

文章编号: 1000-0887(2000) 02-0131-16

两并列方柱绕流相互干扰的数值研究^{*}

陈素琴¹, 顾明², 黄自萍¹

(1 同济大学 应用数学系, 上海 200092; 2 同济大学 桥梁工程系, 上海 200092)

(吴家龙推荐)

摘要: 用数值方法研究了绕流两并列方柱的气动力及其相互干扰。使用了陈素琴等人提出的对流项用三阶逆风格的带多重网格的改进的 MAC 方法, 对两并列方柱的流场进行了模拟。结果表明: 两并列方柱在不同的间距比时其干扰特征有很大的不同, 小间距比时出现双稳态偏流, 流动并不对称于双方柱间隙的中心轴线, 而是偏向其中的一个方柱。

关键词: 尾流干扰; 并列方柱; N_S 方程; MAC 方法

中图分类号: U442 **文献标识码:** A

引言

关于绕流多个纯体以及多个纯体的干扰问题, 由于有着广泛的工业应用背景, 受到许多研究工作者的注意。例如, 航空领域中支撑机翼的双柱, 土木工程领域的烟囱群和高层建筑群, 供电系统中的输电线路束等, 都是以某种方式排列的多个柱体群。关于多柱体绕流问题的实验研究已经进行得相当广泛, M. M. Zdravkovich 在 1977 和 1988 年先后发表了双圆柱绕流各方面的研究成果^[1,2]。Ohya, Atsushi Okajima 和 Masanori Hayashi 1989 年在流体力学大全^[3]中全面总结了多个圆柱、多个平板、多个矩形柱等尾流干扰和涡脱落的实验结果。无疑, 这些文献的发表对于后人研究柱体间干扰提供了极有价值的资料。

但是迄今为止, 有关柱体绕流的数值研究的报告不多。T. Kim 和 M. R. Flynn 在 1995 年发表文章^[4], 用离散涡方法对多柱体绕流流场进行了数值模拟, 但没有模拟出在实验中观察到的奇特现象——偏流。Hiromasa Kawai 和 Kiyoshi Fujinami 在第九届国际计算风工程年会(9ICWE, 1995 年)上发表文章^[5], 对串列方柱的绕流用差分方法进行数值模拟, 但是其模拟的雷诺数仅为 200。

本文对并列双方柱, 在间距比为 1.25、1.5、2.0、3.0、3.9 时的流场进行了数值模拟, 给出了两方柱的均值升力、阻力、斯脱罗哈数等气动力特征, 并与实验结果进行了比较。

1 控制方程和数值方法

1.1 基本方程

* 收稿日期: 1998_11_27; 修订日期: 1999_08_18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19601028); 国家杰出青年科学基金资助项目(59725818); 国家自然科学基金重大项目(59895410)

作者简介: 陈素琴(1966~), 女, 江苏靖江市人, 讲师, 在职博士, 研究方向为计算流体力学。

在风工程中,流场的描述方程为不可压 Navier-Stokes 方程(以后简称为 N_S 方程)

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u} = - \operatorname{grad} p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u},$$

其中 \mathbf{u} 、 p 、 t 、 Re 分别为速度向量、压力、时间、雷诺数。上述方程已用特征长度 L 、特征速度 U 、流体的密度 ρ 和运动粘性系数 ν 将各量量纲一化, $Re = UL/\nu$ 。

1.2 数值方法

作者在[6]中曾经用改进的 MAC (Marker Cell) 对方柱绕流进行了模拟,获得比较好的结果。本文用此方法对并列方柱的干扰流场进行模拟。其方法简述如下:

(1) 对动量方程两边取散度

$$\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{div} \mathbf{u}) + \operatorname{div}(\mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u}) = - \operatorname{div}(\operatorname{grad} p) + \frac{1}{Re} \operatorname{div}(\Delta \mathbf{u}),$$

$$\Delta p = - \operatorname{div}(\mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u}) - \frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{div} \mathbf{u}) + \frac{1}{Re} \operatorname{div}(\Delta \mathbf{u}).$$

考虑到不可压缩性,并对时间离散,强制第 $n+1$ 个时间层上 $\operatorname{div}(\mathbf{u}^{n+1}) = 0$, 得压力 Poisson 方程

$$\Delta p = - \operatorname{div}(\mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u}) + \frac{\operatorname{div}(\mathbf{u}^n)}{\Delta t}.$$

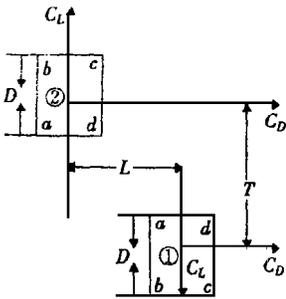


图1 两方柱的位置及气动参数正向的规定

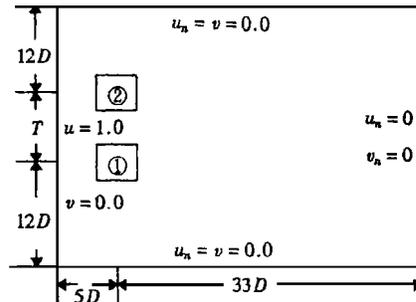


图2 计算区域及边界条件

(2) 在第 n 个时间层上用多重网格法求解压力方程组,用动量方程推进速度,得第 $n+1$ 层上的速度。

(3) 动量方程的时间离散采用半隐式格式,除非线性对流项,格式等价于 Euler 向后格式,对流项线性化为

$$\mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u} = \mathbf{u}^{n+1} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u}^{n+1} \approx \mathbf{u}^n \cdot \operatorname{grad} \mathbf{u}^{n+1},$$

对流项的空间离散采用三阶逆风格式

$$\left[u \frac{\partial u}{\partial x} \right]_i = u_i \frac{-u_{i+2} + 8(u_{i+1} - u_{i-1}) + u_{i-2}}{12h} + |u_i| \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{4h},$$

其中 h : 空间网格步长。

其余项的空间离散采用中心差分,所得离散化的动量方程用 SOR 迭代求解得每一步的速度。

2 计算区域及边界条件

两方柱摆放位置如图 1, T 是横风向间距, L 是顺风向间距, 下边的柱体标记为 ① 上边的柱体标记为 ②, 图中还标明气动力的正方向。

本文的两方柱的位置规定 $L = 0$, T 可取不同数值, 即两方柱并列放置。为考虑外部非对称性的影响, 对顺风向小间距 $L/D = 0.05$, $T/D = 1.25, 1.5, 2$ 的情形也作了计算。计算区域的尺度及边界条件如图 2, 采用非均匀网格, 靠近方柱的网格尺度为 $1/40D$, 以时间步长 $\Delta t = 0.02$ 推进计算。初始条件: 除柱面外整个流场 $p = 0, u = 1.0, v = 0.0$; 柱面上 $u = 0.0, v = 0.0$ 。计算的雷诺数 $Re = 10^4$ 。

