

文章编号: 1000-0887(1999) 12-1235-10

流体饱和多孔介质中波传播问题的有限元分析*

严波¹, 刘占芳¹, 张湘伟²

(1 重庆大学 建筑工程学院 力学系, 重庆 400044; 2 汕头大学, 汕头 515063)

摘要: 采用基于混合物理论的多孔介质模型, 给出流体饱和两相多孔介质波动问题的有限元分析方法. 采用罚方法导出的有限元动力方程, 时间积分可采用显式和隐式积分两种方案. 用编制的有限元程序分析了一维柱体在跃阶载荷和脉冲载荷作用下的波传播问题, 得到该两种瞬态载荷作用下固体和流体相位移、速度以及固体相有效应力和孔隙压力随时间的变化关系, 并对波的传播现象进行了分析. 所得结果与理论相吻合.

关键词: 多孔介质; 波的传播; 有限元

中图分类号: O347 文献标识码: A

引言

多孔介质的动力瞬态响应问题的研究在瞬时固结、石油勘探、噪声控制、地震工程以及生物医学工程中有着十分重要的地位. Biot^[1]开创性地首先讨论了流体饱和多孔介质中的波传播问题, 其理论和结果被广泛引用并成为后来众多模型的参考标准. Zienkiewicz 和 Simon 等^[2,3]对 Biot 多孔介质模型的波动问题及其有限元数值分析做了较为深入的研究. 尽管 Biot 模型得到广泛的采纳和应用, 但由于其源于经验, 缺乏充分的力学依据, 存在不足.

基于连续介质力学的混合物理论的建立, 导致了现代多孔介质理论的出现. 现代多孔介质理论, 被理解为受体积分约束的混合物理论^[4]. Bowen 在现代连续介质力学框架内, 以混合物理论为基础, 将体积分视为独立变量, 给出了不可压缩和可压缩流体饱和多孔介质模型^[5,6]. 由于该类模型的建立基于连续介质力学的理论之上, 可由系统化的方法进行扩展和深入, 因而越来越受到重视^[4]. 文[7]采用基于混合物理论的多孔介质模型, 用 Laplace 变换法得到流体饱和两相多孔介质一维瞬态波传播的分析解, 并给出了跃阶载荷和脉冲载荷作用下瞬态响应的结果. 其为数值分析方法提供了参考依据.

本文采用 Bowen 的不可压缩多孔介质模型^[5], 导出流体饱和两相多孔介质波动问题的有限元方程, 指出方程的时间积分可采用显式和隐式积分两种方案. 用编制的有限元程序分析了一维柱体在跃阶载荷和脉冲载荷作用下的瞬态响应.

1 控制方程

基于混合物理论的多孔介质被视为由多种组分组成的不相混溶的混合物. 各组分为具有

* 收稿日期: 1998_08_07; 修订日期: 1999_04_11

作者简介: 严波(1965~), 男, 博士, 副教授.

独立运动规律的连续介质, 它们的几何和物理量在整个空间上定义. 混合物作为一个整体, 满足单一均匀介质的平衡方程. 用体积分数表达某一组分在混合物中所占的比例, 定义为该组分的体积与混合物总体积之比.

任一组分 ϕ^a 的质量平衡方程的局部表达式为

$$(\rho^a)'_{\alpha} + \rho^a \operatorname{div} \mathbf{x}'_{\alpha} = \rho^a, \quad (1)$$

这里, \mathbf{x}'_{α} 为各组分质点的速度, $(\cdot)'_{\alpha}$ 表示物质时间导数, $\rho^a = n^a \rho^{aR}$ 为组分的宏观质量密度, ρ^{aR} 为组分的微观质量密度, n^a 为体积分数. $\rho^a = \rho^a(\mathbf{x}, t)$ 表示在时刻 t 占据 \mathbf{x} 点的其它所有组分对组分 ϕ^a 的质量供给. 由混合物的局部质量平衡定义可知

$$\sum_{\alpha=1}^k \rho^a = 0, \quad (2)$$

即所有 k 个组分的质量供给之和为零.

对组分 ϕ^a , 线动量平衡定律的局部表达式为

$$\operatorname{div} \mathbf{T}^a + \rho^a (\mathbf{b}^a - \mathbf{x}''_{\alpha}) + \hat{\mathbf{p}}^a = \mathbf{0}, \quad (3)$$

这里 \mathbf{x}''_{α} 为各组分质点的加速度, \mathbf{T}^a 为组分 ϕ^a 的部分 Cauchy 应力张量 (partial Cauchy stress tensor), \mathbf{b}^a 是外部体积力密度, 如重力加速度. 而 $\hat{\mathbf{p}}^a = \hat{\mathbf{p}}^a(\mathbf{x}, t)$ 表示单位体积的线动量供给, 也可理解为是组分 ϕ^a 与其它组分间的局部相互作用力. 由混合物的线动量平衡可得

$$\sum_{\alpha=1}^k (\hat{\mathbf{p}}^a + \rho^a \mathbf{x}'_{\alpha}) = \mathbf{0}. \quad (4)$$

仅当方程 (4) 满足时, 作为 k 个组分的迭加所得到的混合物才与作为单一均匀材料的混合物具有相同的行为.

