

文章编号: 1000_0887(1999)08_0783_26

包括各向异性效应在内的地球介质 中井孔的稳定性*

D. 古泼塔, M. 塞门

(俄克拉荷马大学 土木工程和环境科学系, 诺曼 OK 73019, 美国)

(钱伟长推荐)

摘要: 为了研究地球介质中钻凿较深的斜井(这种井既受到内压又受到非静水应力场的作用), 有必要发展一种分析表述方式。这种表述方式包括井孔周围应力的三维分析, 并把它和井孔内压组合后, 求出总应力分布的近似解。在实际现场条件下, 井孔的取向、原地应力和岩层层面倾斜都可能是任意的。对井孔的拉伸破坏和剪切破坏都进行了研究。当井孔最小主应力超过拉伸强度时, 出现拉伸破坏, 这就是拉伸破坏准则。对剪切破坏而言, 采用了各向异性材料的修正的 Drucker-Prager 破坏准则。为了研究材料的各向异性、岩层面倾斜度和原地应力对井孔稳定的影响, 进行了参量研究。参量研究结果表明, 井孔稳定性明显地受到井孔高倾斜度、材料高度各向异性、原地应力条件和岩层面高倾斜度的影响。

文中也研究了弹塑性介质中井孔的稳定性问题。为了弄清井孔周围塑性区范围的大小和塑性区内的材料各向异性性质, 利用弹性理论和塑性理论给出了数学公式。同时还研究了竖直井孔在静水压力作用下, 地球介质是横观各向同性时的钻井情况。为此, 也对地球介质的塑性能受材料各向异性的影响进行了参量研究。结果指出, 井孔周围的应力分布、塑性区域的大小和破坏压力都深受材料各向异性程度和原地超负荷应力值的影响。我们观察到, 随着地球介质的各向异性程度增大, 井孔的稳定性降低。

关键词: 井孔稳定性; 拉伸破坏; 剪切破坏; 破坏准则; 应力分布

中图分类号: TB122; TE21 文献标识码: A

引 论

在不断变化的荷载条件下, 对井孔响应的研究在石油工程、地质技术工程和采矿工程等很多领域中都受到特别重视。在钻井和采油、采天然气时, 维持稳定的井孔具有根本重要的意义。在钻井、产油或注水中, 和当计算断裂压力时, 了解井孔周围区域的应力分布是非常重要的。这种应力分布常常产生于地球介质中的非静水压应力场(Aadnoy 1987)^[1]。在石油工业中, 井孔不稳定性是一个长期不衰而备受关注的课题, 石油工业为此每年耗资巨大(Ong 1994)^[2]。因此, 如何保护井孔壁使其不发生坍塌或断裂是钻井工程师主要关心的问题。最近, 高斜度的、远距离的、水平的井孔的应用越来越多。出于经济方面的考虑, 对于这类井孔的破坏机制越来越需要有清楚的理解。但过去人们所研究的, 大多数的地球介质和介质内的应

* 收稿日期: 1997_11_22

本文原文为英文, 吴承平译, 杨砚校

力分布都假设为各向同性。由于地球介质(如岩石)在自然界里通常是各向异性的,这种各向同性的假设在实际场合中显然不能胜任井孔断裂问题的描述(Aadnoy 1987)^[1]。

在已有文献中,已经记载了许多各向异性介质的测量应力理论。Lekhnitskii(1981)^[3]提供了各向异性弹性体中应力解的详细材料。接着Amadei(1983)^[4]把Lekhnitskii的方法用来处理相当广泛范围的岩石力学问题。Aadnoy(1987)^[5]应用这些解法研究了,横观各向同性地球介质中斜向钻凿井孔在非静水压应力场作用下的应力分布的计算问题。Ong(1994)^[2]推广了Aadnoy(1987)^[5]模型,使它包括了非线性效应和多孔弹性效应。Lekhnitskii(1981)^[3]和Amadei(1983)^[4]导出了从一轴换到另一轴的一般坐标变换表达式。Aadnoy(1987)^[1]利用这些表示公式把应力坐标系统和地球介质坐标系统变换为井孔坐标系统,然后再把井孔坐标系统变换为径向坐标系统。

一般说来,岩层中井孔的断裂,不是由于超过了拉伸强度,就是超越了剪切强度。地球介质材料在拉伸和剪切中的性质很不相同,因而这两种类型断裂的断裂准则是不同的。Bradley(1979)^[6]发展了竖直井壁和斜向井壁在标准的和地质构造现场应力条件下,计算井孔拉伸断裂的数学模型。但这种分析的基本假设是各向同性介质、线性弹性材料和沿井孔轴向为平面应变的条件。Bradley的工作证明,井孔斜度是一个很重要的因素,忽视这一点,就会对断裂起始压强的预测带来很大的误差。Ong(1994)^[2]曾用参量研究了拉伸断裂准则。其结果表明,只有当井孔斜度大于 45° ,并在具有高度各向异性特性的地球介质中钻孔时,各向异性的效应才是重要的。对低斜度的井孔而言,各向异性问题的解和各向同性问题的解差别不大。所以此时采用各向同性的解是允许的。剪切断裂初始压力定义为引起井孔断裂所需的外压。Aadnoy(1987)^[1]在预测剪切断裂初始压力时采用了Mohr-Coulomb断裂准则。如果现场水平应力不同,可以顺着最小现场应力的方向钻得一个稳定的井孔。还研究了在井孔压力不断增加时的变形的图型。Hsiao(1988)^[7]研究了水平井孔的断裂问题。他使用Drucker-Prager断裂准则研究了各向同性介质内的井壁稳定问题。他发现临界井孔压力明显受原地壳构造应力、井孔取向和地质材料物性的影响。井孔的容许操作范围(井孔稳定范围)取决于所采用的理论断裂模型,并因此确定控制井孔压力的技术,它相当于在钻井和产油时控制井孔液体的密度。

有不少研究人员(如Westergaard 1940^[8]; Gnirk 1972^[9]; Risnes 等 1982^[10]; 和Hsiao 1988^[7])证实了在井孔周围有一个塑性区。Westergaard(1940)^[8]的结论是:在井孔极深处,井孔周围存在一个塑性区,它的存在有利于应力松弛。在Westergaard的工作中,他利用了有效应力的概念。Biot(1941)^[11]曾详细讨论了多孔岩石浸透了流体后,对井孔压力影响。他提出了在可能有渗流状态下的三维(3D)固结理论。Gnirk(1972)^[9]也证实了井孔周围有一塑性区。假定岩层在静水压应力场中,服从Mohr-Coulomb塑性屈服准则。我们希望求得裸井井孔不产生屈服的压强,而且在这个问题内并不涉及液体的流动。

1 研究范围

本文的主要目的是发展一种数学分析方法,它能实际地预计在各向异性地球介质中,倾斜深井孔的初始断裂应力和剪切断裂初始应力。并根据广义平面变形和线弹性固体的观念进行井孔周围的应力分布描述。同时假设在 z -轴向应力状态没有变化。这是一种三维应力分析,它处理由于井孔内部压力和非静水应力张量一起在井孔四周所产生的应力,并且可以模拟井

孔在各种现场应力和各种岩层平面取向下的各种已知的现场条件。在弹塑性分析中,我们利用弹性理论和塑性理论给出了运算方法。根据材料的塑性屈服条件,我们求得了井孔周围的应力分布,并确立了井孔周围塑性区的范围。

2 数学运算

本文数学分析的几何图形见图 1。推导过程和前人的工作很相似,如 Lekhnitskii (1981)^[3], Amadei (1983)^[4], Aadnoy (1987)^[1] 和 Ong (1994)^[2]。由于井孔在钻凿时,在井孔壁附近对现场应力影响很大。这种应力状态的变化是重要的,较大的应力偏离会形成井孔四周的介质断裂。

在推导中,我们有下列基本假定:

- (i) 地球介质是横观各向同性的;
- (ii) 线弹性介质;
- (iii) 平面应变条件(用以计算井孔周围的应力分布);
- (iv) 均匀连续的介质。

图 1 表示在非静水应力场中的一个圆井孔, a 为井孔的半径, b 为应力场的外半径。

连续体中的应力分量,在平衡时必须满足下列平衡方程 Lekhnitskii (1981)^[3]

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \quad (1c)$$

其中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为 x, y, z 轴向的正应力, $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ 分别为 xy, xz, yz 平面上的剪应力分量。应用虎克定律,在一般各向异性情况下,井孔坐标系中应力应变本构关系可以写成

$$\{\epsilon\} = [A] \{\sigma\}, \quad (2)$$

其中 $[A]$ 为柔度矩阵, $\{\epsilon\}$ 为应变分量的矢量,而 $\{\sigma\}$ 为应力分量的矢量。

由于应用了广义平面应变的概念,应变分量和 z 无关。根据了这一概念,应变的协调方程化成下列形式(Aadnoy 1987)^[1]:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} = 0, \quad (3b)$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial y} = 0, \quad (3c)$$

其中 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 分别为 x, y, z 轴向的正应变, $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ 分别为 xy, xz, yz 平面内的剪应变。

引入两种应力函数 $F(x, y)$ 和 $\phi(x, y)$, 并且满足

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \quad \tau_{xz} = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (4a \sim e)$$

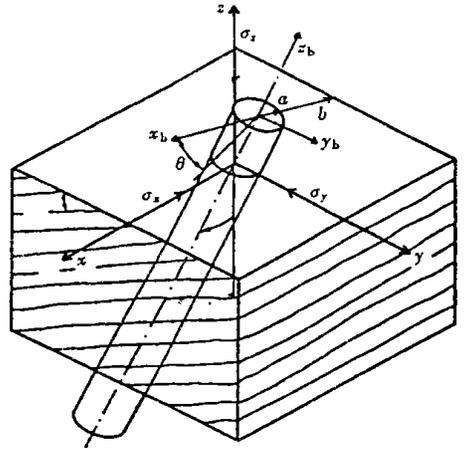


图 1 分析示意图

平衡方程(1a, b, c)就得到满足(Amadei 1983)^[4]•

应用广义平面应变条件和(2)式中 ε_y 的表达式, 其第 6 个应力分量 σ_z 可以写成:

$$\sigma_z = -\frac{1}{a_{33}}(a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{34}\tau_{yz} + a_{35}\tau_{xz} + a_{36}\phi_{xy}), \quad (5)$$