3 结 果

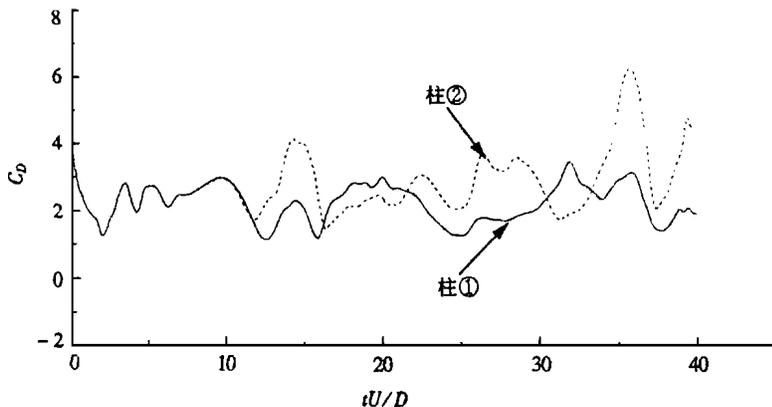
本文共计算了 $T/D = 1.25, 1.5, 2.0, 3.0, 3.9$ 四个间距比下 9 种情形(其中对间距比为 $T/D = 1.25, 1.5, 2.0$ 的情形还计算了非对称因素对流场的影响), 列出了各个情形下 C_D, C_L 的随时间的变化历程, 升力和阻力的功率谱, 某些时刻的流场图。

表 1 $T/D = 1.25$ 的情形计算结果与实验结果的比较

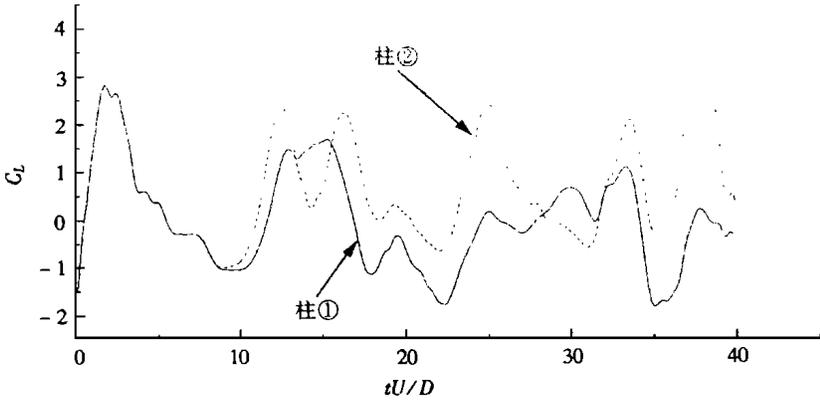
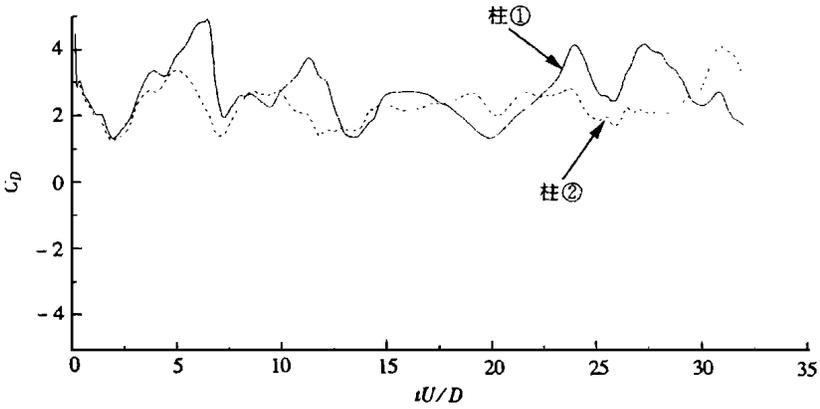
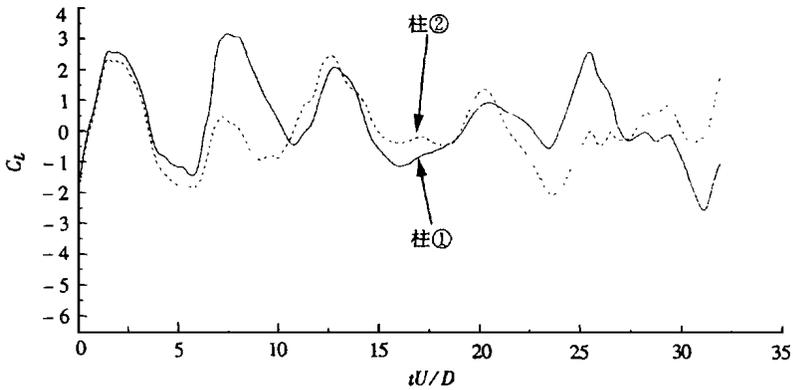
气动参数	情 况		实验[7] ($Re = 0.7 \times 10^5$)
	$T/D = 1.25$	$T/D = 1.25, L/D = 0.05$	
C_D	1.874	1.996	1.7
	2.968	2.56	1.9
C_L	-0.296	0.368	-0.49
	0.552	0.322	-0.25
S_i	0.113 1	0.142	0.065
流场状况	双稳态偏流	双稳态偏流	单稳态偏流

3.1 间距比 $T/D = 1.25$ 的情形

对此间距比, 我们计算了两种情况, (i) 没有外界非对称性影响, 即并列放置的两个方柱的绕流; (ii) 有外界非对称性影响, 此时 $T/D = 1.25, L/D = 0.05$ 。两种情况计算结果与实验结果^[7] 比较如表 1。



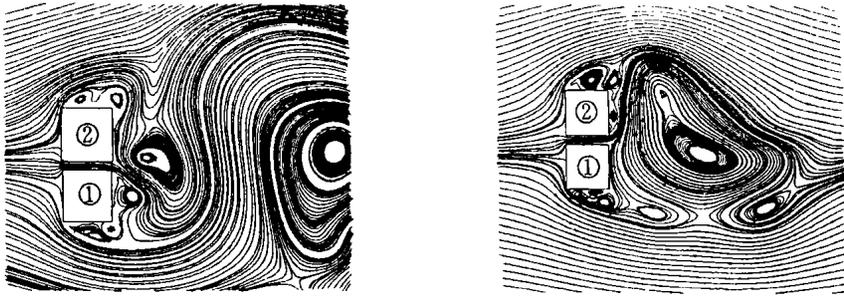
(a) $T/D = 1.25$ 阻力的时间历程

(b) $T/D = 1.25$ 升力的时间历程(c) $T/D = 1.25, L/D = 0.05$ 阻力的时间历程(d) $T/D = 1.25, L/D = 0.05$ 升力的时间历程图3 $T/D = 1.25$ 的情形升力和阻力的时间历程

