

文章编号: 1000-0887(1999) 11-1135_08

具有波阻抗不连续特性的粘弹性 介质中的逆散射问题*

陈显尧¹, 程昌钧^{2,3}

(1. 兰州大学 力学系, 兰州 730000; 2. 上海大学力学系; 上海 200072;
3. 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

摘要: 在时间域内讨论了粘弹性介质的逆散射问题, 其中粘弹性介质的波阻抗在远离入射波作用面一侧的交界面上是不连接的. 介质的散射算子, 传播算子所满足的微分积分方程可以用来反演未知的粘弹性介质的松弛模量, 文中给出的反演过程只须利用介质层一侧的反射算子在一个走时来回的时间内的实验测量数据. 最后, 给出了数值算例, 计算结果表明, 利用方法可以较准确的反演得到材料松弛模量.

关键词: 粘弹性介质; 逆散射; 反演过程; Volterra 积分方程; 松弛模量; 一个走时来回; 数值算例

中图分类号: O347.4⁺4; O345 文献标识码: A

引 言

利用散射实验测量得到的数据反演介质的材料参数是许多实际工程问题的重要理论基础, 例如通过散射电磁波确定材料的导电率, 磁感应参数, 以及对地下油气田的勘探和无损探伤等问题都涉及逆散射问题的求解. 以往许多工作^[1~4]虽然给出了一些反演介质材料参数的过程, 但是在某些情况下, 这些工作不适合于实际问题的应用, 例如介质特性变化连续, 没有间断点, 或者要求散射数据在整个时间区域上都为已知等. 这些情况对材料的特性要求很高, 适用范围窄, 并且所需的实验工作量大, 时间长.

本文考察了粘弹性介质中的逆散射问题, 其中粘弹性介质的波阻抗在远离入射波作用面一侧的交界面上是不连续的. 对这种问题, 我们给出了一种新的反演材料松弛模量的过程. 这种过程仅要求实验提供介质层一侧的反射波在一个走时来回时间内的数据, 就可以确定材料函数在任意时刻的值. 这种方法要求的数据量小, 实验时间短, 因此更适用于实际问题的应用.

本文给出的反演过程同样适用于介质的波阻抗连续的情形, 因此本文推广了以往反演粘弹性材料松弛模量的工作. 文中最后给出了数值计算结果, 并与以前的工作^[3~4]进行了对

* 收稿日期: 1998_06_01; 修订日期: 1999_06_25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19772027)

作者简介: 陈显尧(1973~), 男, 博士, 研究方向: 粘弹性介质散射、逆散射问题,

程昌钧(1937~), 女, 教授, 博导, 研究方向: 非线性固体力学, 已发表论文 100 多篇, 多次获得省部级以上各种奖励, 1998 年获教育部科技进步(甲类)一等奖.

比·

1 逆散射问题的描述

如图 1 所示, 假设有散射体占据区域 $0 < x < L$, 介质的本构方程为^[5]

$$\sigma(x, t) = (G_1(0) + G_{1t}(t) *) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t), \quad (1)$$

其中 $G_1(t)$ 为散射体的松弛模量, $\sigma(x, t)$, $u(x, t)$ 分别为应力与位移分量, 下标 t 表示对时间的微分, * 表示卷积, 散射体的密度为 ρ_1 , 则波阻抗为 $Z_1 = \sqrt{\rho_1 G_1(0)}$, 假设散射体两侧是均匀的弹性介质, 波阻抗分别为 Z_0, Z_2 . 假设一右行波在区域 $x < 0$ 中传播, 并于 $t = 0$ 时刻作用于界面 $x = 0$ 上, 并且散射体的波阻抗满足 $Z_0 = Z_1, Z_1 \neq Z_2$ 也就是说, 散射体的波阻抗在远离入射作用面一侧的边界上是不连续的. 如果假设散射体在入射波作用于界面 $x = 0$ 前是静止的, 即

$$u(x, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 0, \sigma(x, t) = 0 \quad (-\infty < t < 0). \quad (2)$$

则在本文中我们将说明利用实验测量到的区域 $x < 0$ 中的反射波便可以反演未知的材料松弛模量 $G_1(t)$.



