应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(1999)08_0815_07

求线性边值问题数值解的 Chebyshev τ_方法*

M. I. 西阿门[1], H. I. 希耶门[2], Q. 亚_莫达拉尔[1]

(1. 约旦雅莫克大学 数学系; 2. 约旦理工大学 数学科学系)

(钱伟长、林宗池推荐)

摘要: 提出了一种求解二维线性边值问题的新的 τ_方法· 对该问题进行了理论分析和数值求解· 结果表明了本文方法的优点和有效性·

关 键 词: 边值问题; Chebyshev 多项式; τ_方法
中图分类号: O241.82 文献标识码: A

引 言

本文的目的是提出一种新的 Chebyshev τ_方法, 以便对如下的一类线性边值问题离散化:

$$U_{xx}+U_{yy}+A(x,y)U_{xy}+B(x,y)U_x+C(x,y)U_y+D(x,y)U=F(x,y), \tag{1}$$

$$d_1^{\pm}U_y(x,\pm 1)+d_2^{\pm}U(x,\pm 1)=g_{\pm}(x), \qquad x\in[-1,1], \tag{2}$$

$$U(-1,y)=h_1(y),\quad U_x(1,y)=h_2(y), \qquad y\in[-1,1], \tag{3}$$

其中 d_1^+、d_1^-、d_2^+、d_2^- 为常量, $h_1(y)$、$h_2(y)$ 和 $g_+(x)$、$g_-(x)$ 在$[-1,1]$ 上连续, $A(x,y)$、$B(x,y)$、$C(x,y)$、$D(x,y)$、$F(x,y)$ 为 xy_平面上区域$[-1,1]\times[-1,1]$ 上的连续函数· 本文的基本作法是, 将关于变量 y 的Chebyshev τ_方法应用于一个已知的二阶微分方程组, 将它变换为一阶微分方程组, 然后提出求解这个一阶微分方程组的精确法· 在进行这些讨论之前, 先给出一些后面要用到的预备知识·

1 预备知识

本节给出如下基本定义和论据:

定义 1 定义 n 阶 Chebyshev 多项式如下:

$$T_n(x)=\cos(n\arccos(x)), \qquad x\in[-1,1],$$

其中 $n\in\{0,1,2,\dots\}$· 它满足正交多项式的各种关系, 其中最基本的是正交性关系:

$$\int_{-1}^{1}\frac{T_n(x)T_m(x)}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}c_n\delta_{nm},$$

其中 $c_0=2$; $c_n=1$, $n\geqslant 1$, 且

* 收稿日期: 1998_08_24
本文原文为英文, 吴承平译, 林宗池校

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1, & \text{当 } n = m, \\ 0, & \text{当 } n \neq m. \end{cases}$$

Chebyshev 多项式的其他性质包括递推关系

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \qquad n \geqslant 1$$

和端点关系

$$T_n(\pm 1) = (\pm 1)^n.$$

假设 $f(x) \in C^2[-1, 1]$ 和 $f''(x)$ 是 $[-1, 1]$ 上的分段连续函数, 则对于

$$\mathrm{L}f(x) = \frac{\mathrm{d}^{(q)}}{\mathrm{d}x^q} f(x), \qquad q = 1, 2$$

有

$$\mathrm{L}f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^{(q)} T_n(x)$$

在[-1, 1]上一致收敛.
其中

$$f_n^{(1)} = \frac{2}{c_n} \sum_{\substack{p = n+1 \\ p+n \text{ 奇数}}}^{\infty} p f_p, \tag{4}$$

$$f_n^{(2)} = \frac{1}{c_n} \sum_{\substack{p = n+2 \\ p+n \text{ 偶数}}}^{\infty} p(p^2 - n^2) f_p, \tag{5}$$

及

$$f_n = \frac{2}{\pi c_n} \int_{-1}^{1} \frac{f(x) T_n(x)}{\sqrt{1 - x^2}} \mathrm{d}x. \tag{6}$$

其中系数满足如下递推关系:

$$c_{n-1} f_{n-1}^{(q)} - f_{n+1}^{(q)} = 2n f_n^{(q-1)}, \qquad n \geqslant 1. \tag{7}$$

更详细的讨论, 请参见[1].