其中 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 分别为 x 、 y 、 z 轴向的正应力, τ_{xy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yz} 分别为 xy 、 xz 、 yz 平面内的剪切应力• a_{31} 、 \dots 、 a_{36} 为柔度矩阵 $[A]$ 的系数•

把(4a~ e)和(5)式代入本构方程式(2), 然后把其结果代入协调方程(3)式, 就得到应力函数应该满足的微分方程:

$$L_4 F + L_3 \phi = 0, \quad (6a)$$

$$L_3 F + L_2 \phi = 0, \quad (6b)$$

L_2 、 L_3 、 L_4 分别为二阶、三阶、四阶微分算子•

$$L_2 = \beta_{44} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\beta_{45} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \beta_{55} \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (7a)$$

$$L_3 = -\beta_{24} \frac{\partial^3}{\partial x^3} + (\beta_{25} + \beta_{46}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - (\beta_{14} + \beta_{56}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + \beta_{15} \frac{\partial^3}{\partial y^3}, \quad (7b)$$

$$L_4 = \beta_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 2\beta_{26} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + (2\beta_{12} + \beta_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} - 2\beta_{16} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + \beta_{11} \frac{\partial^4}{\partial y^4}. \quad (7c)$$

β_{ij} 称为折合应变系数张量, 可表示如下:

$$\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3}a_{j3}}{a_{33}} \quad (i, j = 1, 2, 4, 5, 6) \cdot \quad (8)$$

从(6a)、(6b)中求解应力函数 F , 得下列六阶微分方程:

$$(L_4 L_2 - L_3^2) F = 0 \cdot \quad (9)$$

方程(9)的特征方程为(Amadei 1983)^[4]:

$$I_4(\mu)I_2(\mu) - I_3^2(\mu) = 0, \quad (10)$$

其中

$$I_4(\mu) = \beta_{11}\mu^4 - 2\beta_{16}\mu^3 + (2\beta_{12} + \beta_{66})\mu^2 - 2\beta_{26}\mu + \beta_{22}, \quad (11a)$$

$$I_3(\mu) = \beta_{15}\mu^3 - (\beta_{14} + \beta_{56})\mu^2 + (\beta_{25} + \beta_{46})\mu - \beta_{24}, \quad (11b)$$

$$I_2(\mu) = \beta_{55}\mu^2 - 2\beta_{45}\mu + \beta_{44} \cdot \quad (11c)$$

特征方程(10)有 6 个根, $\mu_k (k = 1, \dots, 6)$, 3 个根是 μ_1 、 μ_2 、 μ_3 且它的共轭为 μ_1^* 、 μ_2^* 、 μ_3^* • 现在定义 3 个复数 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 如下(Lekhnitskii 1981)^[3]:

$$\lambda_1 = \frac{I_3(\mu_1)}{I_2(\mu_1)}, \quad \lambda_2 = -\frac{I_3(\mu_2)}{I_2(\mu_2)}, \quad \lambda_3 = -\frac{I_3(\mu_3)}{I_4(\mu_3)}. \quad (12a, b, c)$$

Lekhnitskii(1981)^[3]证明了, 应力函数 F 和 ϕ 分别可以写成:

$$F = 2\text{Re}\left\{F_1(z_1) + F_2(z_2) + F_3(z_3)\right\}, \quad (13a)$$

$$\phi = 2\text{Re}\left\{\lambda_1 F_1'(z_1) + \lambda_2 F_2'(z_2) + \frac{F_3(z_3)}{\lambda_3}\right\}, \quad (13b)$$

其中

(i) $\text{Re}\{\dots\}$ 中复数的实部;

(ii) $F(z_k)$ ($k = 1, 2, 3$) 是复变量 $z_k = x + \mu_k y$ 的复变函数, (x, y) 为分析体内指定点的坐标, 我们拟求体内该点上的应力、应变和位移;

(iii) $F'(z_k)$ 上的“'”指 $F(z_k)$ 的导数。

2.1 应力分量

Lekhnitskii(1981)^[3] 引进了复变量 z_k 的下列 3 个新的解析函数 ϕ_k

$$\phi_1(z_1) = F'_1(z_1), \quad \phi_2(z_2) = F'_2(z_2), \quad \phi_3(z_3) = \frac{1}{\lambda_3} F'_3(z_3). \quad (14a, b, c)$$

利用(4a~ e)、(13a, b), 以及(14a, b, c), 可以将应力分量一般地写成下列各式(Aadnoy 1987)^[11]:

$$\sigma_{x, h} = 2\text{Re}\left\{\mu_1^2 \phi_1'(z_1) + \mu_2^2 \phi_2'(z_2) + \lambda_3 \mu_3^2 \phi_3'(z_3)\right\}, \quad (15a)$$

$$\sigma_{y, h} = 2\text{Re}\left\{\phi_1'(z_1) + \phi_2'(z_2) + \lambda_3 \phi_3'(z_3)\right\}, \quad (15b)$$

$$\tau_{xy, h} = -2\text{Re}\left\{\mu_1 \phi_1'(z_1) + \mu_2 \phi_2'(z_2) + \lambda_3 \mu_3 \phi_3'(z_3)\right\}, \quad (15c)$$

$$\tau_{xz, h} = 2\text{Re}\left\{\lambda_1 \mu_1 \phi_1'(z_1) + \lambda_2 \mu_2 \phi_2'(z_2) + \mu_3 \phi_3'(z_3)\right\}, \quad (15d)$$

$$\tau_{yz, h} = -2\text{Re}\left\{\lambda_1 \phi_1'(z_1) + \lambda_2 \phi_2'(z_2) + \phi_3'(z_3)\right\}, \quad (15e)$$

$$\sigma_{z, h} = -\frac{1}{a_{33}}(a_{31} \sigma_{x, h} + a_{32} \sigma_{y, h} + a_{34} \tau_{yz, h} + a_{35} \tau_{xz, h} + a_{36} \tau_{xy, h}), \quad (15f)$$

其中 $\sigma_{x, h}$ 、 $\sigma_{y, h}$ 、 $\sigma_{z, h}$ 、 $\tau_{xy, h}$ 、 $\tau_{xz, h}$ 、 $\tau_{yz, h}$ 为由于 1) 钻井, 2) 井孔壁上边界应力所引起的应力分量。

这里仍需从上述方程中求得解析函数 ϕ_k , 本文将从圆井孔壁受井孔外力作用的边界条件下求得其解。

圆井孔壁表面的边界条件为:

$$-\sigma_x \frac{dy}{ds} + \tau_{xy} \frac{dx}{ds} = \xi_x, \quad (16a)$$

$$-\tau_{xy} \frac{dy}{ds} + \sigma_y \frac{dx}{ds} = \xi_y, \quad (16b)$$

$$-\tau_{xz} \frac{dy}{ds} + \tau_{yz} \frac{dx}{ds} = \xi_z, \quad (16c)$$

其中 ξ_x 、 ξ_y 、 ξ_z 为作用在井孔壁表面上的外加应力在 x 、 y 、 z 方向的分量。把(4a~ e)代入(16a, b, c), 这些边界条件可以写成下列各式(Amadei 1983)^[4]:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{dy}{ds} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{dx}{ds} = -\xi_x, \quad (17a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{dy}{ds} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{dx}{ds} = \xi_y, \quad (17b)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{dx}{ds} = -\xi_z. \quad (17c)$$

将(17a, b, c)对弧长 s 积分, 我们可取任一点为原点($s = 0$), 并利用(13a)和(13b), 得下列方程:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2\text{Re}\left\{\mu_1 \phi_1(z_1) + \mu_2 \phi_2(z_2) + \lambda_3 \mu_3 \phi_3(z_3)\right\} = -\int_0^s \xi_x ds, \quad (18a)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2\operatorname{Re}\left\{\phi_1(z_1) + \phi_2(z_2) + \lambda_3 \mu_3 \phi_3(z_3)\right\} = \int_0^s \xi_y ds, \quad (18b)$$

$$\phi = 2\operatorname{Re}\left\{\lambda_1 \phi_1(z_1) + \lambda_2 \phi_2(z_2) + \phi_3(z_3)\right\} = - \int_0^s \xi_x ds. \quad (18c)$$

把内部边界条件和外部边界条件叠加在一起,总的边界条件为:

$$\xi_x = (\sigma_{x,o} - P_w) \cos\theta + \tau_{xy,o} \sin\theta - i(\sigma_{x,o} - P_w) \sin\theta + i\tau_{xy,o} \cos\theta, \quad (19a)$$

$$\xi_y = (\sigma_{y,o} - P_w) \sin\theta + \tau_{xy,o} \cos\theta - i(\sigma_{y,o} - P_w) \cos\theta + i\tau_{xy,o} \sin\theta, \quad (19b)$$

$$\xi_z = \tau_{xz,o} \cos\theta + \tau_{yz,o} \sin\theta - i\tau_{xz,o} \sin\theta + i\tau_{yz,o} \cos\theta. \quad (19c)$$