图 1

2 基本物理方程

散射体内的运动方程为^[5]

$$\rho_1 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(G_1(0) + G_{1t}(t) *) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right]. \quad (3)$$

定义函数^[4]

$$u^\pm(x, t) = \frac{1}{2} \left[u(x, t) \pm \frac{1}{Z_1} \int_0^t \sigma(x, s) ds \right]. \quad (4)$$

引入散射体的反射算子 $\mathbf{R}_2(x, t)$ 与透射算子 $\mathbf{T}_2(x, t)$, 分别满足^[4]

$$u^-(x, t) = \mathbf{R}_2(x, t) u^+(x, t) = r_2(x) u^+ \left[x, t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right] + R_2(x, t) * u^+(x, t), \quad (5a)$$

$$u^+ \left[L, t + \frac{L-x}{c_1} \right] = \mathbf{T}_2(x, t) u^+(x, t) = \tau_2(x) [1 + T_2(x, t) *] u^+(x, t), \quad (5b)$$

其中 $c_1 = \sqrt{\frac{G_1(0)}{\rho_1}}$ 为波速, $R_2(x, t), T_2(x, t)$ 为反射核与透射核, $r_2(x), \tau_2(x)$ 满足

$$\left. \begin{aligned} r_2(x) &= \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \exp \left[\frac{h(0)}{c_1} (L - x) \right], \\ \tau_2(x) &= \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \exp \left[\frac{h(0)}{2c_1} (L - x) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

反射核 $R_2(x, t)$ 所满足的微分积分方程分别为

$$2c_1 \frac{\partial R_2}{\partial x} - 4 \frac{\partial R_2}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} [(1 - R_2^*)(1 - R_2^*)h] - H \left[t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right].$$

$$2r_2(x) \frac{\partial}{\partial t} [h^* R_2 - h] \left[x, t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right] = 0, \quad (7a)$$

$$R_2(x, 0) = -\frac{1}{4}h(0), \quad R_2(L, t) = 0, \quad (7b)$$

其中 $h(t)$ 为 $G_1(t)$ 的预解核, 满足^[6]

$$(G_1(0) + G_{1t}(t)^*) h(t) = G_{1t}(t) \cdot \quad (8)$$

反射核 $R_2(x, t)$ 沿特征线 $\Gamma_1: t = \frac{2(L-x)}{c_1}$ 的间断值为

$$\delta R_2(x, t) \Big|_{t=\frac{2(L-x)}{c_1}} = \left[\frac{h(0)}{4} (1 - r_2^2(L)) + \frac{r_2(L)}{c_1} \left[\frac{1}{4}h^2(0) + h_t(0) \right] (L-x) \right] \cdot \exp \left[\frac{h(0)}{c_1} (L-x) \right] \cdot \quad (9a)$$

沿特征线 $\Gamma_2: t = \frac{4(L-x)}{c_1}$ 的间断值为

$$\delta R_2(x, t) \Big|_{t=\frac{4(L-x)}{c_1}} = \frac{1}{4}h(0)r_2^2(x) \cdot \quad (9b)$$

透射核 $T_2(x, t)$ 所满足的微分积分方程为

$$2c_1 \frac{\partial T_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} [(1 - R_2^*)(1 + T_2^*)h] - h(0)T_2 - H \left[t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right] r_2(x) \frac{\partial}{\partial t} (h + T_2^* h) \left[x, t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right] = 0, \quad (10a)$$

$$T_2(x, 0) = \frac{1}{2c_1} \left[\frac{1}{4}h^2(0) + h_t(0) \right] (L-x) - \frac{h(0)}{4}r_2(L) \cdot \quad (10b)$$