假设组分 ϕ^a 的局部动量矩平衡方程为

$$\mathbf{T}^a = \mathbf{T}^{aT} - \mathbf{M}^a, \quad (5)$$

式中 $\mathbf{M}^a = \mathbf{M}^a(\mathbf{x}, t)$ 是反对称动量矩耦合张量, 与局部动量矩供给有关. 混合物的动量矩平衡公理导致

$$\sum_{\alpha=1}^k \mathbf{M}^a = \mathbf{0}. \quad (6)$$

对于流体饱和两相多孔介质, 假设两相介质之间不存在化学反应、质量交换和动量矩交换, 则组分的质量平衡方程为

$$(\rho^a)'_{\alpha} + \rho^a \operatorname{div} \mathbf{x}'_{\alpha} = 0 \quad (7)$$

动量平衡方程为

$$\operatorname{div} \mathbf{T}^a + \rho^a (\mathbf{b}^a - \mathbf{x}''_{\alpha}) + \hat{\mathbf{p}}^a = \mathbf{0}, \quad (8)$$

动量矩平衡导致

$$\mathbf{T}^a = \mathbf{T}^{aT}, \quad (9)$$

即此时部分应力为对称张量. 方程中 $\alpha = S, F$, 分别表示固体和流体相. 由饱和条件有

$$n^S + n^F = 1. \quad (10)$$

由于两相间不存在质量交换, 由 (4) 式动量供给项 $\hat{\mathbf{p}}^a$ 满足

$$\hat{\mathbf{p}}^S + \hat{\mathbf{p}}^F = \mathbf{0}. \quad (11)$$

进一步假设固体和流体相微观上是不可压缩的, 即 $\rho^{aR} = \text{const}$, 则固体和流体相的本构关系为

$$\mathbf{T}^S = -n^S p \mathbf{I} + \mathbf{T}_E^S, \quad \mathbf{T}^F = -n^F p \mathbf{I} + \mathbf{T}_E^F \quad (12a, b)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{T}_E^S &= \rho^S \frac{\partial \psi^S}{\partial \mathbf{F}_S} \mathbf{F}_S^T, \\ \mathbf{T}_E^F &= 2\mu^F \mathbf{D}_F^D + \left[\frac{2}{3} \mu^F + \lambda^F \right] (\mathbf{D}_F \cdot \mathbf{I}) \mathbf{I}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中 p 为孔隙流体压力, \mathbf{T}_E^a 为附加应力, \mathbf{F}_S 是固体相的变形梯度, \mathbf{D}_F 为流体的变形率张量, \mathbf{D}_F^D 为变形率张量的偏量. \mathbf{T}_E^S 即为固体骨架中的有效应力, ψ^S 是 Helmholtz 自由能. 假设流体为理想无粘性流体, 则其本构关系简化为

$$\mathbf{T}^F = -n^F p \mathbf{I} \quad (14)$$

两相介质中的总应力 \mathbf{T} 为两相的部分应力之和, 即

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^S + \mathbf{T}^F = -p \mathbf{I} + \mathbf{T}_E^S \quad (15)$$

其与经典土力学中的有效应力原理^[4]一致. 相应的动量供给项

$$\hat{\mathbf{p}}^F = p \operatorname{grad} n^F + \hat{\mathbf{p}}_E^F, \quad \hat{\mathbf{p}}_E^F = -\alpha_v (\mathbf{x}'_F - \mathbf{x}'_S), \quad (16)$$

这里 $\hat{\mathbf{p}}_E^F$ 称为有效动量供给量. 对于各向同性渗透情况, 系数 α_v 为

$$\alpha_v = \frac{(n^F)^2 \gamma^{\text{FR}}}{k^F}, \quad (17)$$

其中 k^F 为达西 (Darcy) 渗透系数, 而 γ^{FR} 为流体相的比重.

