $h_k$  满足预先给定的边界条件. 而若将小波理论与伽辽金法结合,选试函数为小波尺度函数的基函数,由于这样的基函数与边界条件无关,因此,除得到由微分方程导出的代数方程外,加入与边界条件相应的代数方程联立求解即可.

### 4.1 梁的弯曲问题

对于 Euler-Bernoulli 梁,不难通过无量纲化将其边值问题表为

$$\frac{d^4 u}{dx^4} = q(x), \quad 0 < x < 1 \quad (4.1)$$

$$\text{固支端: } x = 0 \text{ 或 } x = 1: u = \frac{du}{dx} = 0 \quad (4.2a)$$

$$\text{简支端: } x = 0 \text{ 或 } x = 1: u = \frac{d^2 u}{dx^2} = 0 \quad (4.2b)$$

$$\text{自由端: } x = 0 \text{ 或 } x = 1: \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{d^3 u}{dx^3} = 0 \quad (4.2c)$$

设(4.1)式的解为

$$u(x) \approx A_m u(x) = \sum_k a_{m,k} \phi_{m,k}(x) \quad (4.3)$$

将(4.3)代入(4.1)并取  $\phi_{m,j}(x)$  为权函数,得到

$$\int_0^1 \phi_{m,j}(x) \left[ \frac{d^4}{dx^4} \left( \sum_k a_{m,k} \phi_{m,k}(x) \right) - q(x) \right] dx = 0 \quad (4.4)$$

记

$$k_{jk} = \int_0^1 \phi_{m,j}(x) \frac{d^4}{dx^4} \phi_{m,k}(x) dx \quad (4.5)$$

$$f_j = \int_0^1 \phi_{m,j}(x) q(x) dx \quad (4.6)$$

$$[\mathbf{K}] = [k_{jk}], [\mathbf{F}] = [f_j], [\mathbf{a}] = [a_{m,k}]$$

则(4.4)化为以下矩阵形式的代数方程

$$[\mathbf{K}][\mathbf{a}] = [\mathbf{F}] \quad (4.7)$$

梁的边界条件提供了4个补充方程,如两端简支,有

$$\left. \begin{aligned} u(0) = \sum_k a_{m,k} \phi_{m,k}(0) = 0, \quad u''(0) = \sum_k a_{m,k} \phi''_{m,k}(0) = 0 \\ u(1) = \sum_k a_{m,k} \phi_{m,k}(1) = 0, \quad u''(1) = \sum_k a_{m,k} \phi''_{m,k}(1) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

将(4.8)补充到(4.7)中后,便可求得与原边值问题相关联的小波伽辽金解。

## 4.2 板的弯曲问题

为了简便,这里我们仅讨论矩形薄板,并用直角坐标系表示其板的位置。与梁弯曲方程类似,通过无量纲化,不难给出其板弯曲问题的边值方程:

$$\nabla^4 u(x, y) = q(x, y), \quad 0 < x, y < 1 \quad (4.9)$$

四边简支时,

$$\left. \begin{aligned} u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad u|_{y=0} = u|_{y=1} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{x=1} = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=1} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

在二维小波理论中,尺度函数的基函数  $\phi_{m,j,k}(x, y)$  取为

$$\phi_{m,j,k}(x, y) = \phi_{m,j}(x) \phi_{m,k}(y) \quad (4.11)$$

不难证明  $\phi_{m,j,k}(x, y)$  满足其规范正交条件。令

$$u(x, y) \approx A_m u(x, y) = \sum_{j,k} a_{m,j,k} \phi_{m,j,k}(x, y) \quad (4.12)$$

将(4.12)代入(4.9)中并取  $\phi_{m,j',k'}(x)$  为权函数进行加权积分,得到关于待定系数  $a_{m,j,k}$  的代数方程为

$$[\mathbf{K}][\mathbf{a}] = [\mathbf{F}] \quad (4.13)$$

其中系数矩阵  $[\mathbf{K}]$  和非齐次列阵  $[\mathbf{F}]$  的元素为

$$k_{j',k',j,k} = \int_0^1 \int_0^1 \phi_{m,j',k'}(x, y) \nabla^4 \phi_{m,j,k}(x, y) dx dy \quad (4.14a)$$

$$f_{j',k'} = \int_0^1 \int_0^1 q(x, y) \phi_{m,j',k'}(x, y) dx dy \quad (4.14b)$$