C_D, C_L 时间历程如图3•

从阻力图上可以明显看出流场在一段时间内偏向柱①, 在另一段时间偏向柱②。图4是 $T/D = 1.25$ 的情形的流场图, 图5是 $T/D = 1.25, L/D = 0.05$ 的情形的流场图, 图6是升力

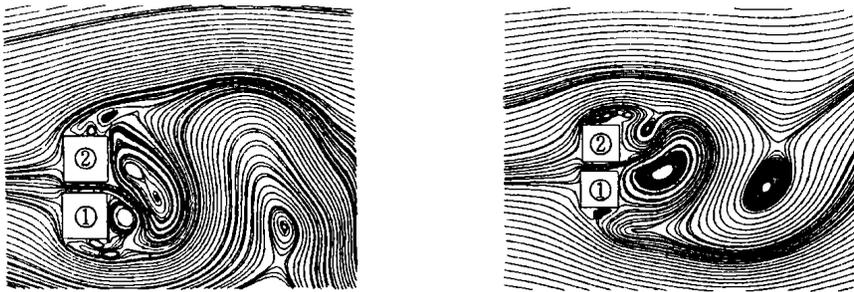
和阻力的功率谱。



(a) $t = 32$ 流场偏向柱①

(b) $t = 40$ 流场偏向柱②

图4 $T/D = 1.25$ 的情形流场图

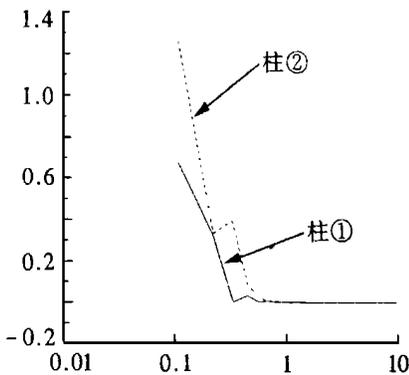


(a) $t = 24$ 流场偏向柱①

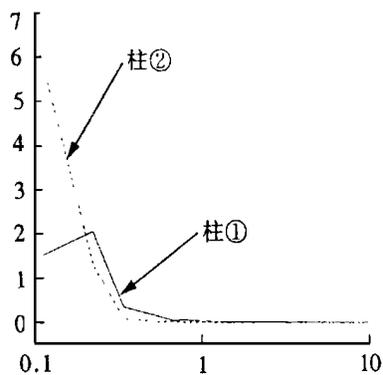
(b) $t = 32$ 流场偏向柱②

图5 $T/D = 1.25, L/D = 0.05$ 的情形流场图

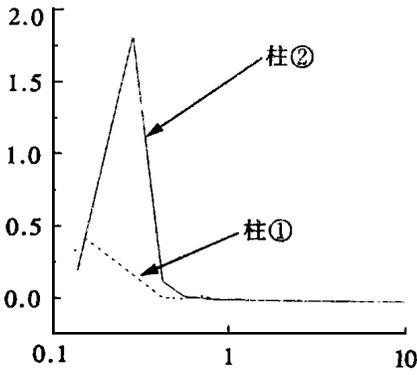
从计算结果与实验结果比较来看, 计算所得的阻力比实验的阻力值大; 还有一个更为本质不同的是, 计算所得的升力一个是正值, 另一个是负值或正值, 而实验所得的升力值都是负值。从理论上分析, 由于流场是偏流, 比如偏向柱①, 则偏流场相当于在横风向有一个速度分量作用于柱①, 此时柱①所受到的升力应当与速度分量的正向一致, 即柱①的升力应为正。实验时由于非随机因素的干扰, 可能导致两个柱体的升力都为负值。