此外, 由质量平衡方程 (7) 和组分的微观不可压缩性假设可得^[5]

$$n^S = n_0^S (\det \mathbf{F}_S)^{-1}, \quad (18)$$

式中 n_0^S 为固体相在参考状态的体积分数. 进一步将式 (12)、(14) 和 (16) 代入 (8), 并考虑不可压缩条件, 可将 (7) 和 (8) 式写成

$$\operatorname{div} (n^S \mathbf{x}'_S + n^F \mathbf{x}'_F) = 0, \quad (19)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{T}_E^S - n^S \operatorname{grad} p + \rho^S (\mathbf{b} - \mathbf{x}''_S) + \alpha_v (\mathbf{x}'_F - \mathbf{x}'_S) = \mathbf{0}, \quad (20)$$

$$-n^F \operatorname{grad} p + \rho^F (\mathbf{b} - \mathbf{x}''_F) - \alpha_v (\mathbf{x}'_F - \mathbf{x}'_S) = \mathbf{0} \quad (21)$$

假设多孔介质在小变形范围内, 固体相为各向同性线弹性介质, 则固体相的本构方程 (12a) 可具体写成

$$\mathbf{T}_E^S = 2\mu^S \mathbf{E}^S + \lambda^S (\mathbf{E}^S \cdot \mathbf{I}) \mathbf{I}, \quad \mathbf{E}^S = \frac{1}{2} (\operatorname{grad} \mathbf{u}^S + \operatorname{grad}^T \mathbf{u}^S), \quad (22)$$

这里 μ^S 和 λ^S 为固体相的宏观 Lamé 常数. \mathbf{E}^S 为线性化的 Lagrange 应变张量, \mathbf{u}^S 为固体相的位移.

利用式 (18), 考虑到 $\mathbf{E}^S \cdot \mathbf{I} \ll 1$, 则体积分数可表达为

$$n^S = n_0^S (1 + \mathbf{E}^S \cdot \mathbf{I})^{-1} \approx n_0^S, \quad (23)$$

即在小变形情况下, n^S 可近似为 n_0^S .

忽略外部体积力, 引用 Laplace 算符, 并分别用 \mathbf{u}^a 和 $\dot{\mathbf{u}}^a$ 代替 \mathbf{x}'_a 和 \mathbf{x}''_a , 则方程 (19) ~ (21) 成为

$$\operatorname{div} (n^S \mathbf{u}^S + n^F \mathbf{u}^F) = 0, \quad (24)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{T}_E^S - n^S \operatorname{div} p + \alpha_v (\mathbf{u}^F - \mathbf{u}^S) = \rho^S \dot{\mathbf{u}}^S, \quad (25)$$

$$-n^F \operatorname{div} p - \alpha_v (\mathbf{u}^F - \mathbf{u}^S) = \rho^F \dot{\mathbf{u}}^F. \quad (26)$$

问题的边界条件为

$$\mathbf{u}^S = \hat{\mathbf{u}}^S \quad \Gamma_{u^S} \text{ 上}, \quad (27a)$$

$$\mathbf{w}^F = \hat{\mathbf{w}}^F \quad \Gamma_{w^F} \text{ 上}, \quad (27b)$$

$$\mathbf{t}^S = \hat{\mathbf{t}}^S \quad \Gamma_{t^S} \text{ 上}, \quad (27c)$$

$$\mathbf{t}^F = n^F p \mathbf{n} = n^F \hat{p} \mathbf{n} \quad \Gamma_{t^F} \text{ 上}. \quad (27d)$$

初值条件为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}^S(0) &= \mathbf{u}_0^S, \quad \mathbf{u}^F(0) = \mathbf{u}_0^F; \\ \mathbf{w}^S(0) &= \mathbf{w}_0^S, \quad \mathbf{w}^F(0) = \mathbf{w}_0^F; \\ \dot{\mathbf{u}}^S(0) &= \dot{\mathbf{u}}_0^S, \quad \dot{\mathbf{u}}^F(0) = \dot{\mathbf{u}}_0^F \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

场方程(24)~(26)和边界条件(27)及初始条件(28)即构成了流体饱和两相多孔介质波动问题的边值和初值问题。

2 有限元方程及其解法

对上述边、初值问题采用 Galerkin 加权残值法^[8]可导出其有限元公式。为此,可在方程(24)中引入一罚参数 β ,使其成为

$$\text{div} \cdot (n^S \mathbf{w}^S + n^F \mathbf{w}^F) + \frac{p}{\beta} = 0, \quad (29)$$

β 为一大数,当 $\beta \rightarrow \infty$ 时,方程(29)与(24)等价。从(29)可得

$$p = -\beta \text{div} \cdot (n^S \mathbf{w}^S + n^F \mathbf{w}^F). \quad (30)$$

将其代入(25)和(26)式,可在方程中消去压力 p 。设(27a)和(27b)为强制满足的边界条件,(27c)和(27d)为自然边界条件。 $\mathbf{W}^S, \mathbf{W}^S, \mathbf{W}^F, \mathbf{W}^F$ 分别为固体相和流体相动量方程及自然边界条件的权函数,则相应的加权残值表达式为

$$\begin{aligned} & \int_V \mathbf{W}^S \cdot [\text{div} \cdot \mathbf{T}_E^S - n^S \text{div} \cdot p + \alpha_V (\mathbf{w}^F - \mathbf{w}^S) - \rho^S \dot{\mathbf{u}}^S] dv + \int_{\Gamma_{t^S}} \mathbf{W}^S \cdot (\mathbf{t}^S - \hat{\mathbf{t}}^S) d\Gamma + \\ & \int_V \mathbf{W}^F \cdot [-n^F \text{div} \cdot p - \alpha_V (\mathbf{w}^F - \mathbf{w}^S) - \rho^F \dot{\mathbf{u}}^F] dv + \int_{\Gamma_{t^F}} \mathbf{W}^F \cdot n^F (p - \hat{p}) \mathbf{n} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