边界条件的补充方程为

$$u(0, y) = \sum_{j,k} a_{m,j,k} \phi_{m,j,k}(0, y) = 0 \quad (4.15a)$$

$$u(1, y) = \sum_{j,k} a_{m,j,k} \phi_{m,j,k}(1, y) = 0 \quad (4.15b)$$

$$u(x, 0) = \sum_{j,k} a_{m,j,k} \phi_{m,j,k}(x, 0) = 0 \quad (4.15c)$$

$$u(x, 1) = \sum_{j,k} a_{m,j,k} \phi_{m,j,k}(x, 1) = 0 \quad (4.15d)$$

$$\frac{\partial^2 u(0, y)}{\partial x^2} = \sum_j \sum_k a_{m,j,k} \phi''_{m,j,k}(0) \phi_{m,k}(y) = 0 \quad (4.15e)$$

$$\frac{\partial^2 u(1, y)}{\partial x^2} = \sum_j \sum_k a_{m,j,k} \phi''_{m,j,k}(1) \phi_{m,k}(y) = 0 \quad (4.15f)$$

$$\frac{\partial^2 u(x, 0)}{\partial y^2} = \sum_j \sum_k a_{m,j,k} \phi_{m,j}(x) \phi'_{m,k}(0) = 0 \quad (4.15g)$$

$$\frac{\partial^2 u(x, 1)}{\partial y^2} = \sum_j \sum_k a_{m,j,k} \phi_{m,j}(x) \phi'_{m,k}(1) = 0 \quad (4.15h)$$

将(4.15)补充在(4.13)中,便可求出待定系数  $a_{m,j,k}$ ,从而近似解(4.11)便可获得。对于其它边界条件,可类似得到。

## § 5. 计算结果

这里,我们取分解水平  $m=0$ ,并将原  $[0, 1]$  区域变换到 Daubechies 小波尺度函数的紧支撑域  $[0, 2N-1]$  上进行计算。图 1 给出了  $N=2, 3, 4, 5$  (即分别标为  $D4, D6, D8, D10$ ) 的 Daubechies 小波函数  $\phi_N(x)$  的图象。为了表明本文导数计算的有效性,图 2 给出了  $f(x) = 0.5\sin 2x$  由本文导数计算方法所得结果与精确值的比较。然后,对于载荷为  $q(x) = 1.0$  (常载),  $q(x) = x$  作用下不同边界的梁的弯曲进行了求解。图 3 和图 4 分别就这两组载荷在两端

简支(S\_S)、一边固支一端简支(\_S)情况下由  $N=5$  Daubechies 小波尺度函数在  $m=0$  时的解与精确解进行了比较。图 5 展示了简支矩形板在分布载荷

$$q(x, y) = 4\pi^4 \sin(\pi x) \sin(\pi y)$$

作用下  $x$  方向和  $y$  方向板中心线的变形曲线。图中给出了  $N=3, 4, 5$  的小波伽辽金有限元解与精确解的比较。由这些数值结果可以看到小波有限元解法应用于梁板弯曲具有好的精度,并且随着支撑域(或  $N$ )的增大趋近于精确解。在一般情况下,对于梁板弯曲问题  $N=5$  时小波有限元解具有足够的精度。

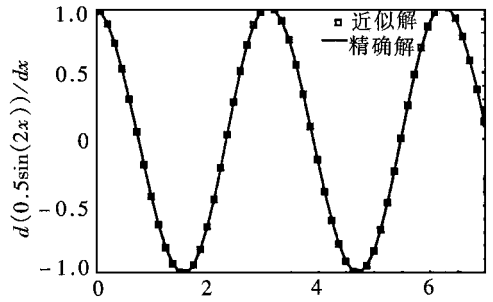
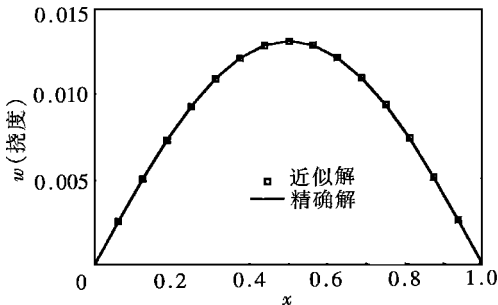
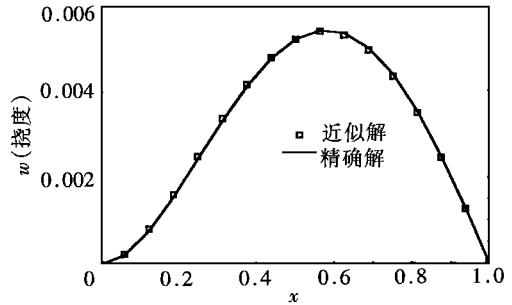