圆井孔的构型方程可以写成参数形式

$$x = a \cos\theta, y = a \sin\theta. \quad (20a, b)$$

采用 $z_k = a(\cos\theta + \mu_k \sin\theta)$ 和(17a, b, c), 我们可以把(18a, b, c) 写成:

$$2\operatorname{Re}\left\{\mu_1 \phi_1(z_1) + \mu_2 \phi_2(z_2) + \lambda_3 \mu_3 \phi_3(z_3)\right\} = - \int_0^s \xi_x ds = aD, \quad (21a)$$

$$2\operatorname{Re}\left\{\phi_1(z_1) + \phi_2(z_2) + \lambda_3 \phi_3(z_3)\right\} = \int_0^s \xi_y ds = aE, \quad (21b)$$

$$2\operatorname{Re}\left\{\lambda_1 \phi_1(z_1) + \lambda_2 \phi_2(z_2) + \phi_3(z_3)\right\} = - \int_0^s \xi_z ds = aF. \quad (21c)$$

为了求得井孔壁表面的总应力分布, 我们首先应求解 ϕ_k . 这可以从求解联立方程(21a, b, c) 获得. 这样求得的解析函数 ϕ_k 为(Aadnoy 1987)^[1]

$$\phi_1 = \frac{a}{2G} [D(\lambda_2 \lambda_3 - 1) + E(\mu_2 - \lambda_2 \lambda_3 \mu_3) + F(\mu_3 - \mu_2) \lambda_3], \quad (22a)$$

$$\phi_2 = \frac{a}{2G} [D(1 - \lambda_1 \lambda_3) + E(\lambda_1 \lambda_3 \mu_3 - \mu_1) + F(\mu_1 - \mu_3) \lambda_3], \quad (22b)$$

$$\phi_3 = \frac{a}{2G} [D(\lambda_1 - \lambda_2) + E(\mu_1 \lambda_2 - \mu_2 \lambda_1) + F(\mu_2 - \mu_1)], \quad (22c)$$

其中

$$D = (P_w - \sigma_{x,o}) \sin\theta + \tau_{xy,o} \cos\theta + i(P_w - \sigma_{x,o}) \cos\theta - i\tau_{xy,o} \sin\theta, \quad (23a)$$

$$E = (P_w - \sigma_{y,o}) \cos\theta + \tau_{xy,o} \sin\theta - i(P_w - \sigma_{y,o}) \sin\theta + i\tau_{xy,o} \cos\theta, \quad (23b)$$

$$F = -\tau_{xz,o} \sin\theta + \tau_{yz,o} \cos\theta - i\tau_{xz,o} \cos\theta - i\tau_{yz,o} \sin\theta, \quad (23c)$$

$$G = (\mu_2 - \mu_1) + \lambda_2 \lambda_3 (\mu_1 - \mu_3) + \lambda_1 \lambda_3 (\mu_3 - \mu_2). \quad (23d)$$

现在让我们计算解析函数 ϕ_k 对量纲为一的复变量 z_k 的导数, 通过必要的运算, ϕ_k 的导数为:

$$\phi_1' = \frac{1}{2G_1} [D'(\lambda_2 \lambda_3 - 1) + E'(\mu_2 - \lambda_2 \lambda_3 \mu_3) + F'(\mu_3 - \mu_2) \lambda_3], \quad (24a)$$

$$\phi_2' = \frac{1}{2G_2} [D'(1 - \lambda_1 \lambda_3) + E'(\lambda_1 \lambda_3 \mu_3 - \mu_1) + F'(\mu_1 - \mu_3) \lambda_3], \quad (24b)$$

$$\phi_3' = \frac{1}{2G_3} [D'(\lambda_1 - \lambda_2) + E'(\mu_1 \lambda_2 - \mu_2 \lambda_1) + F'(\mu_2 - \mu_1)]. \quad (24c)$$

其中

$$D' = (P_w - \sigma_{x,o}) \cos\theta - \tau_{xy,o} \sin\theta - i(P_w - \sigma_{x,o}) \sin\theta - i\tau_{xy,o} \cos\theta, \quad (25a)$$

$$E' = - (P_w - \sigma_{y,0}) \sin \theta + \tau_{xy,0} \cos \theta - i(P_w - \sigma_{y,0}) \cos \theta - i \tau_{xy,0} \sin \theta, \quad (25b)$$

$$F' = - \tau_{xz,0} \cos \theta - \tau_{yz,0} \sin \theta + i \tau_{xz,0} \sin \theta - i \tau_{yz,0} \cos \theta, \quad (25c)$$

$$G'_k = [\mu_k \cos \theta - \sin \theta] / [\mu_2 - \mu_1 + \lambda_2 \lambda_3 (\mu_1 - \mu_3) + \lambda_4 \lambda_3 (\mu_3 - \mu_2)] \quad (k = 1, 2, 3) \cdot \quad (25d)$$

2.2 井孔壁四周的应力

井孔壁周围的应力分布应该是下列三种应力分布的张量和:

- (i) 钻井前原已存在的远场应力张量;
- (ii) 钻井所引起的应力张量;
- (iii) 作用在井壁上的边界应力所引发的应力张量。

把这些张量叠加在一起, 我们求得了下列井孔壁周围的应力分布表达式:

$$\sigma_x = \sigma_{x,0} + \sigma_{x,h} = \sigma_{x,0} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \mu_1^2 \phi_1 + \mu_2^2 \phi_2 + \lambda_3 \mu_3^2 \phi_3 \right\}, \quad (26a)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y,0} + \sigma_{y,h} = \sigma_{y,0} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \phi_1 + \phi_2 + \lambda_3 \phi_3 \right\}, \quad (26b)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy,0} + \tau_{xy,h} = \tau_{xy,0} - 2 \operatorname{Re} \left\{ \mu_1 \phi_1 + \mu_2 \phi_2 + \lambda_3 \mu_3 \phi_3 \right\}, \quad (26c)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{xz,0} + \tau_{xz,h} = \tau_{xz,0} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \lambda_4 \mu_1 \phi_1 + \lambda_2 \mu_2 \phi_2 + \mu_3 \phi_3 \right\}, \quad (26d)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{yz,0} + \tau_{yz,h} = \tau_{yz,0} - 2 \operatorname{Re} \left\{ \lambda_1 \phi_1 + \lambda_2 \phi_2 + \phi_3 \right\}, \quad (26e)$$

$$\sigma_z = \sigma_{z,0} + \sigma_{z,h} = \sigma_{z,0} - \frac{1}{a_{33}} \left\{ a_{31} \sigma_{x,h} + a_{32} \sigma_{y,h} + a_{34} \tau_{yz,h} + a_{35} \tau_{xz,h} + a_{36} \tau_{xy,h} \right\}, \quad (26f)$$

其中 $\sigma_{x,0}$ 、 $\sigma_{y,0}$ 、 $\sigma_{z,0}$ 分别为 x 、 y 、 z 方向的原地正应力。而 $\tau_{xy,0}$ 、 $\tau_{yz,0}$ 、 $\tau_{xz,0}$ 分别为 xy 、 yz 、 xz 平面上的原地剪应力。

上述数学公式适用于任意的井孔取向、原地应力和岩层斜度。在本文中, 将用这些公式来研究井孔四周的应力分布。并将求得的应力分布代入不同的破坏准则以确定井孔的稳定性。根据上述论述, 我们将研究材料的各向异性、井孔的倾斜度、岩层平面的倾斜度和应力的斜度对斜孔稳定性的影响。我们开发了两种计算机程序, 以便利用上述公式研究各种参数对井孔稳定性影响的灵敏度。

3 坐标变换

为了开发一种一般的格式, 它能处理各向异性地球介质、原地应力和井孔倾斜的各种问题, 我们必须建立能从某一种坐标变换到另一种坐标的变换公式。对于某一已知的各向异性地球介质、原地应力和井孔斜度而言, 我们将用相对于总体坐标或任意坐标系 xyz 的下列诸坐标系表示(图 2)(Ong 1994)^[2]:

1. x 、 y 、 z 代表总体坐标系或任意坐标系;
2. x_r 、 y_r 、 z_r 代表地球介质性质的坐标系, 它由 α_r 和 β_r 两个角值定义;
3. x_s 、 y_s 、 z_s 代表原地应力的坐标系, 它由 α_s 、 β_s 两个角值定义;
4. x_b 、 y_b 、 z_b 为井孔上的坐标系, 它由 α_b 、 β_b 两个角值定义。

所有参量必须转换成井孔坐标系, 然后再转换成圆柱坐标系。在经过适当变换以后, 各向异性材料在井孔坐标系(x_b 、 y_b 、 z_b) 中的柔度矩阵可以用矩阵形式写成下式:

$$[A_T] = [P_E][M_O]^T [A][M_O][P_E]^T, \quad (27)$$

这里 $[P_E]$ 是把井孔坐标系转换为总体坐标系的应变转换矩阵, 而 $[M_O]$ 是把地球介质性质坐

标系转换为总体坐标系的应力转换矩阵。

变换后, 在井孔坐标系中, 应力分量矩阵

$\{\sigma\}_b$ 可以写成:

$$\{\sigma\}_b = [O_\sigma][R_\varepsilon]^T\{\sigma\}_s, \quad (28)$$

这里 $[R_\varepsilon]$ 、 $[O_\sigma]$ 分别为把应力坐标系转换为总体坐标系的应变和应力转换矩阵。 $\{\sigma\}_s$ 为应力坐标系中的应力分量矩阵。

经过坐标变换以后, 圆柱坐标系中的柔度矩阵可以写成:

$$[A\tau]_{r0z} = [T_\sigma][P_\varepsilon][M_\sigma]^T[A][M_\sigma][P_\varepsilon]^T[T_\sigma]^T, \quad (29)$$