透射核 $T_2(x, t)$ 沿特征线 $\Gamma_1: t = \frac{2(L-x)}{c_1}$ 的间断值为

$$\delta T_2(x, t) \Big|_{t=\frac{2(L-x)}{c_1}} = \frac{1}{4}h(0)r_2(x) \cdot \quad (11)$$

为了进一步讨论松弛模量的反演过程, 我们首先引入散射体的传播算子 $\mathbf{W}_2(x, t)$ 与 $\mathbf{V}_2(x, t)$, 它们用来将散射体的入射波与反射波用透射波表示, 即

$$u^+(x, t) = \mathbf{W}_2(x, t) u^+ \left[L, t + \frac{L-x}{c_1} \right] = \mathcal{T}_2^{-1}(x) (1 + \mathbf{W}_2(x, t)^*) u^+ \left[L, t + \frac{L-x}{c_1} \right], \quad (12a)$$

$$u^-(x, t) = \mathbf{V}_2(x, t) u^+ \left[L, t + \frac{L-x}{c_1} \right] = r_2(x) \mathcal{T}_2^{-1}(x) (1 + \mathbf{W}_2^*) u^+ \left[L, t - \frac{L-x}{c_1} \right] + \mathcal{T}_2^{-1}(x) \mathbf{V}_2(x, t)^* u^+ \left[L, t + \frac{L-x}{c_1} \right] \cdot \quad (12b)$$

其中 $\mathbf{W}_2(x, t)$ 与 $\mathbf{V}_2(x, t)$ 为相应的传播核。事实上, 方程(12a), (12b) 是利用方程(5a) 与 (5b) 计算得到的, 同时还可得到下述关系式

$$T_2(x, t) + \mathbf{W}_2(x, t) + T_2(x, t)^* \mathbf{W}_2(x, t) = 0, \quad (13a)$$

$$\mathbf{V}_2(x, t) = R_2(x, t) + R_2(x, t)^* \mathbf{W}_2(x, t) \cdot \quad (13b)$$

下面我们利用方程(7) ~ (13) 推导 $\mathbf{W}_2(x, t)$, $\mathbf{V}_2(x, t)$ 所满足的微分积分方程。

首先对方程(13a) 两边关于 x 微分, 并将(10a), (13a) 代入所得方程可得

$$2c_1 \frac{\partial W_2(x, t)}{\partial x} = (1 + W_2(x, t)^*) [h_t(t) - h(0)R_2(x, t) - h_t(t)^* R_2(x, t)] + H \left[t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right] \cdot \tau_2(x) (1 + W_2(x, t)^*) [h(0)W_2(x, t) - h_t(t)] \cdot \quad (14)$$

利用方程(13a)还可以确定传播核 $W_2(x, t)$ 沿特征线 $\Gamma_1: t = \frac{2(L-x)}{c_1}$ 的间断值

$$\delta W_2(x, t) |_{t = \frac{2(L-x)}{c_1}} = -\frac{1}{4} h(0) r_2(x) \cdot \quad (15)$$

以及

$$W_2(L, t) = 0, \\ W_2(x, 0) = \frac{h(0)}{4} r_2(L) - \frac{1}{2c_1} \left[\frac{1}{4} h^2(0) + h_t(0) \right] (L-x) \cdot \quad (16)$$

显然方程(14)建立了传播核 $W_2(x, t)$ 与反射核 $R_2(x, t)$ 之间的直接关系。

对方程(13b)两边分别关于 x, t 求导, 合并所得方程, 并利用(7a), (14)可得

$$2c_1 \frac{\partial V_2(x, t)}{\partial x} - 4 \frac{\partial V_2(x, t)}{\partial t} = h_t(t) + (h(0) + h_t(t)^*) W_2(x, t) - (2h(0) + h_t(t)^*) V_2(x, t) + H \left[t - \frac{2(L-x)}{c_1} \right] \cdot r_2(x) [(1 + W_2(x, t)^*) (h(0)V_2(x, t) - h_t(t))] \cdot$$