(a) $T/D = 1.25$ 阻力的功率谱

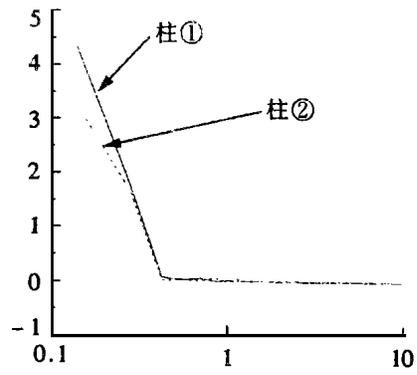


(b) $T/D = 1.25$ 升力的功率谱



(c) $T/D = 1.25, L/D = 0.05$

阻力的功率谱



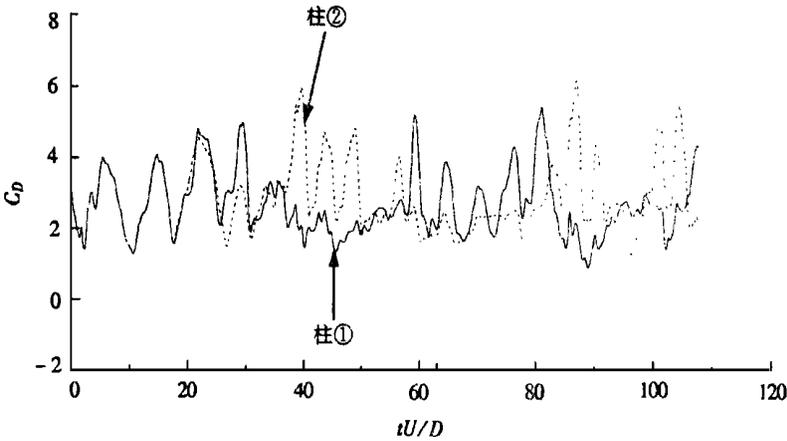
(d) $T/D = 1.25, L/D = 0.05$

升力的功率谱

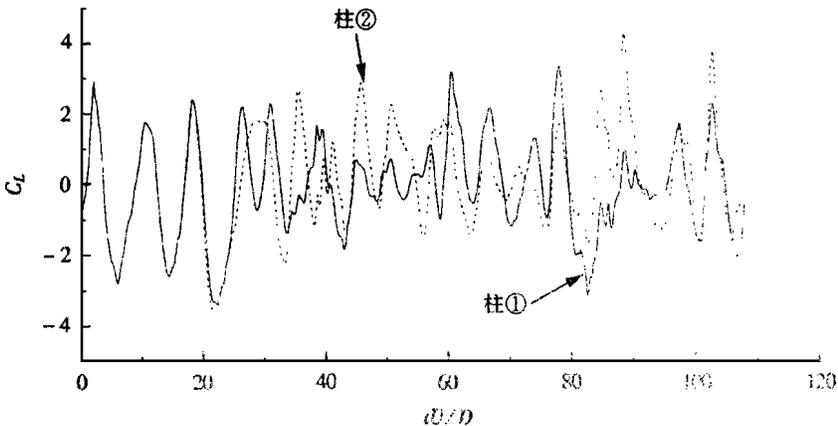
图6 $T/D = 1.25$ 的情形的阻力和升力的功率谱

3.2 间距比 $T/D = 1.5$ 的情形

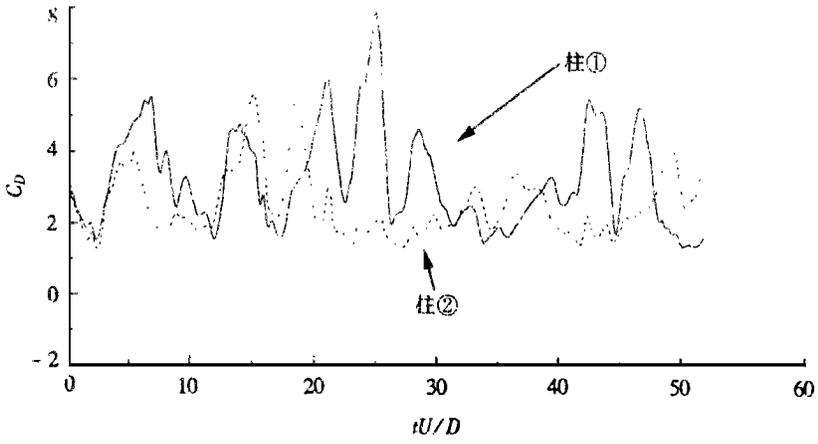
对此间距比, 我们计算了三种情况: (i) $T/D = 1.5$, 无外界非对称因素的影响; (ii) $T/D = 1.5, L/D = 0.05$, 柱①和柱②在横风向有侧移; (iii) $T/D = 1.5$, 初始速度 $u = 1.0$,



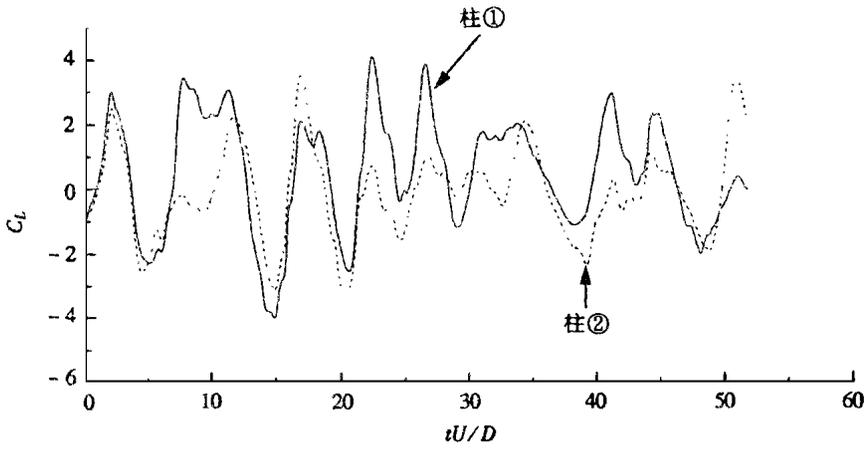
(a) $T/D = 1.5$ 阻力的时间历程



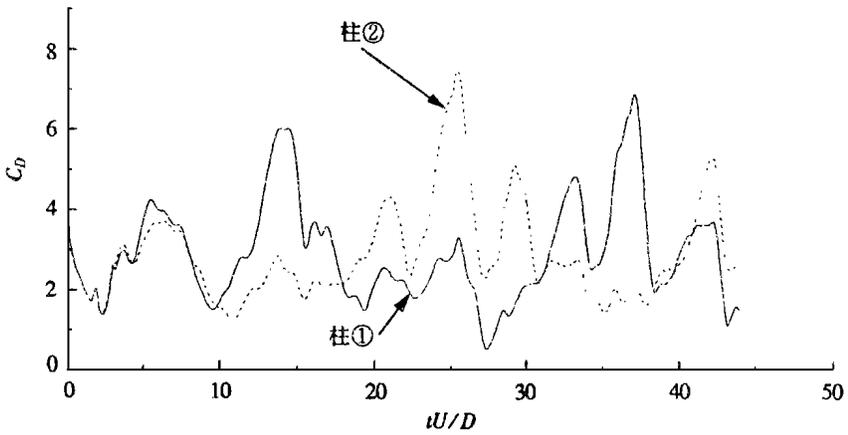
(b) $T/D = 1.5$ 升力的时间历程



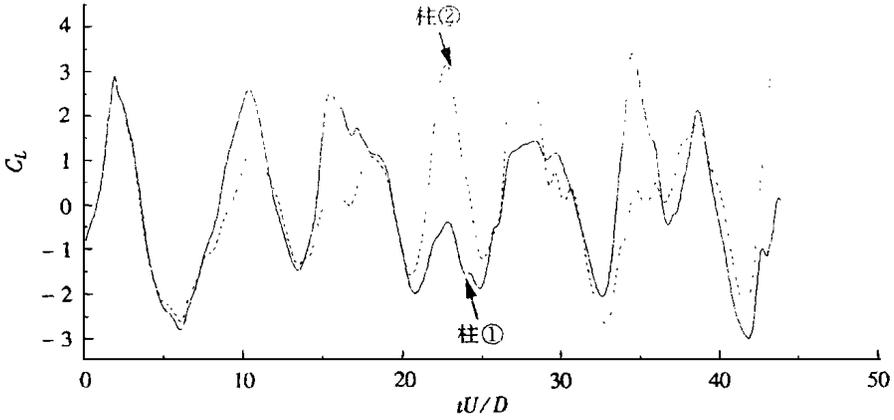
(c) $T/D = 1.5, L/D = 0.05$ 阻力的时间历程



(d) $T/D = 1.5, L/D = 0.05$ 升力的时间历程



(e) $T/D = 1.5, u = 1.0, v = 0.001$ 阻力的时间历程



(f) $T/D = 1.5, u = 1.0, v = 0.001$ 升力的时间历程

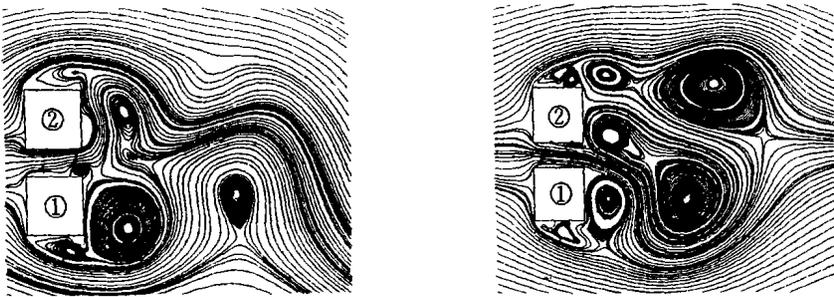
图7 在 $T/D = 1.5$ 的情形升力和阻力的时间历程

$v = 0.001$, 即来流有小攻角。这三种情况计算的结果区别不大, (i) 的情况出现双稳态偏流; 在(ii) 的情况流场几乎都偏向柱①, 属于双稳态偏流; 在(iii) 的情况, 缝隙流一会儿偏向柱① 一会儿偏向柱② 也出现双稳态偏流。这三种情况与实验结果比较如表2。