其中 $[T_\sigma]$ 为将井孔坐标系转换为圆柱坐标系的转换矩阵。

4 破坏准则

破坏准则是应力间的一种关系, 它是一个极限, 超过这个极限时, 就发生破坏。在井孔稳定性分析中, 人们一般只重视拉伸破坏和/或剪切破坏。

在井孔壁周围各点的应力分量决定以后, 我们必须把计算应力和岩层强度相比较。当某点的应力状态超过岩层强度(拉伸强度或剪切强度)时, 就认为破坏开始了。大多数强度准则是用主应力来表示的。上文业已计算了井孔壁中四周各点的应力分量, 我们可以从这些分量计算其主应力($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$)。在井孔坐标系中这些主应力计算如下:

$$\sigma_1 = \sigma_r = P_w, \quad (30a)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_\theta - \sigma_z)^2}{4} + \tau_{\theta z}^2}, \quad (30b)$$

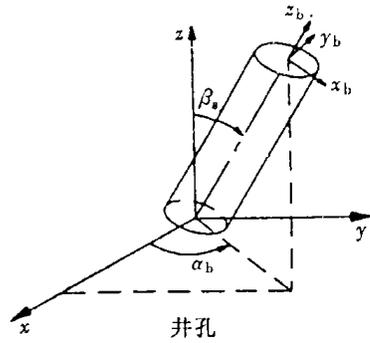
$$\sigma_3 = \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_\theta - \sigma_z)^2}{4} + \tau_{\theta z}^2}, \quad (30c)$$

其中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为最大、中间和最小主应力。

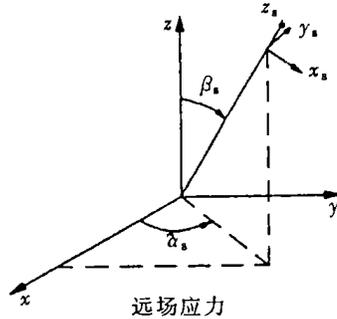
4.1 拉伸破坏准则

一般而言, 井孔拉伸破坏是根据最小正应力理论来测定的(Brodley 1979^[6]; Yew & Li 1988^[12]; Ong 1994^[2])。假定地质介质具有拉伸破坏应力 σ_t , 而当井孔壁内侧表面上最小主应力(σ_3) 超过这一破坏应力时, 即

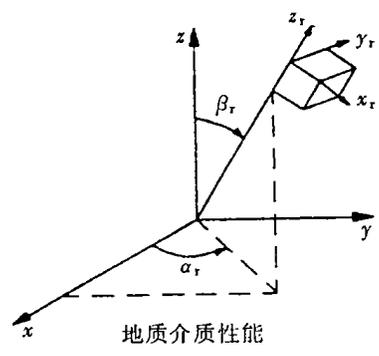
$$\sigma_3 \geq \sigma_t \quad (31)$$



井孔



远场应力



地质介质性能

图2 参考坐标系

破坏就开始了。

井壁破坏位置和破坏开始时的压强可以用数值法计算。

4.2 剪切破坏准则

当井壁截面上某点的应力状态满足特定的剪切破坏准则时,就称为发生破坏。剪切破坏导致井壁材料的坍塌。

迄今已有许多种定义地球介质剪切破坏的准则。但必须指出,我们还没有一个适用于所有材料的理论。本文将采用修正后的 Drucker-Prager 各向异性剪切破坏准则(Chen 1992)^[13]来预测坍塌压强。Aadnoy (1987)^[11]利用 Mohr-Coulomb 破坏准则预测了坍塌压强。这种 Mohr-Coulomb 破坏准则略去了中间主应力的影响,同时,也没有考虑实际的地质介质的各向异性特性。

4.2.1 Drucker-Prager 各向异性剪切破坏准则

为了考虑所有主应力的影响,Drucker 和 Prager(1952)^[14]利用应力张量的诸不变式,提出了弹性、线性和各向同性的破坏准则。Faruque 和 Chang(1986)^[15]推广了 Drucker-Prager 理论,使它包括了地球介质的非线性和非弹性的应力-应变响应。Najjar(1990)^[16],以及其后的 Chen(1992)^[13]修正了 Faruque-Chang(1986)^[15]的破坏准则,使其能包括地球介质的各向异性特性。

该修正准则的基本假设是,地球介质的破坏面可以用下式表示:

$$F_f = r^2 - (\alpha J_{1A}^k + C^2)g(\theta, J_1) = 0, \quad (32)$$

其中 r 、 J_1 、 J_{1A} 和 C 为下列量纲为一的量:

$$r = \frac{r}{P_a}; J_1 = \frac{J_1}{P_a}, J_{1A} = \frac{J_{1A}}{P_a}, C = \frac{C}{P_a}, \quad (33)$$

P_a 为大气压, τ_0 为地球介质的粘结强度, α 、 k 为材料常数。

称 x -轴为 1 轴, y -轴为 2 轴, z -轴为 3 轴, 应力张量 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{xy})$ 可以写成 $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{12})$ 。

利用上述应力张量的定义,变量 J_{1A} 已知如下列表达式:

$$J_{1A} = c_{11}\sigma_{11} + c_{22}\sigma_{22} + c_{33}\sigma_{33}, \quad (34)$$

其中,系数 c_{11} 、 c_{22} 、 c_{33} 为各向异性系数。变量 J_{1A} 可以正确地看作与第一不变量 J_1 同样的变量,只是用各向异性系数 c_{11} 、 c_{22} 、 c_{33} 进行了修正而已。把上式化简,我们可以假定 c_{11} 等于 1,对横观各向同性材料而言 $c_{22} = c_{33}$ 。

函数 $g(\theta, J_1)$ 定义如下:

$$g(\theta, J_1) = \left[\cos \left(\frac{1}{3} \arccos(-A \cos 3\theta) \right) \right]^{-2}, \quad (35)$$

其中

$$A = \exp(-\gamma J_1), \quad (36a)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3\sqrt{3}J_{3D}}{2(J_{2D})^{3/2}} \right], \quad (36b)$$

$$r = \sqrt{2J_{2D}}, \quad (36c)$$

其中 γ 是材料常数。

J_1 是应力张量的第一不变量, J_{2D} 、 J_{3D} 为偏应力张量的第 2、第 3 不变式,不变式 J_1 、 J_{2D} 、

J_{3D} 用标量形式可以写成 :

$$J_1 = \alpha_i = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}, \quad (37a)$$

$$J_{2D} = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ji}, \quad (37b)$$

$$J_{3D} = \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki}, \quad (37c)$$

其中 S_{ij} 表示偏应力张量, 用标量形式可以写成

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_m \delta_{ij}, \quad (38)$$

其中 δ_{ij} 为克氏符号。

上述建议的准则, 由于它用纲量为一的量表示, 而且自动地是不变量, 使用时有很大便利。由于它是不变量, 对一切坐标系都是适用的。

5 结果的讨论

上述数学公式是非常通用的, 它可以处理在任何构造中任意井孔斜度问题。诸如材料的各种各向异性类型(各向同性和横观各向同性)、各向异性的程度、井孔斜度、地层面的倾斜度、原地的应力条件, 以及它们对井孔稳定的影响等都可以用上述公式予以研究。根据这些公式我们开发了两个计算机程序, 其一为计算初始破坏压强程序, 而其二为计算井孔坍塌压强程序。

表 1 给出了用于拉伸断裂分析的输入数据, 表 2 给出了用于剪切破坏分析的输入数据 (Lama 和 Vutukuri 1978)^[17]。已知这些数据以后, 利用该程序就能计算井孔周围的应力, 并把这些应力和地球介质的强度相比较。若满足破坏准则, 就称为井孔破坏。这种参数研究所得结果可以用来研究液压力破坏设计、钻井液程序以及研究井孔破坏的可能原因等问题。

5.1 斜倾井孔的拉伸破坏

在井孔从竖直向($\beta_b = 0^\circ$)到水平方向($\beta_b = 90^\circ$), 转动 90° 的这个范围内, 我们对不同的各向异性, 不同的地层倾斜, 以及原地应力条件, 计算了初始破坏压强的变化。

表 1 拉伸破坏分析时系统的输入数据($1 \text{ psi} = 6.895 \times 10^3 \text{ Pa}$)

1. 几何
$\alpha_b = 45^\circ, \beta_b = \text{变量}, \alpha_r = 0^\circ, \beta_r = 0^\circ, \alpha_s = 0^\circ, \beta_s = 0^\circ$
2. 地球介质的特性
$n = 0.25, 0.35, 0.50, 0.75$, 各向同性;
$E = 4.75 \times 10^6 \text{ psi}, \nu = 0.14, \nu_z = 0.21, \sigma_1 = -1000 \text{ psi}$
3. 原地应力
$\sigma_v = 10000 \text{ psi}, \sigma_{h \max} = 7000 \text{ psi}, \sigma_{h \min} = 5000 \text{ psi}$

5.1.1 各向异性程度的影响

各向异性程度 n 为与各向同性平面相垂直的平面内的弹性模量(E_z)和各向同性平面内的弹性模量($E_x = E_y = E$)之比, 即

表 2 剪切破坏分析时系统的输入数据($1 \text{ psi} = 6.895 \times 10^3 \text{ Pa}$)

1. 几何

$$\alpha_b = 45^\circ, \beta_b = \text{变量}, \alpha_r = 0^\circ, \beta_r = 0^\circ, \alpha_s = 0^\circ, \beta_s = 0^\circ$$