同时利用(13b)还可以确定传播核 $V_2(x, t)$ 沿特征线 $\Gamma_1: t = \frac{2(L-x)}{c_1}$ 与 $\Gamma_2: t = \frac{4(L-x)}{c_1}$ 的间断值

$$\delta V_2(x, t) |_{t = \frac{2(L-x)}{c_1}} = \left[\frac{h(0)}{4} (1 - r_2^2(L)) + \frac{r_2(L)}{c_1} \left(\frac{1}{4} h^2(0) + h_t(0) \right) (L-x) \right] \cdot \exp \left[\frac{h(0)}{c_1} (L-x) \right], \quad (18a)$$

$$\delta V_2(x, t) |_{t = \frac{4(L-x)}{c_1}} = \frac{1}{4} h(0) r_2^2(x) \cdot \quad (18b)$$

并且有

$$V_2(x, 0) = -\frac{1}{4} h(0), \quad V_2(L, t) = 0 \cdot \quad (19)$$

至此我们得到了传播核 $W_2(x, t), V_2(x, t)$ 所满足的微分积分方程, 当粘弹性材料的松弛模量已知时, 通过方程(7)~(9), 我们可以计算得到反射核 $R_2(x, t)$, 然后由方程(14)~(19)可以确定传播核 $W_2(x, t), V_2(x, t)$; 当材料的松弛模量未知时, 则可以利用反射核 $R_2(x, t)$, 传播核 $W_2(x, t)$ 与 $V_2(x, t)$ 所满足的方程(7)~(9)与(14)~(19)来反演松弛模量。

3 反演散射体的松弛模量

在这一节中我们将给出一种反演粘弹性散射体的松弛模量的过程。为此假设通过散射实验已经确定了反射核 $R_2(0, t)$ 在一个走时来回的时间(即 $0 \leq t \leq t_1 = 2L/c_1$) 内的数据, 我们给出了关于反演散射体松弛模量 $G_1(t)$ 的如下步骤。

第一步: 利用 $R_2(0, t) (0 \leq t \leq t_1)$ 确定 $h(t) (0 \leq t \leq t_1)$ 。

当 $t \leq t_1$ 时, 即在散射体中一个走时来回时间之内, 由于右边界 $x = L$ 产生的反射波还未

作用至左边界 $x = 0$ 上, 因此, 反射核 $R_2(x, t)$ 在 $t \leq t_1$ 时与 x 无关, 即 $R_2(x, t) = R_2(0, t)$ 。在(7a)中令 $x = 0$, 并对时间 t 积分可得

$$4R_2(0, t) + (1 - R_2(0, t)^*) (1 - R_2(0, t)^*) h(t) = 0 \quad (t \leq t_1) \quad (20)$$

此方程为关于 $h(t)$ 的第二类 Volterra 积分方程, 当 $R_2(0, t)$ 已知时, 可求解确定材料函数 $h(t)$, ($t \leq t_1$)。

第二步: 当 $h(t)$ ($t \leq t_1$) 已知后, 求解散射问题, 即利用(7) ~ (9), (14) ~ (19) 计算反射核 $R_2(x, t)$ 与传播核 $W_2(x, t)$ 和 $V_2(x, t)$ 在 $0 \leq x \leq L, t \leq t_1$ 区域上的值。然后利用 $h(t)$ 与 $R_2(x, t)$ ($t \leq t_1$) 以及方程(7) ~ (9) 可以进一步确定反射核 $R_2(x, t_1 + \Delta t)$ 的值, 其中 Δt 为沿 t 轴的步长。

第三步: 利用 $R_2(x, t)$, $W_2(x, t)$ 与 $V_2(x, t)$ 确定 $h_t(t)$ ($t > t_1$)。

联立方程(13b), (14), (17) 可以得到关于 $W_2(x, t)$, $V_2(x, t)$ 与 $h_t(t)$ 的方程组, 令 $t = t_1 + \Delta t$, 并利用梯形法则离散所得方程组, 则此方程组成为关于 $W_2(x, t_1 + \Delta t)$, $V_2(x, t_1 + \Delta t)$ 与 $h_t(t_1 + \Delta t)$ 的线性代数方程组, 求解可以确定 $W_2(x, t_1 + \Delta t)$, $V_2(x, t_1 + \Delta t)$ 与 $h_t(t_1 + \Delta t)$ 在 $0 \leq x \leq L$ 上的值。