图 2 本文方法对  $0.5\sin 2x$  的导数值与精确值的比较



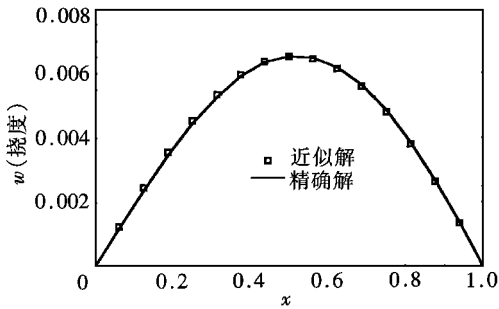
(a) S\_S 支承梁



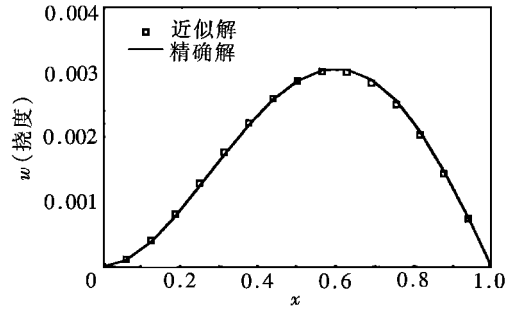
(b) \_S 支承梁

图 3 本文的小波近似解与精确解的比较( $q(x) = 1$ )

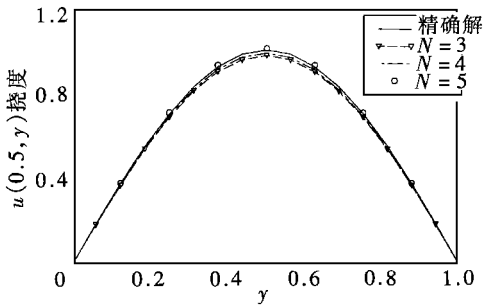
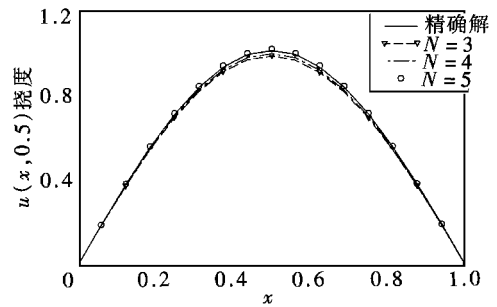




(a) S\_S 支承梁



(b) \_S 支承梁

图4 本文的小波近似解与精确解的比较( $q(x) = x$ )(a) 周边简支板在  $x = 0.5$  处  
挠度随  $y$  变化的曲线(b) 周边简支板在  $y = 0.5$  处  
挠度随  $x$  变化的曲线图5 本文的小波近似解与精确解的比较( $q(x, y) = 4\pi^4 \sin^4 \pi x \sin^4 \pi y$ )

## 参 考 文 献

- 1 R. L. Motard and B. Joseph, Wavelet Applications in Chemical Engineering, Kluwer Academic Publishers, Boston (1994).
- 2 J. R. Williams and K. Amaratunga, Introduction to wavelets in engineering, Internat. J. Numer. Meths Engng., **37**(14) (1994), 2365—2388.
- 3 I. Daubechies, Orthonormal bases of compactly supported wavelets, Ann. Pure Appl. Math., **41** (7) (1988), 909—996.
- 4 K. Amaratunga and J. William, Wavelet Galerkin solution for one dimensional partial differential equations, Internat. J. Numer. Meths Engng., **37**(16) (1994), 2703—2716.
- 5 J. Ko, A. J. Kurdila and M. Pilant, A class of wavelet based finite element methods for computational mechanics, Proc. 35th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Hilton Head, South Carolina, May (1994), 665—675.
- 6 周又和、王记增, 广义小波高斯积分法及其在微分方程中的应用, 《第七届全国现代数学和力学会论文集》, 上海大学出版社, 上海 (1997), 464—467.

# Applications of Wavelet Galerkin FEM to Bending of Beam and Plate Structures

Zhou Youhe      Wang Jizeng      Zheng Xiaojing

(Department of Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, P.R. China)

## Abstract

In this paper, an approach is proposed for taking calculations of high order differentials of scaling functions in wavelet theory in order to apply the wavelet Galerkin FEM to numerical analysis of those boundary\_value problems with order higher than 2. After that, it is realized that the wavelet Galerkin FEM is used to solve mechanical problems such as bending of beams and plates. The numerical results show that this method has good precision.

**Key words** applications of wavelet theory, scaling functions, operation of high\_order derivations, Galerkin FEM, bending of beams and plates