2. 地球介质的特性

$$n = 0.25, 0.35, 0.50, 0.75, \text{各向同性};$$

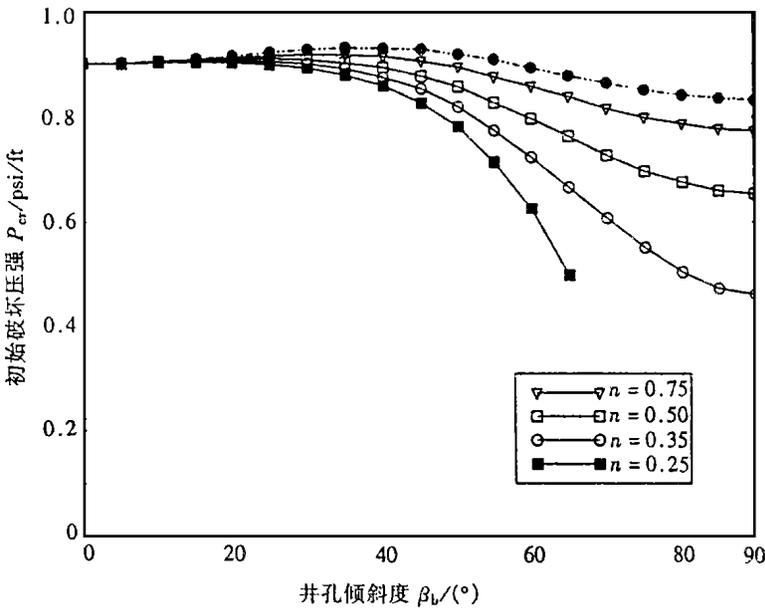
$$E = 4.75 \times 10^6 \text{ psi}, \nu = 0.14, \nu_z = 0.21$$

3. 原地应力

$$\sigma_v = 12\,000 \text{ psi}, \sigma_{h \max} = 10\,200 \text{ psi}, \sigma_{h \min} = 9\,000 \text{ psi}$$

$$n = \frac{E_z}{E} \cdot \quad (39)$$

各向异性程度这个量, 是表示材料性质的一个指标量, 各向异性程度越高, n 值越低。

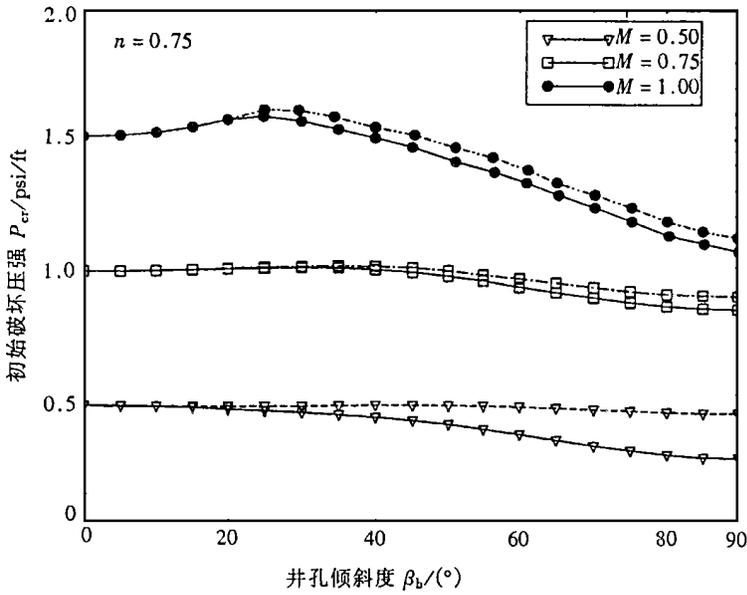


$$(1 \text{ psi} = 6.895 \times 10^3 \text{ Pa}, 1 \text{ ft} = 30.48 \text{ cm})$$

图 3 各向异性程度的影响(拉伸破坏)

图 3 示出初始破坏压强与井孔斜度的关系曲线。这里一共有 5 条曲线, 它们代表各向异性程度从 $n = 0.25$ (高度各向异性材料) 到 $n = 1.00$ (各向同性材料)。结果表明, 井孔斜度一直到 35° 为止, 各向同性和各向异性的解相差无几; 但在井孔斜度超过 35° 以后, 差别便非常明显。当井孔斜度达到 90° 时(即水平时), 这种差别便达到最大。对于初始破裂压强而言, 当井孔斜度达到 45° 以上, 不同各向异性程度所显示的差异就很明显了。对于 $n = 0.25$ 而言, 压强有突然降低的现象, 而且在 65° 井孔斜度时, 会发生难以控制的静液压力破坏。在这种井孔位置上, 失控破坏发生的原因, 是井壁的应力状态处于最小主应力 σ_3 永远是拉伸应力

而且超过了地球介质容许的拉伸强度(σ_t)。这种失控破坏的初期状态,会使钻井现场发生险情,应该尽可能避免。



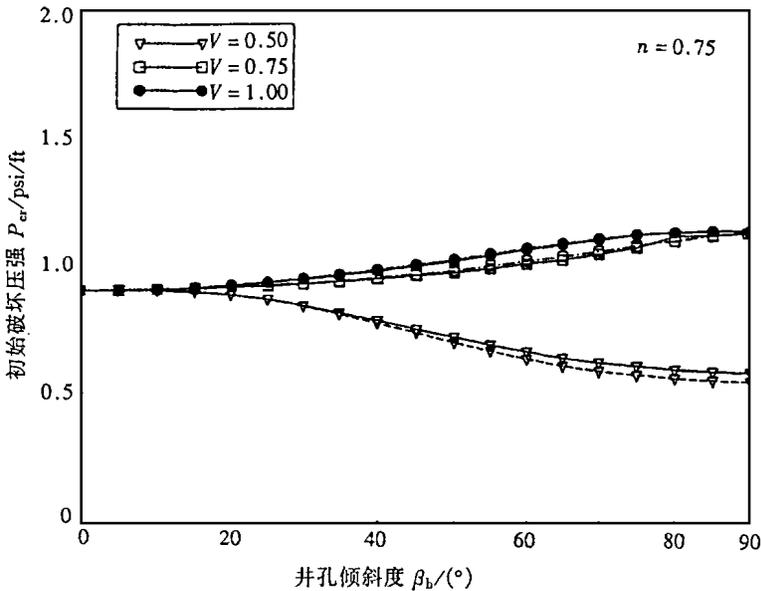
(1 psi = 6.895 × 10³Pa 1 ft = 30.48 cm)

图4 水平应力比的影响(拉伸破坏)

5.1.2 水平应力比的影响

图4示出水平应力比 M 对初始破坏压强与井孔斜度函数关系的影响。水平应力比 M 定义如下:

$$M = \sigma_{h \min} / \sigma_{h \max} \tag{40}$$



(1 psi = 6.895 × 10³Pa 1 ft = 30.48 cm)

图5 超载水平应力比的影响

这里, 我们假定原地最大主应力为超载应力, 根据这个假定, 我们认为有应力条件 $\sigma_v > \sigma_{h \max} \geq \sigma_{h \min}$ 。

我们从图 4 可以看到, 当各向异性程度 $n = 0.75$ 时, 各向同性解和各向异性解的差别在井孔斜度较大时变得非常明显。在 $M = 1.00$ 时, 差异较小, 但当 $M = 0.50$ 时, 差异就较大, 而且在井孔斜度大于 50° 时, 失控破坏的情况就可能出现。对 $M = 0.50$ 和较大井孔斜度而言, 初始破坏压强低于各向同性的情况。这里可以看到, 水平应力比越小, 破坏压强也就越低。

通过上述讨论, 可得如下结论: 当井孔斜度超过 40° 时, 各向异性程度的影响就变得显著。在低水平应力比 ($M = 0.50$) 的情况下, 水平应力比 M 的精确性就很重要。在物理学上, 这就表示, 当两种水平应力的差异扩大时, 井孔的稳定性就降低, 若加上井孔的高倾斜度和高各向异性程度, 就更不稳定了。

5.1.3 超载水平应力比的影响

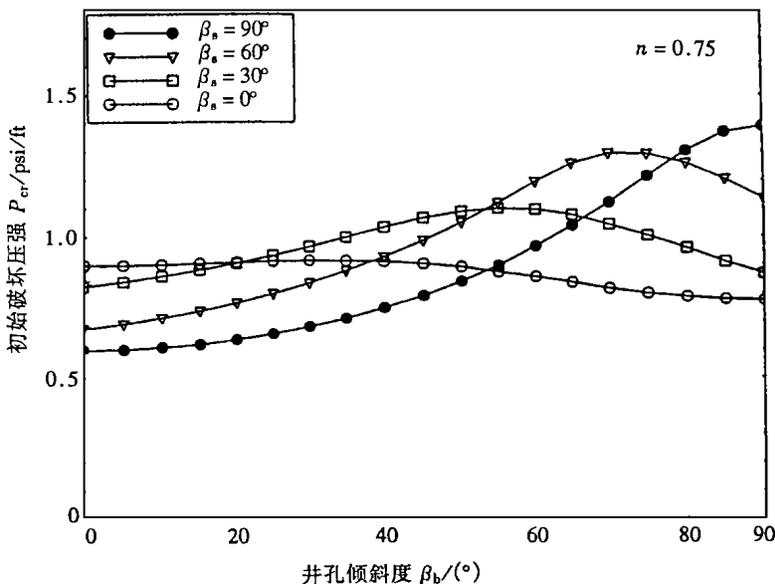
超载水平应力比 V 的定义如下:

$$V = \sigma_v / \sigma_{h \max} \tag{41}$$

在地质构造活动地区, 超载应力小于水平应力。这种情况并不是不常见的。在这样的地质条件下, 人们常常遇到 $\sigma_{h \max} \geq \sigma_v > \sigma_{h \min}$ 的情况。

超载水平应力比 (V) 对初始破坏压强的影响见图 5。我们可以看到, 一直到井孔斜度 45° 为止, 各向同性解和各向异性解的差别很小, 可以略去。这种差别只有当井孔斜度大到超过 75° 时, 才变得明显。

从上述分析中可以看到, 只有在高井孔倾斜度和低应力比时, 各向异性程度才是重要的参数。由此可得出结论: 略去竖直应力和水平应力差异的影响, 将对初始破坏压强带来略为保守的数值。



(1 psi = 6.895 × 10³ Pa, 1 ft = 30.48 cm)