2　边值问题的数值解

本节将给出问题(1)及其边值条件(2)和(3)的解.　利用 Chebyshev τ_方法将问题(1)离散化, 并将其变换为一阶微分方程组.　然后利用 Chebyshev 级数展开导出方程组的解.

对于问题(1), U、A、B、C、D、F 的 Chebyshev 多项式近似表达式为

$$\begin{cases} A_N(x, y) = \sum_{k=0}^{N+2} a_k(x) T_k(y), & B_N(x, y) = \sum_{k=0}^{N+2} b_k(x) T_k(y), \\ C_N(x, y) = \sum_{k=0}^{N+2} \hat{c}_k(x) T_k(y), & D_N(x, y) = \sum_{k=0}^{N+2} d_k(x) T_k(y), \\ F_N(x, y) = \sum_{k=0}^{N+2} f_k(x)'' T_k(y), & U_N(x, y) = \sum_{k=0}^{N+2} v_k(x) T_k(y), \end{cases} \tag{8}$$

其中 a_k、b_k、$\hat{c}_k$、d_k、$f_k(x)$ 可由(6)式求得.

近似解 U_N 的残差为

$$R(U_N) = \frac{\partial^2 U_N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_N}{\partial y^2} + A_N(x, y) U_{Nxy} + B_N(x, y) U_{Nx} + C_N(x, y) U_N - F_N(x, y). \tag{9}$$

定义 $s_k(x)$、$g_k(x)$、$t_k(x)$、$l_k(x)$, $k = 0 : N + 2$, 如下:

$$B_N(x,y)U_{Nx}=\sum_{k=0}^{N+2}g_k(x)T_k(y)+\text{h.o.t},$$

$$A_N(x,y)U_{Nxy}=\sum_{k=0}^{N+2}s_k(x)T_k(y)+\text{h.o.t},$$

$$C_N(x,y)U_{Ny}=\sum_{k=0}^{N+2}t_k(x)T_k(y)+\text{h.o.t},$$

$$D_N(x,y)U_N=\sum_{k=0}^{N+2}l_k(x)T_k(y)+\text{h.o.t},$$

其中 h.o.t 表示高阶项. 为简便计, 我们略去高阶项, 又有

$$U_{Nxy}=\sum_{k=0}^{N+1}v_k^{\prime(1)}(x)T_k(y),\quad U_{Nx}=\sum_{k=0}^{N+2}v_k^{\prime}(x)T_k(y),$$

$$U_{Ny}=\sum_{k=0}^{N+1}v_k^{(1)}(x)T_k(y),\quad U_{Nxx}=\sum_{k=0}^{N+2}v_k^{\prime\prime}(x)T_k(y)$$

及

$$U_{Nyy}=\sum_{k=0}^{N}v_k^{(2)}(x)T_k(y).$$

设

$$\boldsymbol{s}=[s_0(x)\ \ s_1(x)\ \ \cdots s_N(x)]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{t}=[t_0(x)\ \ t_1(x)\ \ \cdots t_N(x)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{g}=[g_0(x)\ \ g_1(x)\ \ \cdots g_N(x)]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{l}=[l_0(x)\ \ l_1(x)\ \ \cdots l_N(x)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{V}=[v_0(x)\ \ v_1(x)\ \ \cdots v_{N+2}(x)]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{V}^*=[v_0(x)\ \ v_1(x)\ \ \cdots v_N(x)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{V}^{(1)}=[v_0^{(1)}(x)\ \ v_1^{(1)}(x)\ \ \cdots v_{N+1}^{(1)}(x)]^{\mathrm{T}},\quad \boldsymbol{V}^{(2)}=[v_0^{(2)}(x)\ \ v_1^{(2)}(x)\ \ \cdots v_N^{(2)}(x)]^{\mathrm{T}},$$

及 $\boldsymbol{f}=[f_0(x)\ f_1(x)\ \ \cdots f_N(x)]^{\mathrm{T}}$.