经推导可得(31)式的弱形式

$$\begin{aligned} & \int_V (\text{div} \cdot \mathbf{W}^S) \cdot [\lambda^S e^S \mathbf{I} + 2\mu^S \mathbf{E}^S + n^S \beta \text{div} \cdot (n^S \mathbf{w}^S + n^F \mathbf{w}^F)] dv - \int_V \mathbf{W}^S \cdot \alpha_V (\mathbf{w}^F - \mathbf{w}^S) dv + \\ & \int_V (\mathbf{W}^S \cdot \rho^S \dot{\mathbf{u}}^S) dv + \int_V (\text{div} \cdot \mathbf{W}^F) \cdot [n^F \beta \text{div} \cdot (n^S \mathbf{w}^S + n^F \mathbf{w}^F)] dv + \int_V \mathbf{W}^F \cdot \alpha_V (\mathbf{w}^F - \mathbf{w}^S) dv + \\ & \int_V (\mathbf{W}^F \cdot \rho^F \dot{\mathbf{u}}^F) dv = \int_{\Gamma_{t^S}} \mathbf{W}^S \cdot \mathbf{t}^S d\Gamma + \int_{\Gamma_{t^F}} \mathbf{W}^F \cdot n^F \hat{p} \mathbf{n} d\Gamma. \end{aligned} \quad (32)$$

此方程是有限元分析的基本方程。对区域 V 进行离散化,则每一个单元均应满足方程(32)。

现对单元的固体及流体相的位移和速度插值

$$\mathbf{u}^S = N \mathbf{u}_n^S, \quad \mathbf{w}^S = N \mathbf{w}_n^S, \quad \mathbf{u}^F = N \mathbf{u}_n^F, \quad \mathbf{w}^F = N \mathbf{w}_n^F. \quad (33)$$

这里固体和流体相取相同的插值函数,只要其 C_0 连续,便足以使方程(32)中的所有积分有限。式中下标为 n 的量代表单元 n 的节点上的相应物理量。采用 Galerkin 法,取

$$\mathbf{W}^S = N \mathbf{W}_n^S, \quad \mathbf{W}^F = N \mathbf{W}_n^F, \quad (34)$$

\mathbf{W}_n^S 和 \mathbf{W}_n^F 为单元 n 的任意系数。略去推导过程,最后可得单元平衡方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_n^S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_n^F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_n^S \\ \dot{\mathbf{u}}_n^F \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_n & -\mathbf{A}_n \\ -\mathbf{A}_n^T & \mathbf{A}_n \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} (n^S)^2 \mathbf{C}_n & n^S n^F \mathbf{C}_n \\ n^S n^F \mathbf{C}_n^T & (n^F)^2 \mathbf{C}_n \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_n^S \\ \mathbf{u}_n^F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_n^S \\ \mathbf{u}_n^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_n^S \\ \mathbf{F}_n^F \end{bmatrix}, \quad (35)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}_n^S &= \int_{V_n} \rho^S \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv, & \mathbf{M}_n^F &= \int_{V_n} \rho^F \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv, \\ \mathbf{C}_n &= \int_{V_n} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_1 \mathbf{B} dv, & \mathbf{A}_n &= \int_{V_n} \alpha \mathbf{N}^T \mathbf{N} dv, \\ \mathbf{K}_n &= \int_{V_n} (\lambda^S \mathbf{B}^T \mathbf{D}_1 \mathbf{B} + \mu^S \mathbf{B}^T \mathbf{D}_2 \mathbf{B}) dv, \\ \mathbf{F}_n^S &= \int_{\Gamma_f^S} \mathbf{N}^T t^S d\Gamma, & \mathbf{F}_n^F &= \int_{\Gamma_f^F} \mathbf{N}^T n^F \hat{p} n d\Gamma, \\ \mathbf{D}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{D}_2 &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

对区域 V 中所有单元求和, 得系统方程

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\mathbf{u} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (37)$$

此即为流体饱和两相多孔介质波动问题的有限元平衡方程。此方程的求解, 时间积分可用 Newmark 隐式方法。当 $\alpha \geq 1/2, \beta \geq \alpha/2$ 时, 方法是无条件稳定的, 时间步长的选取只需满足精度要求。为最大限度地抑制高频数值, 文[9] 建议参数的选取应满足如下关系

$$\beta = \frac{1}{4} \left(\alpha + \frac{1}{2} \right)^2. \quad (38)$$

若选择集中质量矩阵, 采用显式积分, 可避免方程求解过程, 从而提高计算效率, 但此时方法是条件稳定的, 时间步长的选取应满足稳定性和精度要求。通常其要求时间步长很小。