图 6 原地应力取向的影响

5. 1. 4 原地应力取向的影响

图 6 示出超载原地应力的取向对初始破坏压强与井孔斜度函数关系的影响。图 6 中所有曲线都对于应力条件为 $\sigma_v > \sigma_{h \max} > \sigma_{h \min}$ 和 $\alpha_s = 45^\circ$ 。各向异性程度取为 $n = 0.75$ 和各向同性 ($n = 1.0$)。

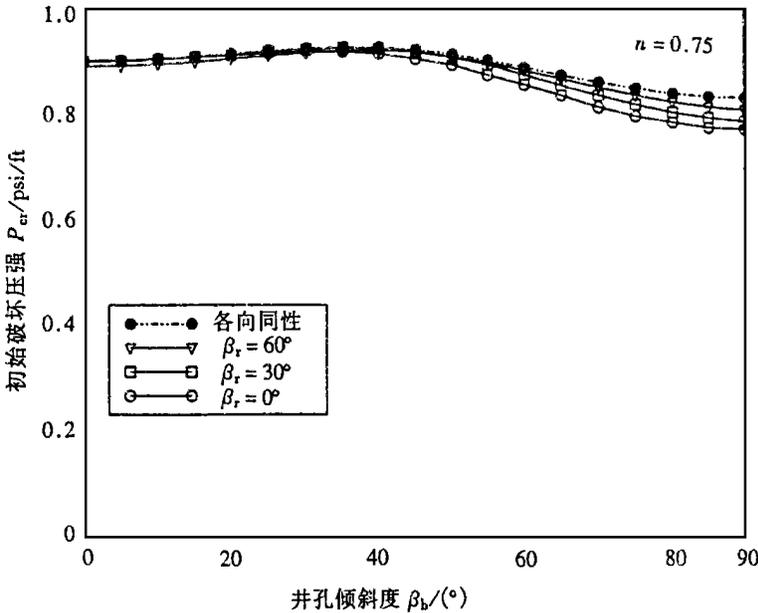
这里可以看到,对于低的井孔斜度和较低的应力斜度 ($\beta_s = 0^\circ, 30^\circ$),井孔压强增加某一限度后,井孔斜度再增加时,井孔压强就开始下降。但当超载应力斜度较大时,如 $\beta_s = 90^\circ$ 时,即使在高井孔斜度时,压强仍然增加。这里必须指出,各向异性对这种趋势的影响较小。当材料各向异性较强时,压强较各向同性材料略有增加。竖直井孔各向同性解和各向异性解的差别较小。这种差别当井孔向下转动时,逐步增大,当井孔达到水平位置时,差别达到最大。

总起来说,原地应力条件对井孔稳定性影响很大。原地应力的状况显得比各向异性程度和井孔斜度的状况更加重要。

5. 1. 5 地层平面取向的影响

图 7 示出地层平面斜度 (β_r) 取 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$, 而且材料为各向同性时的曲线。地层的水平经度角 α_r 为 30° 。

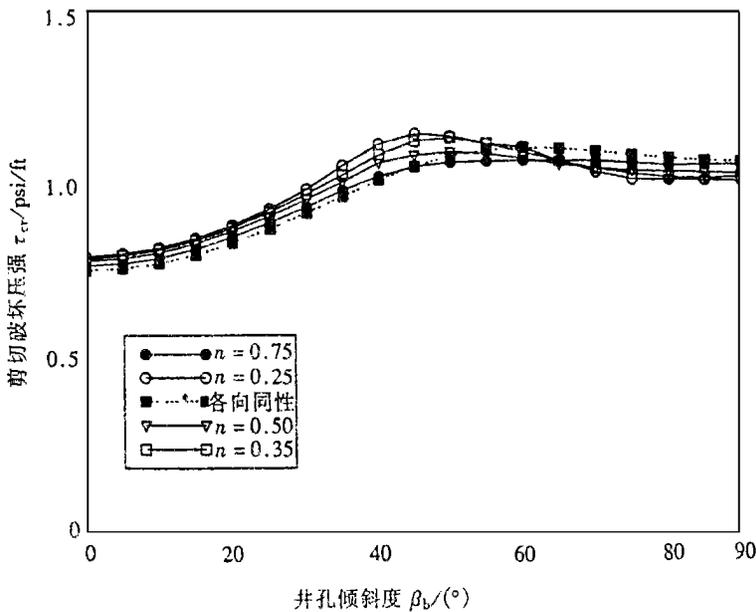
我们从图 7 可以看到,当地层平面斜度增大时,各向异性解和各向同性解的差别也随之增大。从曲线的相对位置上可以看出,初始破坏压强随着井孔斜度的增大而降低,而且当地层平面斜度增大时,初始破坏压强也随之减小。从物理上讲,岩层构造中层面斜度越大,对拉伸破坏而言其稳定性越好。这里必须指出,各条曲线之间的间距,在高井孔斜度时更大,这就是说:层面斜度的影响在高斜度井孔中加强了。



(1 psi = 6. 895 × 10³ Pa, 1 ft = 30. 48 cm)

图 7 地层平面斜度的影响(拉伸压强)

从上述讨论中可以得出如下结论:对于高的各向异性程度 ($n = 0.75$) 以及高井孔斜度 (60° 到 90°) 的情况而言,略去岩层平面倾斜度的影响,可能得出较低的初始破坏压强。不过,对于低的井孔斜度而言 (0° 到 50°),略去岩层平面斜度的影响,只会引起很小的误差。



(1 psi = 6.895×10^3 Pa 1 ft = 30.48 cm)

图 8 各向异性程度的影响(剪切破坏)

5.2 倾斜井孔的剪切破坏

剪切破坏产生破坏面的内移, 这种情况一般在井孔内压急剧下降时产生。例如在生产下降时, 钻井泥浆突然减少。这种破坏形式可能造成逐步塌陷, 从而出现井孔清除问题, 或产生突然塌陷造成钻井钢索的搭接和卡住, 最后甚至整个井孔完全损坏。

5.2.1 各向异性程度的影响

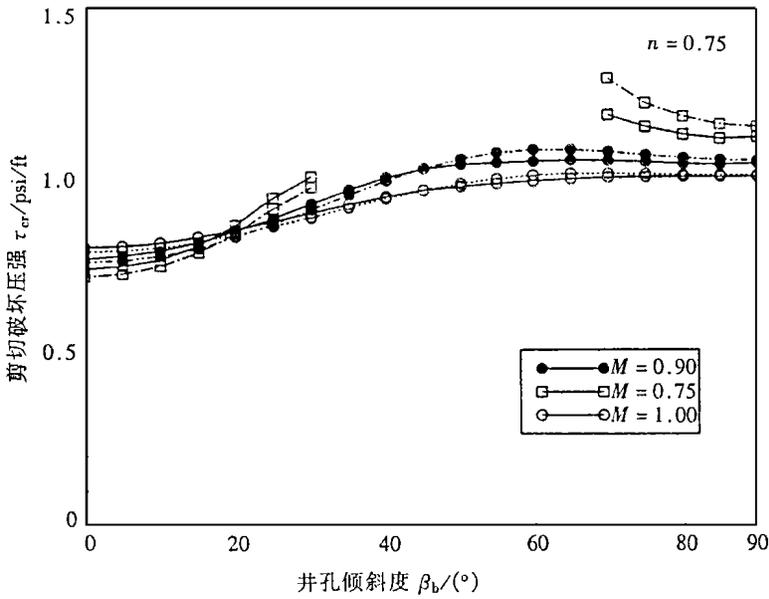
图 8 表示各向异性程度对剪切破坏压强与井孔斜度函数关系的影响。共有 5 条曲线, 从 $n = 0.25$ (高度各向异性材料) 到 $n = 1.00$ (各向同性材料)。其中 n 为各向异性程度参数, 它由(39) 式定义。

从图 8 中我们看到, 一般说来, 一直到 50° , 破坏压强都随着井孔斜度的增大而增大。当井孔倾斜度大于 50° 时, 剪切破坏压强变得非常接近某一常数, 最近趋近一个水平面。这也看出: 各向同性和各向异性 ($n = 0.75$) 的区别很不显著。

从上述分析, 我们可以得出结论: 在低井孔倾斜度时, 材料各向异性程度对井孔剪切破坏的破坏压强, 只有很小的影响。当各向异性程度很低 ($n = 1.00, 0.75$) 时, 材料的各向异性在预测破坏压强时可以略去, 它和井孔斜度也没有很大关系。

5.2.2 水平应力比的影响

水平应力比 (M) 对井孔稳定性的影响见图 9。由图可以看出, 当各向异性程度为 $n = 0.75$ 时, 各向异性解和各向同性解的差异随着井孔斜度的增大而增大。对于低应力比 ($M = 0.75$) 而言, 存在某个临界井孔斜度 (35° 和 65° 之间), 这时不论井孔内壁受压状态如何, 井孔一定坍塌。这一失控的剪切破坏是由于井壁上的应力状态满足破坏准则所致。为了在 35° 到 65° 的井孔斜度中确定压强的变化, 我们通常要在计算机程序中对井孔斜度采用较小的增量 (约为 0.01° 的量级)。用这种方法, 我们可以求得坍塌压强下降到零时的井孔斜度的准确值。