当 $h_t(t_1 + \Delta t)$ 被确定后, 利用(7) ~ (9), 求解散射问题可计算得到 $R_2(x, t_1 + 2\Delta t)$, 如此重复, 直到确定所有的 $h_t(t)$ ($t > t_1$)。

第四步: 利用 $h(t)$ 反演松弛模量 $G_1(t)$ 。

对方程(8)两边关于 t 积分可得关于 $G_1(t)$ 的第二类 Volterra 积分方程

$$G_1(t) - G_1(t)^* h(t) = G_1(0) \quad (t \geq 0) \quad (21)$$

当 $h(t)$ 已知时, 此方程可用来求解松弛模量 $G_1(t)$ 。

至此, 我们给出了松弛模量 $G_1(t)$ 的反演过程, 此过程的已知数据只是反射核 $R_2(0, t)$ 在一个走时来回时间内(即 $0 \leq t \leq t_1$) 的数据, 显然这种反演方法对实验数据量的要求很小, 更适合于实际问题的需要。

从方程(6)可以看出, 当散射体的波阻抗在交界面 $x = L$ 上连续时, 即 $Z_1 = Z_2$, 则有

$$r_2(x) = 0, \quad \tau_2(x) = \exp\left[\frac{h(0)}{2c_1}(L - x)\right] \quad (22)$$

此时文中的方程均退化为[3, 4]中所得到的结果, 因此, 本文的结果推广了以往反演松弛模量的方法。

另外, 我们还可注意到反射核 $R_2(0, t)$ 在 $t = t_1$ 时刻存在间断值。如果利用散射实验给出了此间断值, 则散射体在交界面 $x = L$ 上的介质特性也可以被确定, 即当区域 $x > L$ 中的弹性介质的波阻抗 Z_2 未知时, 利用反射核 $R_2(0, t)$ 在 $t = t_1$ 时刻的间断值确定散射体在交界面 $x = L$ 上的波阻抗是否连续, 并确定 Z_2 的值。事实上, 由[4], 当散射体在交界面 $x = L$ 上的波阻抗连续时, 反射核沿特征线 $\Gamma_1: t = \frac{2(L-x)}{c_1}$ 的间断值为

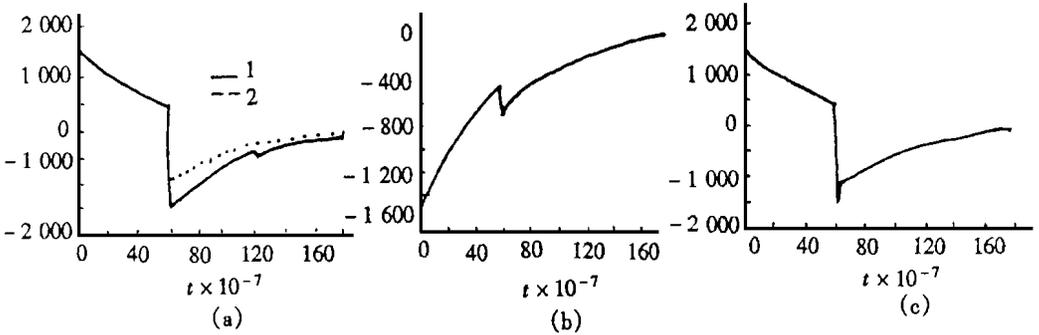
$$\delta R(x, t) |_{t = \frac{2(L-x)}{c_1}} = \frac{1}{4} h(0) \exp\left[\frac{h(0)}{c_1}(L - x)\right], \quad (23)$$