利用方程(30), 可计算出单元中的压力。

3 一维波传播问题

采用上述方法, 编制了二维有限元程序。程序中方程系数矩阵采用变带宽一维存储, 因而可用于较大规模实际问题的分析。程序包括隐式和显式两种时间积分方案, 可供选择。

所计算的一维问题的有限元模型如图 1(a) 所示。多孔介质的物理参数为

$$\begin{aligned} E &= 3.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2, \nu = 0.20, n^S = 0.67, n^F = 0.33, \rho^S = 2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \\ \rho^F &= 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \nu^{FR} = 1.0 \times 10^4 \text{ N/m}^3, \kappa^F = 0.01 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

文[7] 给出多孔介质中一维波的传播速度为

$$c_0 = \sqrt{\frac{(n^F)^2 (\lambda^S + 2\mu^S)}{(n^F)^2 \rho^S + (n^S)^2 \rho^F}}$$

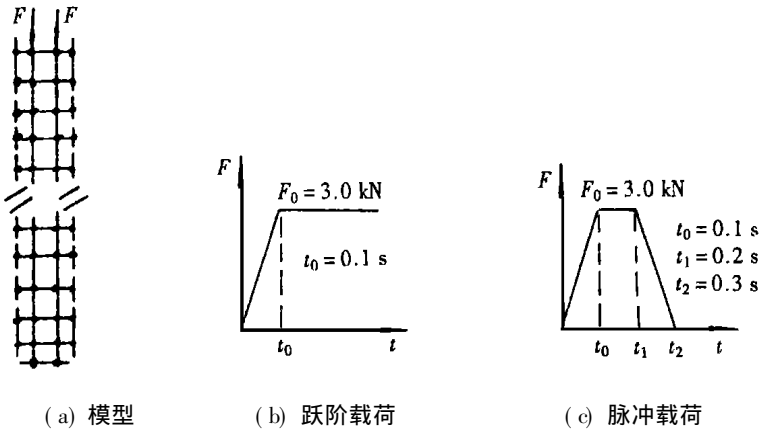


图1 有限元模型

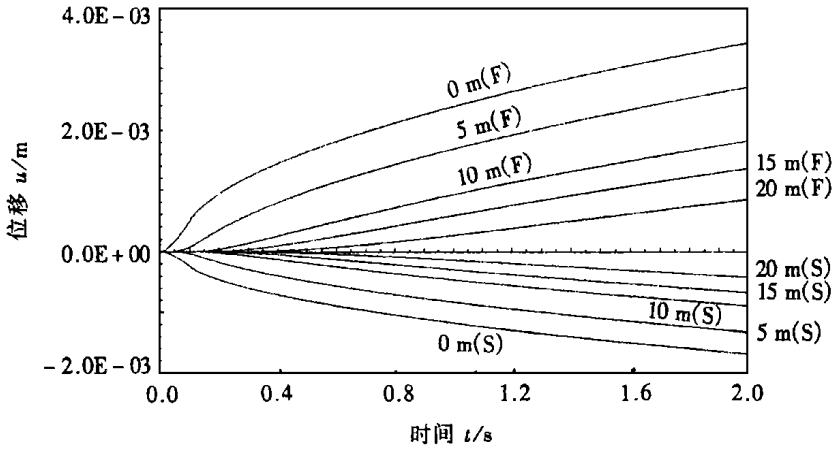


图2 跃阶载荷作用下固体和流体相的位移与时间的关系(S: 固体相, F: 流体相)

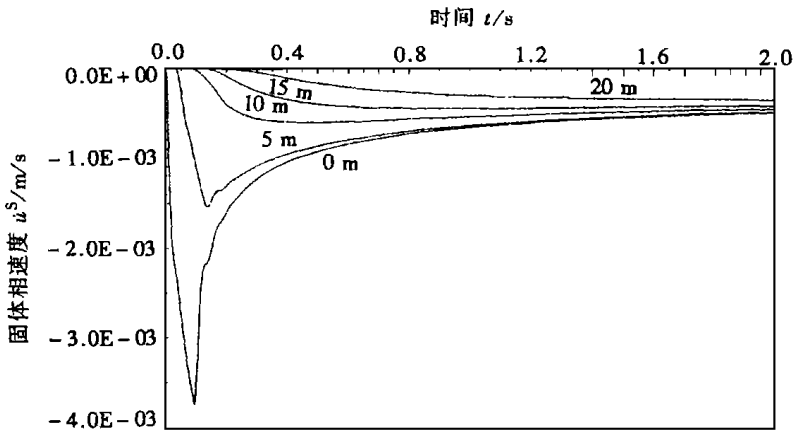


图3 跃阶载荷作用下固体相的速度与时间的关系

代入参数计算可得 $c_0 = 60.398 \text{ m/s}$ 。为了避免波反射的影响,取柱体的高度为 80 m 。计算选择 Newmark 隐式积分方法,取 $\alpha = 0.6, \beta = 0.3025$, 时间步长 $\Delta t = 0.002 \text{ s}$ 。罚参数取 $10^{14} \sim$