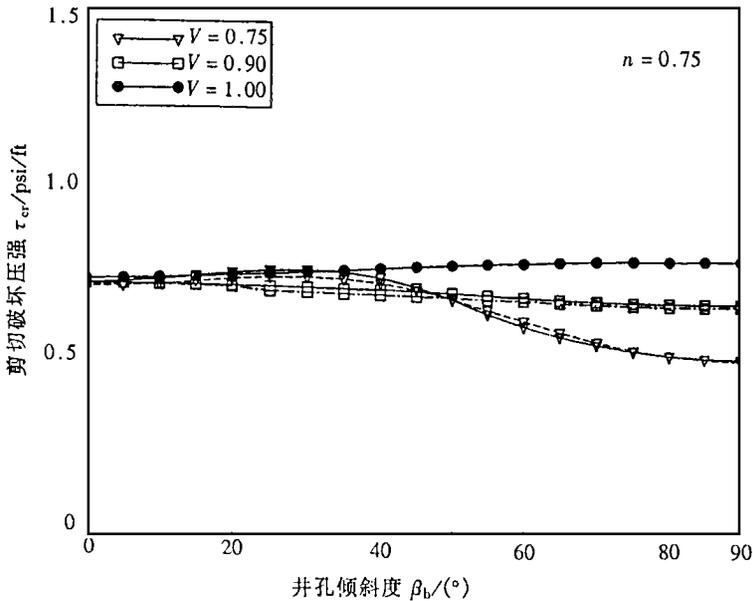


(1 psi = 6.895×10^3 Pa 1 ft = 30.48 cm)

图9 水平应力比的影响(剪切破坏分析)

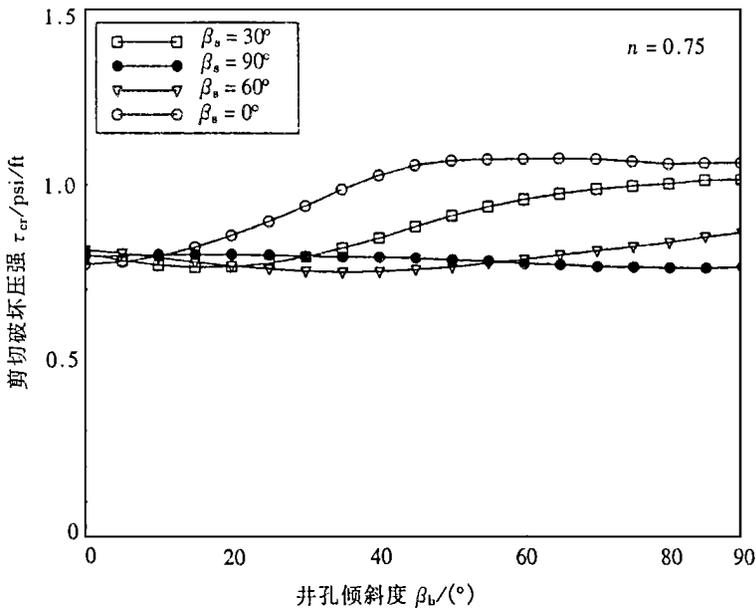
从上述分析可以得出如下结论: 一般说来, 在高度倾斜的井孔中(超过 40°), 水平应力比的大小对剪切破坏影响很大。从物理上看, 高倾斜度的井孔, 若应力比 M 较低, 就极易坍塌。这就说明, 井孔的稳定性在 $\sigma_{h \max}$ 接近于 $\sigma_{h \min}$ 时, 得到增强。当井孔斜度较低时(0° 和 50° 之间), 各向异性程度对井孔剪切破坏的影响很小。

5.2.3 超载水平应力比的影响



(1 psi = 6.895×10^3 Pa 1 ft = 30.48 cm)

图10 超载水平应力比的影响(剪切破坏分析)



(1 psi = 6.895×10^3 Pa, 1 ft = 30.48 cm)

图 11 原地应力取向(剪切破坏)

在图 10 中,给出了坍塌压强与井孔斜度函数关系的曲线,各条曲线的超载水平应力比分别为 $V = 1.00, 0.90$ 和 0.75 。我们可以看出,即使在高倾斜度井孔(大于 75°)时,各向同性解和各向异性解几乎都相同。对较高的应力比($V = 1.00$)而言,在所有井孔斜度时坍塌压强都相当稳定。但对 $V = 0.90$ 和 $V = 0.75$ 而言,坍塌压强则随井孔斜度增大而降低。特别对 $V = 0.75$ 而言,坍塌压强在井孔斜度大于 5° 时,明显下降。

从上述分析中可以得到超载水平应力比对井孔剪切破坏的坍塌压强影响的深入了解,还可得出如下结论:一般说来,提高井孔斜度和降低超载水平应力比,都能降低坍塌压强。这时各向异性的影响可以略去。所以,忽略材料的各向异性并不会对预测坍塌压强带来明显的误差。

5.2.4 原地应力取向的影响

从图 11 中可以看出,一般地讲,对低应力斜度($\beta_s = 0^\circ, 30^\circ$)而言,坍塌压强开始随着井孔斜度的增大而上升;在井孔斜度超过 60° 后,坍塌压强又随着井孔斜度的增大而降低。对应力斜度 $\beta_s = 60^\circ$ 而言,坍塌压强开始随着井孔斜度的增大而下降,到井孔斜度超过 35° 以后,坍塌压强开始上升。就应力斜度为 $\beta_s = 90^\circ$ 而言,坍塌压强随着井孔斜度的增加而一直下降。

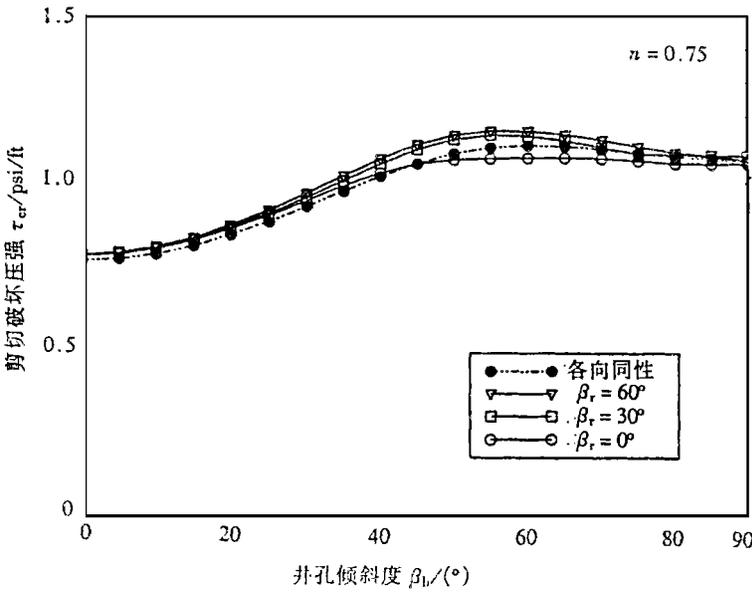
以上分析的结论是:一般说来,在低应力斜度和较低的井孔斜度范围内,坍塌压强是上升的。但在较高的应力斜度和较低的井孔斜度范围内,坍塌压强是下降的。

5.2.5 岩层平面取向的影响

图 12 是岩层平面斜度对坍塌压强与井孔斜度的函数关系的影响。

结果表明,一般地讲,一直到井孔斜度达 50° 以前,井孔坍塌压强都是随着井孔斜度增大而上升的,超过 50° 以后,则随着井孔斜度增大而下降。我们可以看到,各向同性解和各向异性解的差别很小,但这种差别却随着井孔斜度的加大而增大。

从上述分析,可得结论:对各向异性程度($n = 0.75$)而言,在岩层高倾斜时,岩层斜度对



(1 psi = 6.895 × 10³ Pa, 1 ft = 30.48 cm)

图 12 岩层平面斜度的影响(剪切破坏)

坍塌压强影响不大, 略去这种影响, 只会引起很小的误差。

上面的结论明确叙述了不同参量对于井孔稳定性的影响。这里各向异性的范围只限于 $n = 0.25$ 到 $n = 1.00$, 这包括了一切实际生产现场的条件。Aadnoy(1987)^[17] 的结论局限于 $n = 0.71$ 和 $n = 0.63$ 之间, 我们认为这和许多实际现场的生产条件是不符合的。还有 Aadnoy(1987)^[17] 并没有研究井孔周围的各向异性应力的分布的影响, 而我们业已证明各向异性应力分布对于井孔稳定性有明显影响。

6 井孔周围的塑性区域分析

弹性理论在处理地球介质的某些小变形问题时, 可能是极为理想的工具, 但对另外一些问题, 则很不理想。把岩石作为弹塑性材料来处理可能更加合理, 也更加合于现实。在井孔稳定性问题中, 恰当的办法是把井孔周围看作塑性区外包围着一层弹性区。为了研究在弹塑性构造中井孔的稳定性问题, 我们必须研究材料的塑性性能和由于塑性流动所造成的应力分布。

这里所采用的分析方法和 Infante & Chenvert(1989)^[18] 所用方法相似, 不过, 将增加材料的各向异性作用。将用弹性和塑性的各种理论来计算井孔周围的应力分布。岩层构造设为是理想弹塑性的, 即没有任何应变硬化和应变软化的理想材料。本文将讨论弹性区域和塑性区域内的数学公式。

6.1 模型描述

为了便于问题的数学描述, 我们假设在一水平的横观各向同性地球介质层中有一个竖直圆柱

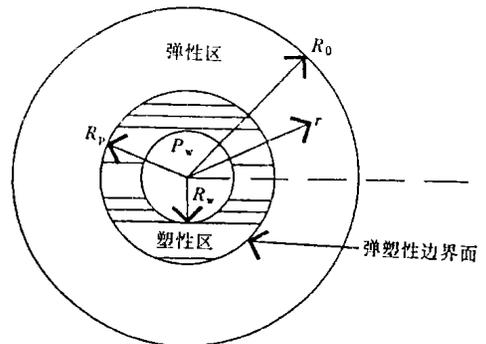


图 13 模型的几何图示

孔。图 13 示出了一个无限长的地球介质厚壁圆柱, 其内半径为 R_w , 外半径为 R_o , 这个厚壁圆柱位于静液压应力场作用之下。设地层材料为理想弹塑性的, 这两个区域间有一界面, 并且井孔界面的应力场满足八面体剪应力理论 (Infante & Chenevert 1989)^[18]。设 R_p 为图 13 中界面半径。取压应力为正。假定岩层构造是横观各向同性的、均匀的, 而且是连续的。