表2 $T/D = 1.5$ 的情形计算结果与实验结果的比较

情况 气动参数	$T/D = 1.5$	$T/D = 1.5,$ $L/D = 0.05$	$T/D = 1.5, u = 1.0$ $v = 0.001$	实验[7] ($Re = 0.7 \times 10^6$)
C_D	3.08	3.4	3.8	1.9
	2.24	2.14	2.04	1.7
C_L	0.52	0.76	0.86	-0.75
	0.084	-0.22	-0.14	-0.25
S_i	0.2504	0.2407	0.22455	0.19
	0.08347	0.08026	0.07485	0.065
流场特征	双稳态偏流	双稳态偏流	双稳态偏流	双稳态偏流

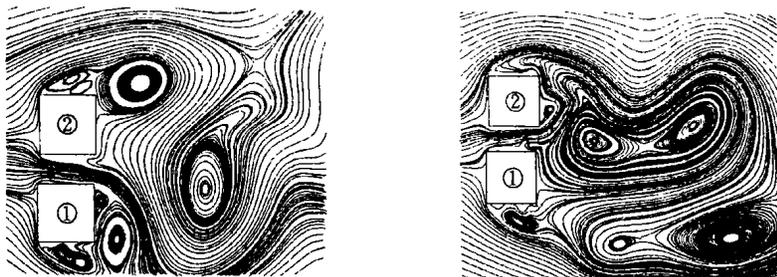
图7是 C_D, C_L 的随时间的变化历程, 图8、图9、图10是流场图, 图11为升力和阻力的功率谱。



(a) $t = 104$ 流场偏向柱②

(b) $t = 108$ 流场偏向柱①

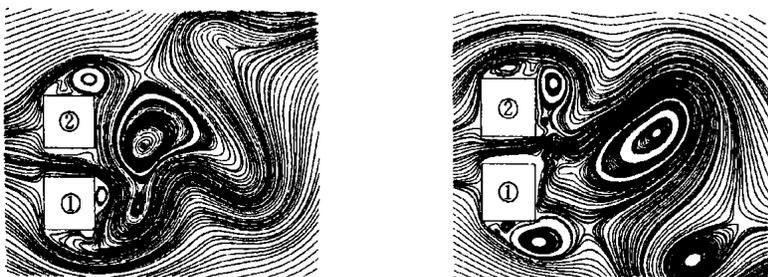
图8 $T/D = 1.5$ 的情形的流场图



(a) $t = 44$ 流场偏向柱①

(b) $t = 52$ 流场偏向柱②

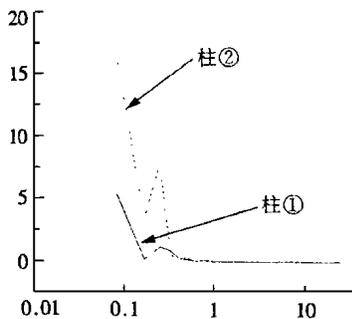
图9 $T/D = 1.5, L/D = 0.05$ 的流场图



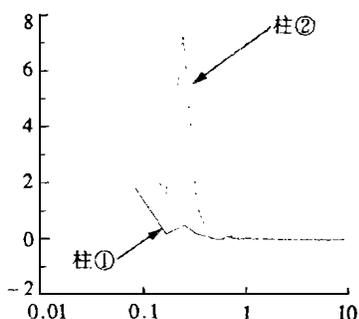
(a) $t = 36$ 流场偏向柱①

(b) $t = 44$ 流场偏向柱②

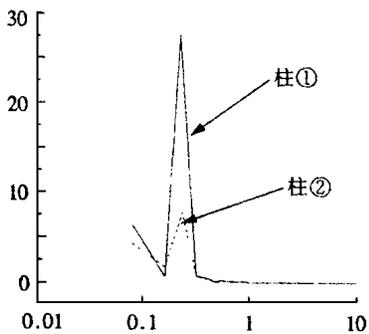
图10 $T/D = 1.5, u = 1.0, v = 0.001$ 的流场图