10^{17} , 不影响计算结果。计算中采用四边形四节点单元。图1(b)和1(c)所示为两种瞬态载荷。计算结果如图2到图11所示。

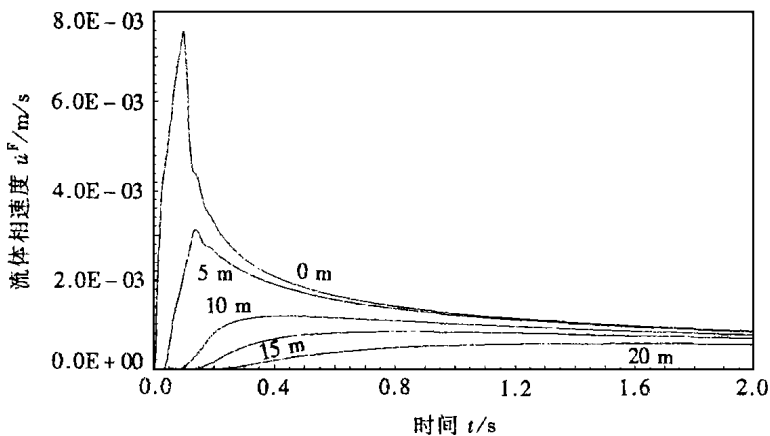


图4 跃阶载荷作用下流体相的速度与时间的关系

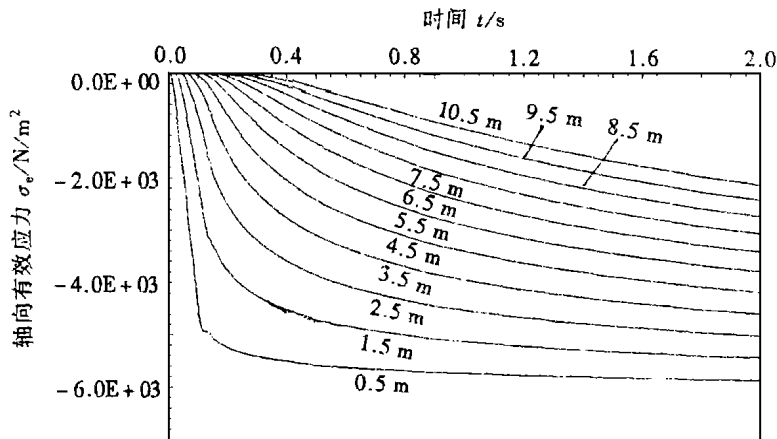


图5 跃阶载荷作用下固体相轴向有效应力与时间的关系

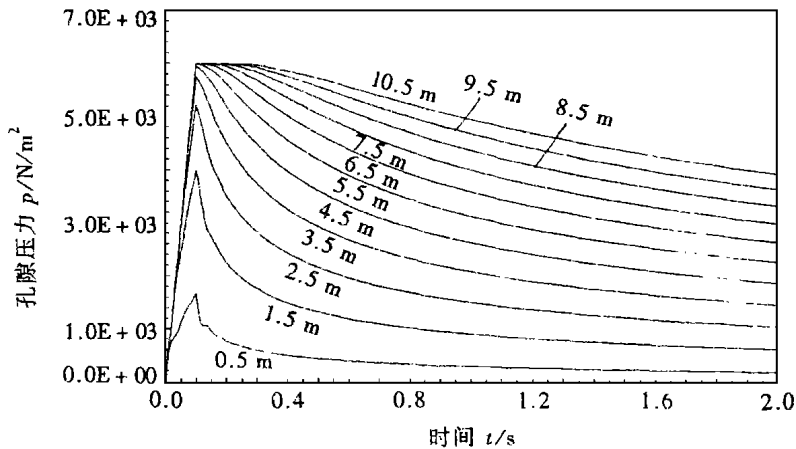


图6 跃阶载荷作用下孔隙压力与时间的关系

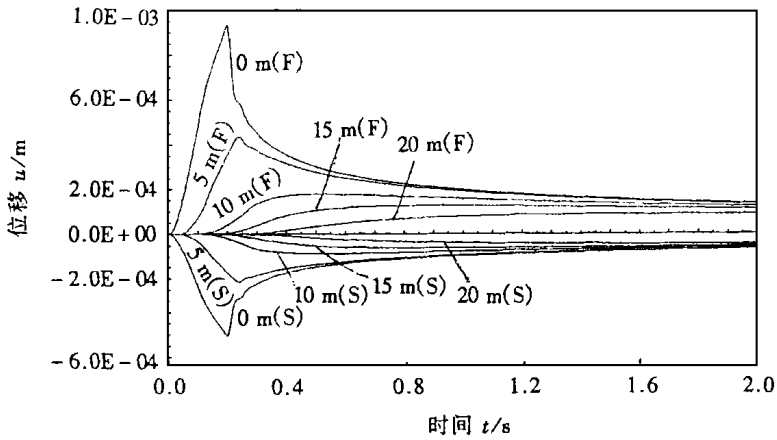


图7 脉冲载荷作用下固体和流体相的位移与时间的关系

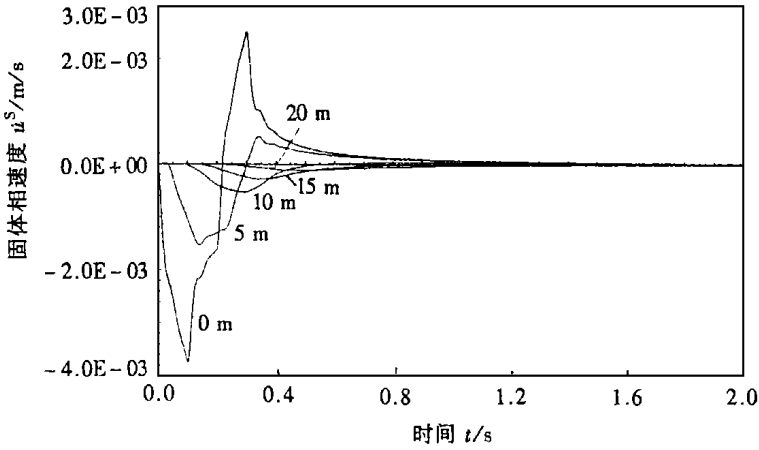