可以看出, 存在 $(N+1)\times(N+2)$、$(N+1)\times(N+3)$、$(N+1)\times(N+2)$、$(N+1)\times(N+3)$ 矩阵 $\boldsymbol{G}_1(x)$、$\boldsymbol{G}_2(x)$、$\boldsymbol{G}_3(x)$、$\boldsymbol{G}_4(x)$, 使

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{G}_1\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}^{(1)}}{\mathrm{d}x},\quad \boldsymbol{g}=\boldsymbol{G}_2\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}x},\quad \boldsymbol{t}=\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{V}^{(1)},\quad \boldsymbol{l}=\boldsymbol{G}_4\boldsymbol{V},\tag{10}$$

其中 d/ dx 表示各分量对 x 的导数. 详细讨论请参见[2].

由方程(9), 有

$$R(U_N)=\sum_{k=0}^{N+2}[v_k^{\prime\prime}+v_k^{(2)}+s_k+g_k+t_k+l_k-f_k]T_k(y).$$

将残差关于 Chebyshev 多项式 $T_j(y)$, $j=0{:}N$ 正交化后, 有

$$\langle R(U_N),\ T_j(y)\rangle=\int_{-1}^{1}\frac{R(U_n)T_j(y)}{\sqrt{1-y^2}}\mathrm{d}y.$$

上式写为分量形式为

$$v_k^{\prime\prime}(x)+v_k^{(2)}(x)+s_k(x)+g_k(x)+t_k(x)+l_k(x)=f_k(x),\qquad k=0{:}N;\tag{11}$$

将上式写为矢量形式

$$\boldsymbol{v}^{*\prime\prime}(x)+\boldsymbol{v}^{(2)}(x)+\boldsymbol{s}(x)+\boldsymbol{g}(x)+\boldsymbol{t}(x)+\boldsymbol{l}(x)=\boldsymbol{f}(x).\tag{12}$$

由(10)式, (12)又可变为

$$\boldsymbol{V}^{*\prime\prime}+\boldsymbol{V}^{(2)}+\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{V}^{(1)\prime}+\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{V}'+\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{V}^{(1)}+\boldsymbol{G}_4\boldsymbol{V}=\boldsymbol{f}.\tag{13}$$

由(4)和(5)有 $\boldsymbol{V}^{(1)}=\boldsymbol{A}^{(1)}\boldsymbol{V}$ 和 $\boldsymbol{V}^{(2)}=\boldsymbol{A}^{(2)}\boldsymbol{V}$, 其中 $\boldsymbol{A}^{(1)}$、$\boldsymbol{A}^{(2)}$ 为 $(N+2)\times(N+3)$ 和

$(N+1)\times(N+3)$ 矩阵• 因此(13) 式又可写为

$$V^{*\prime\prime}+A^{(2)}V+G_1A^{(1)}V'+G_2V'+G_3A^{(1)}V+G_4V=f,$$

即
$$V^{*\prime\prime}+(G_1A^{(1)}+G_2)V'+(G_3A^{(1)}+G_4+A^{(2)})V=f\text{•}\tag{14}$$

令 $\beta_1=G_1A^{(1)}+G_2$, $\beta_2=G_3A^{(1)}+G_4+A^{(2)}$, 则(14) 式变为

$$V^{*\prime\prime}+\beta_1V'+\beta_2V=f\text{•}\tag{15}$$

下面讨论边界条件(2)• 注意到

$$U_N(x,1)=\sum_{k=0}^{N+2}v_k(x),\quad U_N(x,-1)=\sum_{k=0}^{N+2}(-1)^kv_k(x),$$

同时

$$\frac{\partial U_N}{\partial y}(x,1)=\sum_{k=0}^{N+2}k^2v_k(x),\ \frac{\partial U_N}{\partial y}(x,-1)=\sum_{k=0}^{N+2}(-1)^kk^2v_k(x),$$

推导过程详见[2], 因此

$$g_+(x)=d_1^+\sum_{k=0}^{N+2}k^2v_k(x)+d_2^+\sum_{k=0}^{N+2}v_k(x)\tag{16}$$

及

$$g_-(x)=d_1^-\sum_{k=0}^{N+2}(-1)^{k+1}k^2v_k(x)+d_2^-\sum_{k=0}^{N+2}(-1)^kv_k(x)\text{•}\tag{17}$$