其中 $R(x, t)$ 为此时介质的反射核。令 $x = L$, 比较(23)与(9a), 可以看出两种情形下反射核的间断值不同, 并且两个间断值的差只与 $r_2(L)$ 有关, 利用 $r_2(L) = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ 可以确定波阻抗 Z_2 的值, 在下面一节给出的数值算例中体现了这一特性。

4 数值算例

例 1 假设散射体的松弛模量为

$$G_1(t) = 6.4 \times 10^{11} + 2 \times 10^{10} \exp(-2 \times 10^5 t) \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2} \quad (24)$$



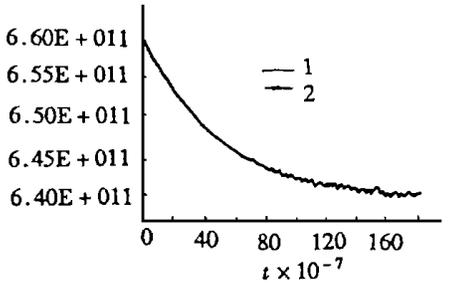
1: $Z_1 \neq Z_2$, 2: $Z_1 = Z_2$

图 2 反射核 $R_2(0, t)$, 传播核 $W_2(0, t)$ 与 $V_2(0, t)$

密度与层厚分别为

$$\rho_1 = 1.5 \text{g cm}^{-3}, L = 2 \text{cm} \quad (25)$$

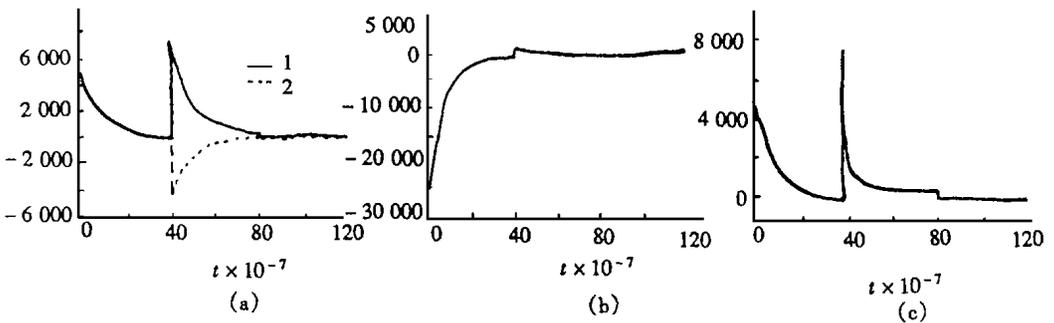
此时散射体的波阻抗为 $Z_1 = 9.95 \times 10^5 \text{g cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ 。假设区域 $x > L$ 中弹性介质的波阻抗为 $Z_2 = 13.45 \times 10^5 \text{g cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 则 $r_2(L) = -0.15$, $\tau_2(L) = 0.85$, 求解散射问题(7) ~ (9), 可以确定反射核 $R_2(0, t)$, 如图 2(a) 所示。求解散射问题(14) ~ (19), 可以确定传播核 $W_2(0, t)$ 与 $V_2(0, t)$, 如图 2(b), (2c) 所示。



1: 初始给定, 2: 反演结果

图 3 松弛模量

截取 $R_2(0, t) (0 \leq t \leq t_1 = 6 \times 10^{-6} \text{s})$ 的数据作为通过散射实验获得的测量结果, 利用本文给出的反演过程计算得到的松弛模量 $G_1(t)$ 如图 3 所示。



1: $Z_1 \neq Z_2$, 2: $Z_1 = Z_2$

图 4 反射核 $R_2(0, t)$, 传播核 $W_2(0, t)$ 与 $V_2(0, t)$

如果选取区域 $x > L$ 中弹性介质的波阻抗满足 $Z_1 = Z_2 = 9.95 \times 10^5 \text{g cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 则有 $r_2(L) = 0$, $\tau_2(L) = 1$, 此时计算得到的反射核见图 2(a)。