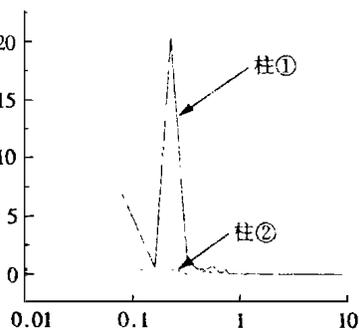
(a) $T/D = 1.5$ 升力的功率谱



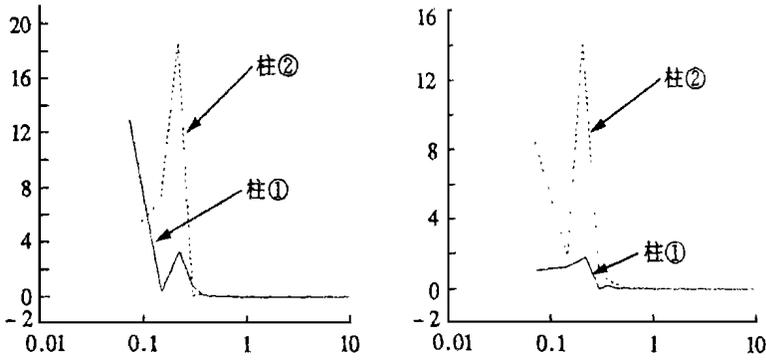
(b) $T/D = 1.5$ 阻力的功率谱



(c) $T/D = 1.5, L/D = 0.05$ 升力的功率谱



(d) $T/D = 1.5, L/D = 0.05$ 阻力的功率谱



(e) $T/D = 1.5, u = 1.0,$

(f) $T/D = 1.5, u = 1.0,$

$v = 0.001$ 升力的功率谱

$v = 0.001$ 阻力的功率谱

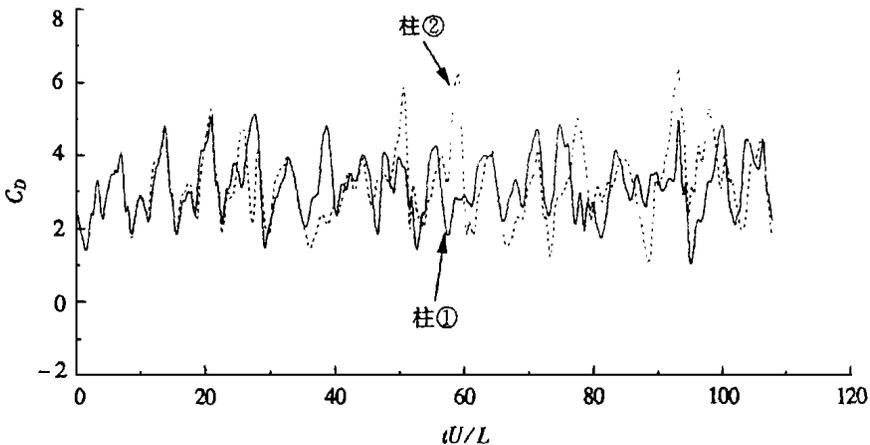
图 11 $T/D = 1.5$ 的情形的阻力和升力的功率谱

3.3 间距比 $T/D = 2.0$ 的情形

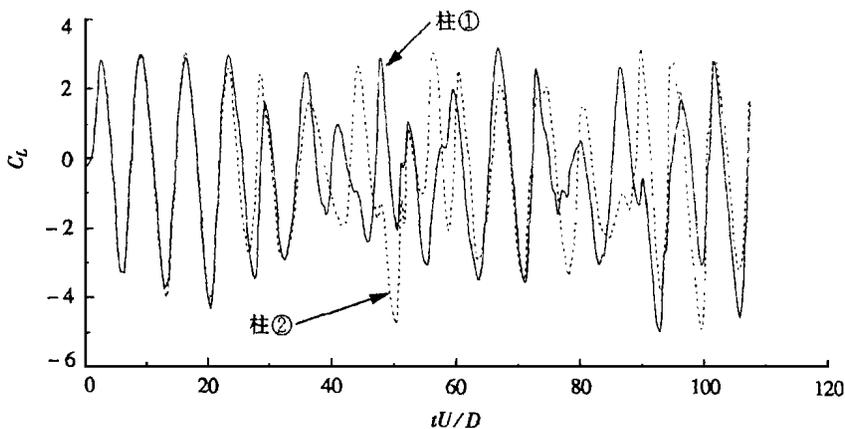
对此间距比, 我们计算了两种情况: (i) $T/D = 2.0$, 无外界非对称因素的影响; (ii) $T/D = 2.0, L/D = 0.05$, 柱 ① 和柱 ② 在横风向有侧移。这两种情况计算结果有极大的区别, (i) 的情况没有出现偏流, (ii) 的情况出现双稳态偏流, 两种计算结果与实验结果比较如表 3。

表 3 $T/D = 2.0$ 的计算结果与实验结果的比较

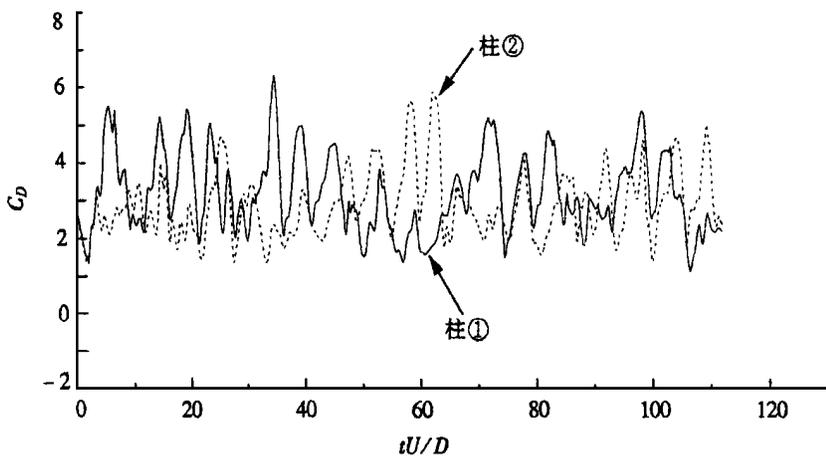
气动参数	情况		实验[7] ($Re = 0.7 \times 10^5$)
	$T/D = 2.0$	$T/D = 2.0,$ $L/D = 0.05$	
C_D	3.2	3.8	2.4
	3.2	2.32	1.65
C_L	-0.426	0.14	0.5
	-0.39	-0.116	-0.1
S_L	0.138	0.172 81	0.2
	0.138	0.057 6	0.095
流场特征	非偏流	双稳态偏流	单稳态偏流



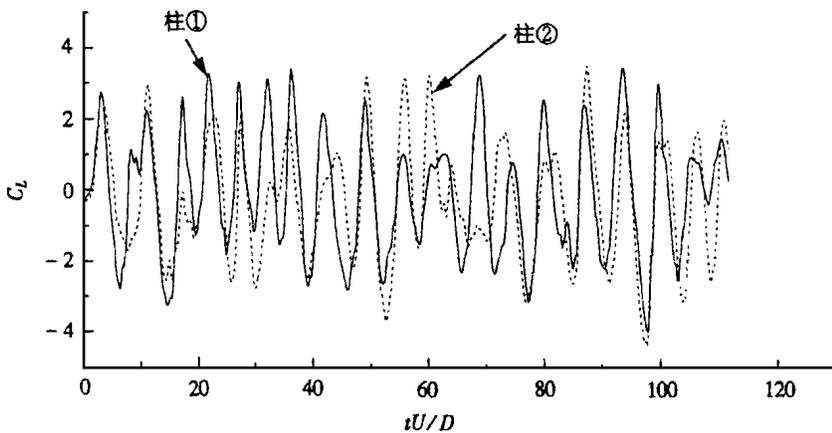
(a) $T/D = 2.0$ 阻力的时间历程



(b) $T/D = 2.0$ 升力的时间历程



(c) $T/D = 2.0, L/D = 0.05$ 阻力的时间历程



(d) $T/D = 2.0, L/D = 0.05$ 升力的时间历程

图 12 $T/D = 2.0$ 的情形升力和阻力的时间历程

这两种情况的计算结果区别很大, (i) 的情况没有出现偏流, (ii) 的情况出现双稳态偏流。这两种计算结果表明: Navier-Stokes 方程在间距比 $T/D = 2.0$ 时对外界非对称因素非常敏感, 初边值条件中引入小扰动可以导致流场性质的本质改变, 因为实验中非对称因素很多, 数值计算没有再现实验中的单稳态偏流是可以理解的。图 12 为升力和阻力随时间变化的历程; 图 13, 图 14 是流场图; 图 15 是升力和阻力的功率谱。