(16) 和(17) 等价于

$$g_+(x)=\sum_{k=0}^{N+2}\sigma_{1_k}v_k(x)\text{ 和 }g_-(x)=\sum_{k=0}^{N+2}\sigma_{2_k}v_k(x),$$

其中　$\sigma_{1_k}=d_1^+k^2+d_2^+,\ \sigma_{2_k}=(-1)^k(d_2^--k^2d_1^-),\qquad k=0:N+2$•

如果设 $\sigma_1=(\sigma_{1_0}\ \sigma_{1_1}\ \cdots\ \sigma_{1_{N+2}})$, $\sigma_2=(\sigma_{2_0}\ \sigma_{2_1}\ \cdots\ \sigma_{2_{N+2}})$, 则可得 $g_+(x)=\sigma_1V$, $g_-(x)=\sigma_2V$• 这样(15) 式就变为

$$\begin{bmatrix}V^{*\prime\prime}\\0\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\beta_1\\0\\0\end{bmatrix}V'+\begin{bmatrix}\beta_2\\\sigma_1\\\sigma_2\end{bmatrix}V=\begin{bmatrix}f\\g_+(x)\\g_-(x)\end{bmatrix}\text{•}\tag{18}$$

将 $v_{N+1}(x), v_{N+2}(x)$ 记为$\{v_0(x), v_1(x), \cdots, v_N(x)\}$的一个线性组合, 并将这一线性组合代入(18) 式可得

$$V^{*\prime\prime}(x)+\beta_1^*(x)V^{*\prime}(x)+\beta_2^*(x)V^*=f^*,\tag{19}$$

其中 β_1^* 和 β_2^* 应为$(N\times1)\times(N+1)$ 矩阵•

现在我们将(19) 变换为一阶常微分方程组• 设 $w_k(x)=v_k(x)$, $w_{N+k+1}(x)=v_k'(x)$, $k=0:N$, 则(19) 式变为

$$W'(x)=G(x)W(x)+R(x),\tag{20}$$

其中 $W=[w_0(x)\ w_1(x)\ \cdots\ w_{2N+1}(x)]^{\mathrm T}$, $R=[\Theta\ \ f^*]^{\mathrm T}$, 且

$$G=\begin{bmatrix}\Theta_{(N+1)\times(N+1)} & I_{(N+1)\times(N+1)}\\-\beta_2^* & -\beta_1^*\end{bmatrix}\text{•}$$

下面讨论边界条件(3)• 注意到

$$\begin{cases}U_N(-1,y)=\displaystyle\sum_{k=0}^{N+2}v_k(-1)T_k(y)=h_1(y),\\\dfrac{\partial U_N}{\partial x}(1,y)=\displaystyle\sum_{k=0}^{N+2}v_k'(1)T_k(y)=h_2(y)\text{•}\end{cases}\tag{21}$$

$h_1(y)$, $h_2(y)$ 的 Chebyshev 多项式展开为

$$h_1(y) = \sum_{k=0}^{N+2} h_{1_k} T_k(y) + \text{h.o.t},\quad h_2(y) = \sum_{k=0}^{N+2} h_{2_k} T_k(y) + \text{h.o.t}.$$

设 $\boldsymbol{h}_1 = [h_{1_0}\ h_{1_1}\ \cdots h_{1_N}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{h}_2 = [h_{2_0}\ h_{2_1}\ \cdots h_{2_N}]^{\mathrm{T}}$. 因为 $T_0, T_1, \cdots, T_N$ 为正交函数, 利用方程组(21) 可得 $v_k(-1) = h_{1_k}$, $v_k(1) = h_{2_k}$, $k = 0: N$. 因此可得如下方程组:

$$\boldsymbol{W}' = \boldsymbol{G}\boldsymbol{W} + \boldsymbol{R},\qquad\qquad (22)$$

$$\boldsymbol{W}^*(-1) = \boldsymbol{h}_1,\ \boldsymbol{W}^{**}(1) = \boldsymbol{h}_2,$$

其中 $\boldsymbol{W}^* = [w_0(x)\ \ w_1(x)\ \ \cdots w_N(x)]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{W}^{**} = [w_{N+1}(x)\ \ w_{N+2}(x)\ \ \cdots w_{2N+1}(x)]^{\mathrm{T}}$.