6.2 基本方程

计算井孔周围的应力状态, 必须满足下面关系 (Hsiao 1988)^[7]:

1. 平衡方程;
2. 弹性应力-应变关系;
3. 应变位移关系;
4. 塑性流动规律;
5. 八面体剪应力屈服函数;
6. 边界条件。

八面体剪应力屈服函数为:

$$F = \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2} - 3\tau_0 = 0, \quad (42)$$

其中 τ_0 为八面体剪应力, σ_r 、 σ_θ 、 σ_z 分别为径向、切向和竖向主应力。

弹性应力解可以写为:

$$\sigma_r = \sigma_f - (\sigma_f - P_w) \left(\frac{R_w}{r} \right)^2, \quad (43a)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_f + (\sigma_f - P_w) \left(\frac{R_w}{r} \right)^2, \quad (43b)$$

$$\sigma_z = 2\sigma_f \frac{E_z}{E}, \quad (43c)$$

其中 σ_r 、 σ_θ 、 σ_z 分别为径向、切向和竖向主应力, σ_f 为环绕井孔的静液压应力, E 为水平向的弹性模量, E_z 为竖向的弹性模量, ν 为水平面上的泊松比。上述关系给出了在钻出井孔后的弹性应力状态。

上述弹性解只有在屈服条件(42)式满足时, 才是有效的。特别是, 塑性屈服首先产生在井壁上, 即在 $r = R_w$ 处。把 $r = R_w$ 代入弹性应力解(43)式, 得下列各式

$$\sigma_r = P_w, \quad (44a)$$

$$\sigma_\theta = 2\sigma_f - P_w, \quad (44b)$$

$$\sigma_z = 2\sigma_f \frac{E_z}{E}. \quad (44c)$$

把(44a, b, c)和(42)联立, 就可解出仅有的一个未知量 P_w , 从而求得引起塑性流动的井孔压强。

一旦塑性流动发生后, 它随着井孔压强的增大而发展。于是井孔周围的岩层就分成塑性区 ($R_w < r < R_p$) 和弹性区 ($R_p < r < R_o$), 见图 13。塑性区中的应力状态必须满足平衡方程、塑性流动的规律、以及八面体剪应力屈服函数。塑性区(在弹塑性岩层中)的应力解已知如下:

$$\sigma_r = P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{r}{R_w} \right] \right], \quad (45a)$$

$$\sigma_\theta = P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{r}{R_w} \right] - 1 \right], \quad (45b)$$

$$\sigma_z = \frac{2\mathcal{M}_z}{E} \left\{ P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{r}{R_w} \right] - 0.5 \right] \right\}, \quad (45c)$$

其中 σ_r 、 σ_θ 、 σ_z 为井孔周围塑性区的主应力, K' 是常量, 由下式给出:

$$K' = \left\{ 1 + \left[\frac{\mathcal{M}_z}{E} \right]^2 - \left[\frac{\mathcal{M}_z}{E} \right] \right\}. \quad (46)$$

塑性区并不延伸至无穷远。在离井孔一段距离以外, 在 $r = R_p$ 中, 应力分量达到某一大小, 就进入弹性区了。在弹塑性岩层中, 弹性应力分量表达如下 (Gupta 1994)^[19]:

$$\sigma_r = \sigma_f - \left[\frac{R_p}{r} \right]^2 \left\{ \sigma_f - P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{R_p}{R_w} \right] \right] \right\}, \quad (47a)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_f + \left[\frac{R_p}{r} \right]^2 \left\{ \sigma_f - P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{R_p}{R_w} \right] \right] \right\}, \quad (47b)$$

$$\sigma_z = 2\sigma_f \frac{\mathcal{M}_z}{E}. \quad (47c)$$

6.3 塑性区的范围

塑性区半径 R_p 的表达式, 可以从(45a, b)、(47a, b) 中代入 $r = R_p$ 后求得:

$$R_p = R_w \exp \left\{ \left[\frac{3}{2} \tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} + \sigma_f - P_w \right] \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \right\}. \quad (48)$$

在上述分析中, 我们提供了计算弹性介质中井孔周围的应力分布、塑性流动发生时的应力状态、塑性区的应力分布以及塑性区半径的公式。

6.4 塑性区的破坏准则

在岩层的理想弹塑性状态时, 既无应变硬化也无应变软化, 破坏准则可以用岩层中塑性区的扩大来表示 (Hsiao 1988)^[7]。这是因为塑性区半径的增大导致弹性区的减小, 从而降低了井孔的稳定性。如果塑性区扩大及整个岩层构造, 则岩层就会出现很大变形, 岩层构造就会坍塌。一种量纲为一的塑性区比率(井孔稳定性比)可以用来作为确定岩层构造破坏的指标。这个量(井孔稳定性比)用塑性区半径和整个模型外部半径之比来定义。

6.5 塑性区参量研究结果的讨论

前节给出的数学公式, 可以用来研究在横观各向同性地层介质中, 钻井产生塑性区后, 井孔四周的应力分布。为了研究在弹塑性岩层构造中的井孔稳定问题, 我们将探讨各种参量对井孔周围应力分布的影响, 以及对井孔稳定性的影响。

就目前这种研究进展情况而言, 我们可以处理竖井孔在静液压应力场中的模型。我们用这些公式研究了诸如材料各向异性(各向同性和横观各向同性)、各向异性程度、原地应力值等参量对井孔稳定性和应力分布的影响。我们开发了一种计算机程序, 可以用来数值研究井孔周围的应力分布, 从而预测引起塑性流动的井孔压强, 并预测井孔周围的岩层构造破坏时的临界压强。

这个程序首先计算弹性应力。一旦应力状态满足八面体剪力屈服函数时, 塑性流动就开始发生。当井孔压强进一步增大, 塑性区就扩张。当井孔压强达到某一临界值时, 塑性区域波及整个岩层构造, 岩层构造就达到了破坏条件。我们研究了下列参量的影响:

1. 各向异性的程度;
2. 原地应力值。

6.5.1 各向异性程度的影响

在本文中, 研究了各向同性材料和横观各向同性材料。各向异性程度 n 定义如(39)式。

$$\sigma_z = \frac{2\mathcal{M}_z}{E} \left\{ P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{r}{R_w} \right] - 0.5 \right] \right\}, \quad (45c)$$

其中 σ_r 、 σ_θ 、 σ_z 为井孔周围塑性区的主应力, K' 是常量, 由下式给出:

$$K' = \left\{ 1 + \left[\frac{\mathcal{M}_z}{E} \right]^2 - \left[\frac{\mathcal{M}_z}{E} \right] \right\}. \quad (46)$$

塑性区并不延伸至无穷远。在离井孔一段距离以外, 在 $r = R_p$ 中, 应力分量达到某一大小, 就进入弹性区了。在弹塑性岩层中, 弹性应力分量表达如下 (Gupta 1994)^[19]:

$$\sigma_r = \sigma_f - \left[\frac{R_p}{r} \right]^2 \left\{ \sigma_f - P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{R_p}{R_w} \right] \right] \right\}, \quad (47a)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_f + \left[\frac{R_p}{r} \right]^2 \left\{ \sigma_f - P_w + 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \left[\ln \left[\frac{R_p}{R_w} \right] \right] \right\}, \quad (47b)$$

$$\sigma_z = 2\sigma_f \frac{\mathcal{M}_z}{E}. \quad (47c)$$

6.3 塑性区的范围

塑性区半径 R_p 的表达式, 可以从(45a, b)、(47a, b) 中代入 $r = R_p$ 后求得:

$$R_p = R_w \exp \left\{ \left[\frac{3}{2} \tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} + \sigma_f - P_w \right] \right\} \left\{ 3\tau_0 \sqrt{\left[\frac{1}{2K'} \right]} \right\}. \quad (48)$$

在上述分析中, 我们提供了计算弹性介质中井孔周围的应力分布、塑性流动发生时的应力状态、塑性区的应力分布以及塑性区半径的公式。

6.4 塑性区的破坏准则

在岩层的理想弹塑性状态时, 既无应变硬化也无应变软化, 破坏准则可以用岩层中塑性区的扩大来表示 (Hsiao 1988)^[7]。这是因为塑性区半径的增大导致弹性区的减小, 从而降低了井孔的稳定性。如果塑性区扩大及整个岩层构造, 则岩层就会出现很大变形, 岩层构造就会坍塌。一种量纲为一的塑性区比率(井孔稳定性比)可以用来作为确定岩层构造破坏的指标。这个量(井孔稳定性比)用塑性区半径和整个模型外部半径之比来定义。

6.5 塑性区参量研究结果的讨论

前节给出的数学公式, 可以用来研究在横观各向同性地层介质中, 钻井产生塑性区后, 井孔四周的应力分布。为了研究在弹塑性岩层构造中的井孔稳定问题, 我们将探讨各种参量对井孔周围应力分布的影响, 以及对井孔稳定性的影响。

就目前这种研究进展情况而言, 我们可以处理竖井孔在静液压应力场中的模型。我们用这些公式研究了诸如材料各向异性(各向同性和横观各向同性)、各向异性程度、原地应力值等参量对井孔稳定性和应力分布的影响。我们开发了一种计算机程序, 可以用来数值研究井孔周围的应力分布, 从而预测引起塑性流动的井孔压强, 并预测井孔周围的岩层构造破坏时的临界压强。

这个程序首先计算弹性应力。一旦应力状态满足八面体剪力屈服函数时, 塑性流动就开始发生。当井孔压强进一步增大, 塑性区就扩张。当井孔压强达到某一临界值时, 塑性区域波及整个岩层构造, 岩层构造就达到了破坏条件。我们研究了下列参量的影响:

1. 各向异性的程度;
2. 原地应力值。

6.5.1 各向异性程度的影响

在本文中, 研究了各向同性材料和横观各向同性材料。各向异性程度 n 定义如(39)式。