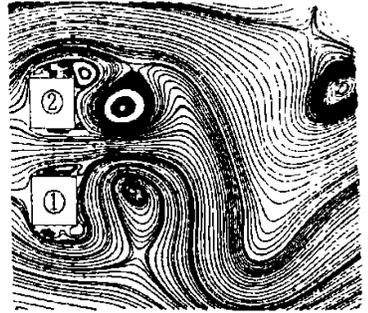
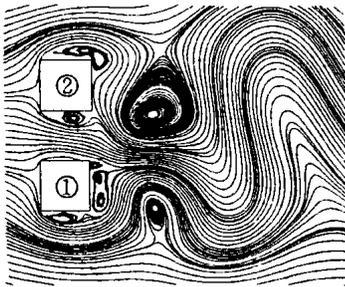


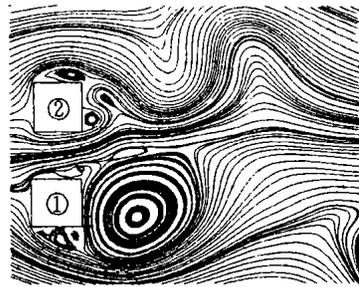
图 13 $T/D = 2.0$ 的流场图
($t = 108$)

3.4 间距比 $T/D = 3.0$ 和 $T/D = 3.9$ 的情形

对此间距比只计算了不带非对称因素影响的两方柱并列放置的流场, 计算结果与实验结果比较如表 4。



(a) $t = 100$ 流场偏向柱①

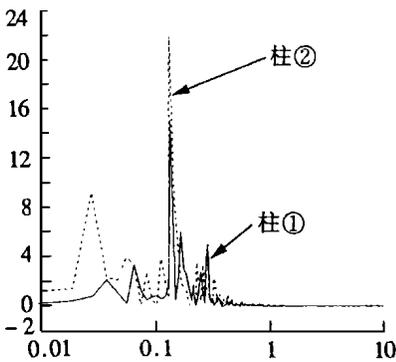


(b) $t = 112$ 流场偏向柱②

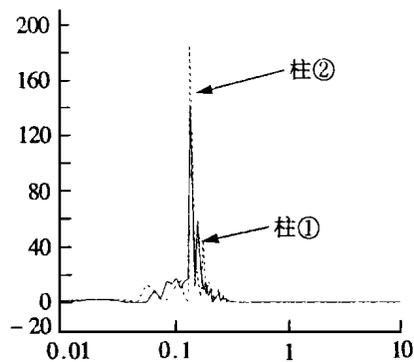
图 14 $T/D = 2.0, L/D = 0.05$ 的流场图

表 4 $T/D = 3.0$ 和 $T/D = 3.9$ 的计算结果与实验结果的比较

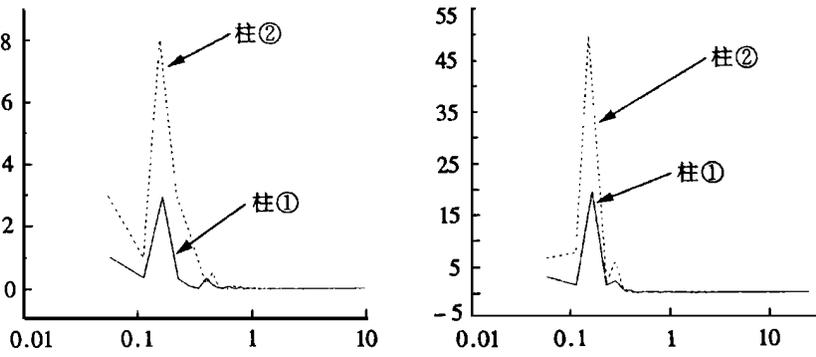
气动参数	情况	$T/D = 3.0$ 计算	$T/D = 3.0$ 实验[7]	$T/D = 3.9$ 计算	$T/D = 3.9$ 实验[7]
C_D		2.9	2.45	2.50	2.4
C_L		-0.27	-0.25	-0.132	-0.15
S_i		0.1667	0.129	0.15	0.13
流场特征		非偏流	非偏流	非偏流	非偏流