图8 脉冲载荷作用下固体相的速度与时间的关系

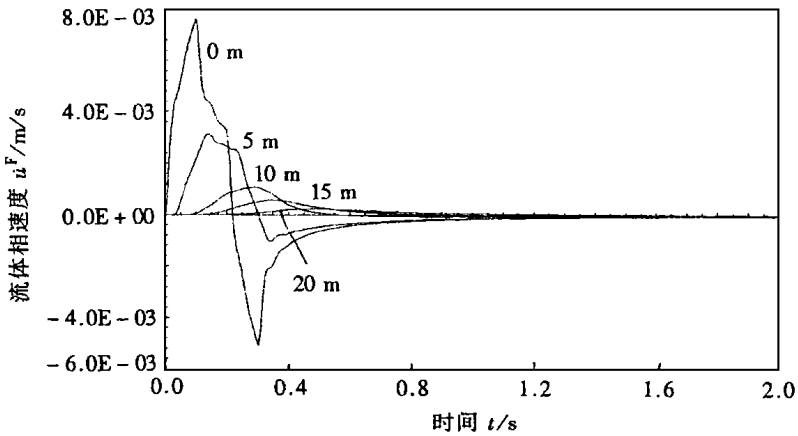


图9 脉冲载荷作用下流体相的速度与时间的关系

从图中可见,固体和流体相中存在波的传播现象。固体的有效应力表现出明显的波传播特性,而压力则未表现出这种特征,这是由于流体的不可压缩性所致。波幅在波传播过程中衰

减较快。在跃阶载荷作用下, 固体向下运动, 流体被不断地挤出孔隙。该过程反映了内摩擦引起的粘弹性质。在波的传播过程中, 位移的变化是连续的, 而速度和有效应力出现近乎跳跃的变化。在脉冲载荷作用下, 固体和流体相的位移在极短的时间(加载时间) 内达到最大值, 之后迅速减小至很小的值。接近表面所产生的负压, 是固体回弹, 孔隙吸回流体的表现。