现在求问题(22)的解, 令 $\boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{G}(x)$, $\boldsymbol{R}$ 的 Chebyshev 多项式展开为

$$\boldsymbol{W}_M = \sum_{k=0}^{M+1} \boldsymbol{a}_k T_k(x),\quad \boldsymbol{R}_M = \sum_{k=0}^{N+1} \boldsymbol{r}_k T_k(x),$$

$$\boldsymbol{G}_M = \sum_{k=0}^{M+1} \boldsymbol{Q}_k T_k(x),\quad \boldsymbol{G}_M\boldsymbol{W}_M = \sum_{k=0}^{M+1} \boldsymbol{y}_k T_k(x) + \text{h.o.t},$$

其中 $\boldsymbol{a}_k$, $\boldsymbol{y}_k$, $\boldsymbol{r}_k$ 为$(2N+2)\times 1$ 矢量, $\boldsymbol{Q}_k$ 为$(2N+1)$ 阶方阵. 因此, $\boldsymbol{W}_M' = \sum_{k=0}^{M} \boldsymbol{a}^{(1)} T_k(x)$. 从而残差由下式给出

$$\operatorname{Res}(\boldsymbol{W}_M) = \sum_{k=0}^{M} \boldsymbol{a}_k^{(1)} T_k(x) - \sum_{k=0}^{M+1} [\boldsymbol{y}_k + \boldsymbol{r}_k] T_k(x).\qquad\qquad (23)$$

由 τ_方法的正交性条件, 对 $k = 0: M$ 有

$$\boldsymbol{a}_k^{(1)} - \boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{r}_k.\qquad\qquad (24)$$

设

$$\Xi = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_0 \\ \boldsymbol{a}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_{M+1} \end{bmatrix},\quad \Xi^{(1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_0^{(1)} \\ \boldsymbol{a}_1^{(1)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_M^{(1)} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_0 \\ \boldsymbol{r}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_M \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_0 \\ \boldsymbol{y}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_M \end{bmatrix},$$

因此, 存在 $(M+1)(2N+2)\times(M+2)(2N+2)$ 阶分块矩阵 $\boldsymbol{N}$ 使 $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{N}\Xi$. 详细论述请参见[2]. 因此(24) 式等价于

$$\Xi^{(1)} - \boldsymbol{N}\Xi = \boldsymbol{M}.\qquad\qquad (25)$$

由于 $\boldsymbol{a}_k^{(1)} = \dfrac{2}{c_k}\sum_{\substack{p=k+1 \\ p+k\ \text{奇数}}}^{M+1} p\,\boldsymbol{a}_k$, 因而存在矩阵 Λ_1 使

$$\Xi^{(1)} = \Lambda_1 \Xi.$$

这样, (25) 式变为

$$(\Lambda_1 - \boldsymbol{N})\Xi = \boldsymbol{M}.\qquad\qquad (26)$$

利用边界条件 $\boldsymbol{W}_M^*(-1) = \boldsymbol{h}_1$, $\boldsymbol{W}_M^{**}(1) = \boldsymbol{h}_2$. 则有

$$\boldsymbol{W}_M^*(-1) = \sum_{k=0}^{M+1}(-1)^k \boldsymbol{a}_k^* = \boldsymbol{h}_1,\ \boldsymbol{W}_M^{**}(1) = \sum_{k=0}^{M+1} \boldsymbol{a}_k^{**} = \boldsymbol{h}_2,$$

其中 $\boldsymbol{a}_k^*$ 为 $\boldsymbol{a}_k$ 的最先的$(N+1)$ 个分量, 而 $\boldsymbol{a}_k^{**}$ 为 $\boldsymbol{a}_k$ 的最末的$(N+1)$ 个分量. 设 $\Omega = [\boldsymbol{I}\ \ \boldsymbol{I}^*\ \ \boldsymbol{I}\ \boldsymbol{I}^*\ \ \cdots]$ 为$(2N+2)\times(2N+2)(M+2)$ 矩阵, 其中

$$\boldsymbol{I}^* = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{I}_{N+1} & \Theta \\ \theta & \boldsymbol{I}_{N+1} \end{bmatrix},$$