例 2 假设散射体的松弛模量为

$$G_1(t) = 7.4 \times 10^{11} + 2 \times 10^{10} \exp(-7.5 \times 10^5 t) \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2} \quad (26)$$

密度为 $\rho_1 = 2.1 \text{g cm}^{-3}$, 层厚度为 $L = 2 \text{cm}$, 此时散射体的波阻抗为

$$Z_1 = 12.63 \times 10^5 \text{g cm}^{-2} \text{s}^{-1} \quad (27)$$

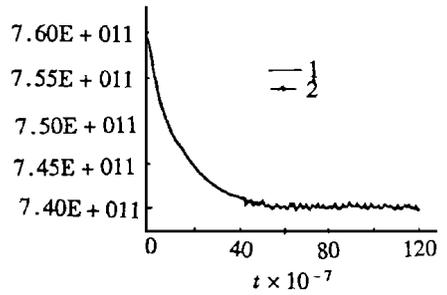
选取 $Z_2 = 7.38 \times 10^5 \text{g cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 则 $r_2(x_1) = 0.26$, $\tau_2(x_1) = 1.26$, 计算可得到反散核 $R_2(0, t)$, 如图 4(a) 所示, 传播核 $W_2(0, t)$ 与 $V_2(x, t)$ 分别如图(4b), (4c) 所示. 如果选取 $Z_2 = Z_1 = 12.63 \times 10^5 \text{g cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, 则 $r_2(x_1) = 0$, $\tau_2(x_1) = 1$, 计算得到的反射核如图 4(a) 所示.

截取 $R_2(0, t)$, $0 \leq t \leq t_1 = 4 \times 10^{-6} \text{s}$ 作为通过散射实验获得的测量数据, 利用文中给出的方法反演得到的松弛模量 $G_1(t)$ 如图 5 所示.

从图 3, 图 5 可以看出, 利用本文所给的方法反演得到的松弛模量与初始给定的材料松弛量吻合很好. 在这里, 我们没有考虑数据噪声对反演结果的影响.

[参 考 文 献]

- [1] Fuks P, Karlsson A, Larson G. Direct and inverse scattering from dispersive media[J]. Inverse Problem, 1994, 10: 555~ 571.
- [2] Beezley R S, Krugger R J. An electromagnetic inverse problem for dispersive media[J]. J Math Phys, 1985, 26: 317~ 325.
- [3] Amnicht E, Coronas J P, Krugger R J. Direct and inverse scattering for viscoelastic media[J]. J Acoust Soc Am, 1987, 81, 827~ 834.
- [4] 陈显尧. 粘弹性介质中的散射与逆散射问题(D). 博士学位论文. 兰州: 兰州大学, 1999, 6.
- [5] Christenson R M. Theory of Viscoelasticity [M]. New York: Academic Press, Inc, 1982.
- [6] Kress R. Linear Integral Equations [M]. Applied Mathematical Sciences. Springer Verlag, New York: World Publishing Corp, 1989.



1: 初始给定, 2: 反演结果

图 5 松弛模量

Inverse Problem for the Viscoelastic Medium with Discontinuous Wave Impedance

Chen Xianyao¹, Cheng Changjun^{2, 3}

(1. Department of Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, P R China;

2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics Shanghai 200072;

3. Department of Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, P R China)

Abstract: In this paper, the inverse problem for the viscoelastic medium is investigated in the time domain, in which the wave impedance of the medium is discontinuous at the rear interface. The differential-integral equations governing the behavior of the scattering and propagation operators are utilized to reconstruct the relaxation modulus of the viscoelastic medium. A new approach, in which only the one-side measurement reflection data for one round trip through the viscoelastic layer, is developed. The numerical examples are given at the end of the paper. It is shown that the curves of the reconstructed moduli coincide very well with the original relaxation moduli.

Key words: viscoelastic medium; inverse scattering; inversion procedure; Volterra integral equation; relaxation modulus; one round trip; numerical examples