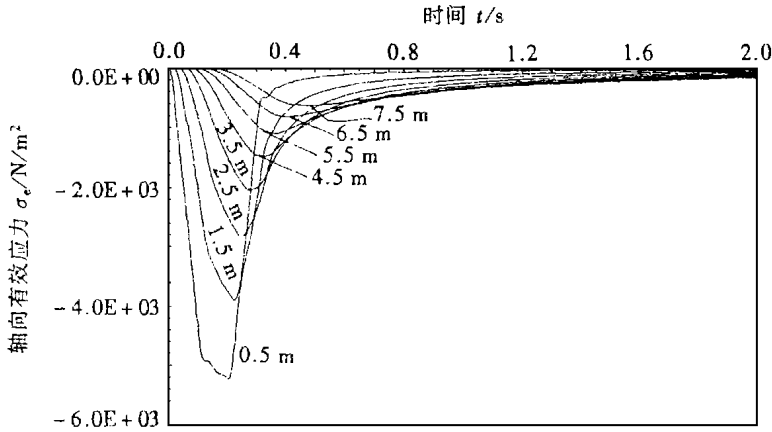


图 10 脉冲载荷作用下固体相轴向有效应力与时间的关系

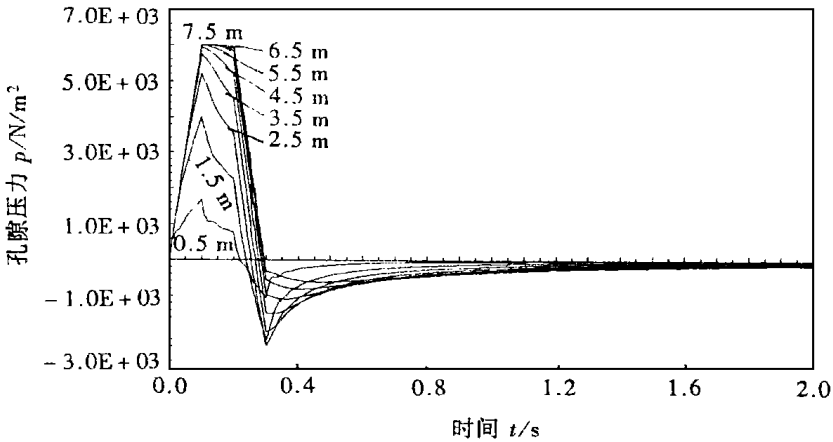


图 11 脉冲载荷作用下孔隙压力与时间的关系

与文[7] 的理论解比较, 可见本文所得结果与之相符, 限于篇幅, 这里未给出文[7] 的结果。

4 结 论

本文基于混合物理论的现代多孔介质模型, 用罚方法导出流体饱和两相多孔介质波动问题的有限元方程, 讨论了方程的求解方法。用编制的有限元程序分析了一维柱体在跃阶载荷和脉冲载荷作用下的波传播问题。较全面地给出了两种情况下各物理量的响应曲线。从固体和流体相的位移、速度以及固体有效应力的变化曲线可见, 柱体中存在波的传播。由于流体的不可压缩性, 压力不具波的传播特性。所得结果与理论相吻合, 证明方法正确, 程序可靠, 具有实际意义。

[参 考 文 献]

- [1] Biot A M. The theory of propagation of elastic wave in a fluid_saturated porous solid, I Low_frequency range; II Higher_frequency range[J]. J Acoust Soc Amer, 1956, **28**(2): 168~ 178, 179~ 191.
- [2] Zienkiewicz O C, Shiomi T. Dynamic behavior of saturated porous media: the generalized Biot formulation and its numerical solution[J]. Internat J Numer Anal Methods Geomech, 1984, **8**(1): 71~ 96.
- [3] Simon B R, Wu S S, Zienkiewicz O C, et al. Evaluation of u_w and u_π finite element method for dynamic response of saturated porous media using one_dimensional model[J]. Internat J Numer Anal Methods Geomech, 1986, **10**: 461~ 482.
- [4] de Boer R. 多孔介质理论发展史上的重要成果[M]. 刘占芳, 严波(译). 重庆: 重庆大学出版社, 1995.
- [5] Bowen R M. Incompressible porous media by use of the theory of mixtures[J]. Internat J Engrg Sci, 1980, **18**(1): 19~ 45.
- [6] Bowen R M. Compressible porous media by use of the theory of mixtures[J]. Internat J Engrg Sci, 1982, **20**(6): 697~ 735.
- [7] de Boer R, Ehlers R, Liu Z. One_dimensional transient wave propagation in fluid_saturated incompressible porous media[J]. Arch Appl Mech, 1993, **63**: 59~ 72.
- [8] Zienkiewicz O C, Taylor R L. The Finite Element Method[M]. Vol 1. 4th edn. London: McGraw_Hill, 1989.
- [9] Hughes T J R, Pister K S, Taylor R L. Implicit_explicit finite elements in nonlinear transient analysis [J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 1979, **17/18**: 159~ 182.

Finite Element Analysis of Wave Propagation in Fluid_Saturated Porous Media

Yan Bo¹, Liu Zhanfang¹, Zhang Xiangwei²

(1. Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, P R China;

2. Shantou University, Shantou 515063, P R China)

Abstract: With the porous media model based on mixture theory, a finite element formulation for dynamic transient analysis of fluid_saturated two_phase porous media is presented. Time integration of the equation, deduced with penalty method, can be performed by using implicit or explicit method. One_dimensional wave propagation in column under step loading and impulsive loading are analyzed with the developed finite element program. The obtained curves of displacements, velocities, effective stresses and pore pressures against time demonstrate the existence of wave propagation phenomena, which coincide with the theoretical results.

Key words: porous media; wave propagation; finite element method