则

$$\Omega\Xi = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_1 \\ \boldsymbol{h}_2 \end{bmatrix} = \Pi.$$

因此,式(26)变为

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 - \boldsymbol{N} \\ \Omega \end{bmatrix} \Xi = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M} \\ \Pi \end{bmatrix}. \tag{27}$$

现在,我们得到了一个线性方程组,它可以应用 Gauss 消元法求解.

3　数值结果

本节将给出本文方法的一些数值实验结果,以说明本文方法的优点和有效性.

例 1　考虑如下边值问题,对 $-1 < x < 1, -1 < y < 1$,

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = -32\pi^2 \sin(4\pi x)\sin(4\pi y),$$
$$u(x, \pm 1) = 0, \qquad x \in [-1, 1],$$
$$u(-1, y) = 0,\ u_x(1, y) = 4\pi \sin(4\pi y), \qquad y \in [-1, 1].$$

其精确解为 $u(x, y) = \sin(4\pi x)\sin(4\pi y)$. 表 1 示出了渐近解项数 N 及绝对误差 ε_N 的关系. 表 2 示出了渐近解项数 N 及相应所耗计算机时的关系.

表 1　最大绝对误差 ε 与项数 N

N	本文方法 ε
16	4.53×10^{-3}
24	7.94×10^{-7}
32	2.21×10^{-12}
40	1.1×10^{-16}

表 2　机时与项数 N

N	本文方法机时 t/s
16	0.10
24	0.14
32	0.21
40	0.35

例 2　考虑如下边值问题,对 $-1 < x < 1, -1 < y < 1$,

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) + e^x u_x + yu = f(x, y),$$
$$u(x, \pm 1) = e^{-x\pm 1}, \qquad x \in [-1, 1],$$
$$u(-1, y) = e^{1+y},\ u_x(1, y) = -e^{-1+y}, \qquad y \in [-1, 1],$$

其中 $f(x, y) = (2 - e^x + y)e^{-x+y}$. 其精确解为 $u(x, y) = e^{-x+y}$. 在表 3 中给出了其渐近解项数 N 和渐近解误差 ε_N 的关系. 表 4 给出了渐近解项数 N 与相应所耗机时的关系.

由表 1~表 4 可以看出,本文方法具有速度快、精度高的优点,是一种有效的方法. 所有计算利用奔腾计算机进行,计算程序采用双精度写出.

表 3　最大绝对误差 ε 与项数 N

N	本文方法 ε
16	7.12×10^{-4}
24	3.86×10^{-8}
32	2.96×10^{-13}
40	2.46×10^{-15}

表 4　机时与项数 N

N	本文方法机时 t/s
16	0.22
24	0.26
32	0.38
40	0.48

[参 考 文 献]

[1] Atkinson K E. An Introduction to Numerical Analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 1988.
[2] Syam M, Siyyam H. An iterative method for solving a discrete Legendree approximation to ordinary boundary value problem[J]. Japonica Journal. (accepted)
[3] Canuto C, Hussaini M Y, Quarteroni A, Zang T A. Spectral Methods in Fluid Dynamics[M]. Berlin: Springer, 1987.
[4] Dang_V U H, Delcarte C. An accurate solution of the Poisson equation by Chebyshev collocation method[J]. Journal of Comput Physics, 1993, **104**: 220~221.

Numerical Method for Solving Linear Boundary Value Problems by the Chebyshev Tau Method

Muhammed I. Syam[1], Hani I. Siyyam[2], Qassem Al_Moudalal[1]
(1. Department of Mathematics, Yarmouk University, Irbid_Jordan;
2. Department of Mathematical Science, Jordan University of Science and Technology, Irbid_Jordan)

Abstract: A new Tau_method is presented for the two dimensional linear boundary value problems. Theoretical and numerical analyses are presented. These results indicate that our method works nicely and efficiently.

Key words: boundary value problem; Chebyshev polynomial; Tau_method