(a) $T/D = 2.0$ 阻力的功率谱



(b) $T/D = 2.0$ 升力的功率谱

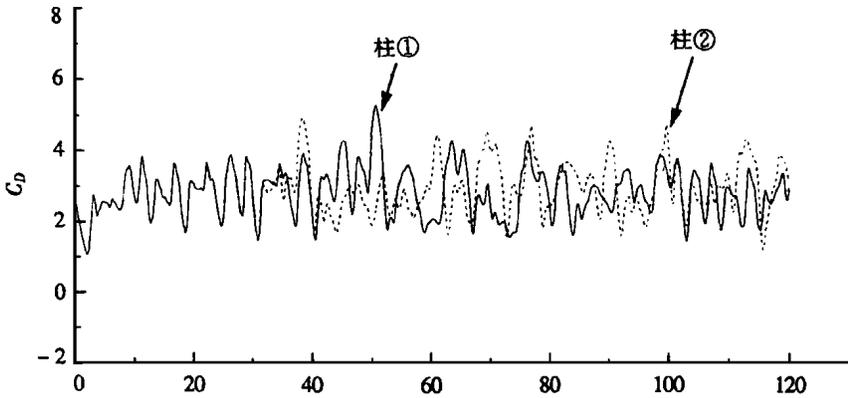


(c) $T/D = 2.0, L/D = 0.05$
阻力的功率谱

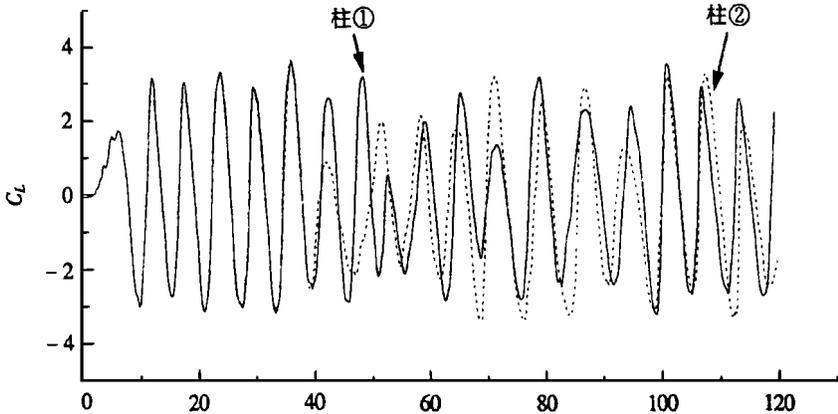
(d) $T/D = 2.0, L/D = 0.05$
升力的功率谱

图 15 $T/D = 2.0$ 的情形的升力和阻力的功率谱

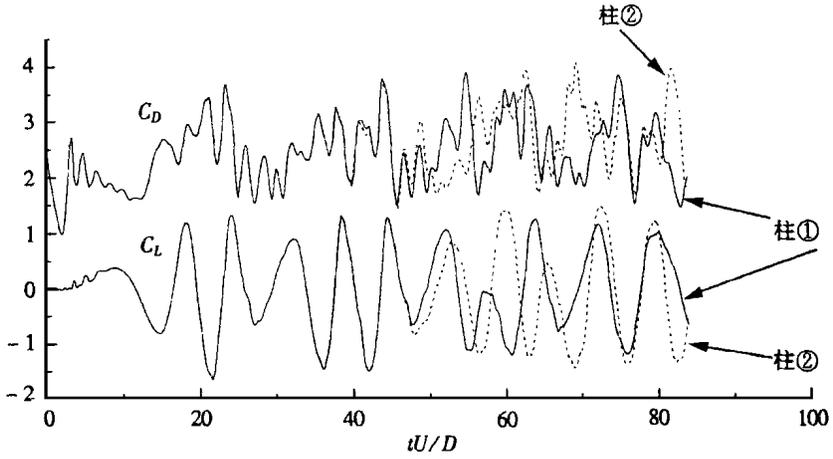
从表 4 可以看出数值计算与实验结果吻合得非常好, 且流场特征相似。图 16 是升力和阻力随时间变化的历程; 图 17, 图 18 为流场图; 图 19 为升力和阻力的功率谱。



(a) $T/D = 3.0$ 阻力的时间历程



(b) $T/D = 3.0$ 升力的时间历程



(c) $T/D = 3.9$ 升力和阻力的时间历程

图 16 $T/D = 3.0$ 和 $T/D = 3.9$ 的升力和阻力的时间历程

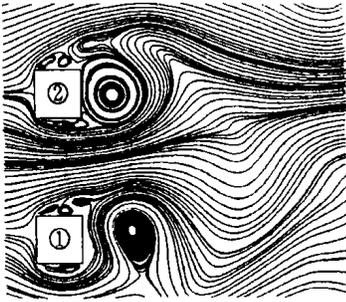


图 17 $T/D = 3.0$ 在 $t = 120$ 时的流场图

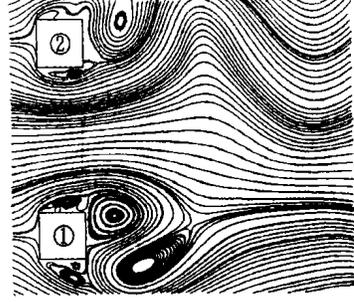
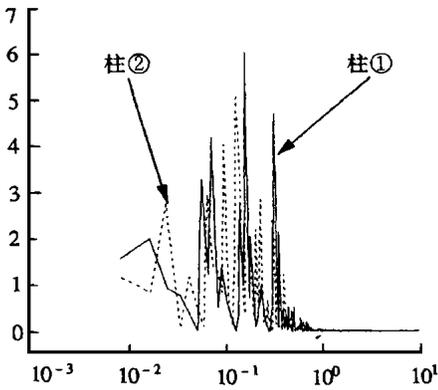
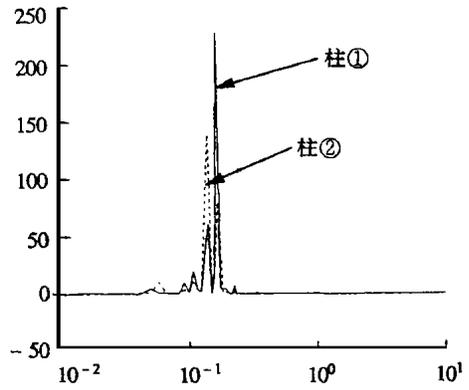


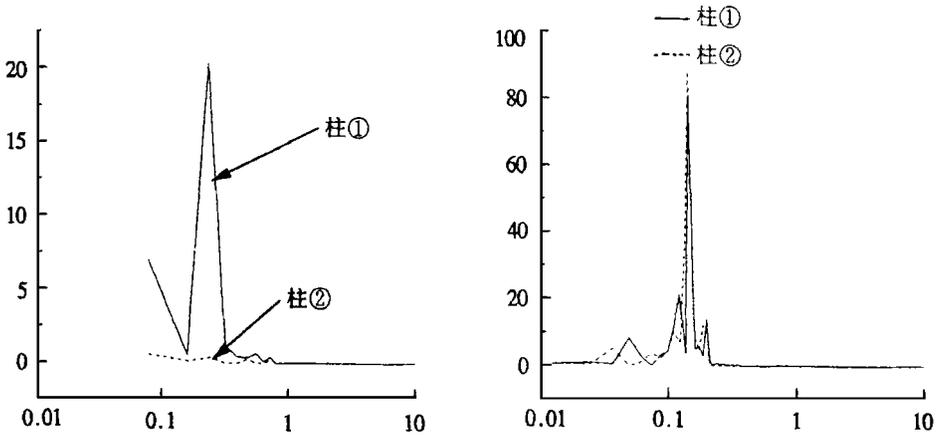
图 18 $T/D = 3.9$ 在 $t = 84$ 时的流场图



(a) $T/D = 3.0$ 阻力的功率谱



(b) $T/D = 3.0$ 升力的功率谱

(c) $T/D = 3.9$ 阻力的功率谱(d) $T/D = 3.9$ 升力的功率谱图 19 $T/D = 3.0$ 和 $T/D = 3.9$ 的升力和阻力的功率谱

4 结论和将来的工作

对 Navier-Stokes 方程利用改进了的 MAC 方法^[6], 作者成功地模拟了两方柱并列放置的流场, 再现了实验中的一些现象: 当横风向间距 T/D 小于某一临界值时, 两柱之间的缝隙流或稳定地偏向一个柱体或偏流是不稳定的, 在不规则的时间内改变偏流方向。出现偏流时偏流边的柱体具有大的阻力和升力, 涡脱落频率加大, 具有相对窄的尾流区; 非偏流边的柱体具有小的阻力和升力, 涡脱落频率减小, 具有相对宽的尾流区。

实际应用中钝体的形状是多样化的, 同时对高层建筑的干扰三维效应是必须考虑的, 所以接下来的工作是用此计算方法二维计算任意形状柱体的干扰和三维计算高层建筑间的干扰。由于此时方法为差分方法, 对二维任意形状柱体的干扰计算的难点是网格生成, 对三维高层建筑间的干扰计算难点是计算机运行速度的限制。虽有种种计算上的困难, 但是数值模拟两柱体间的干扰是有实际价值的。

[参 考 文 献]

- [1] Zdravkovich M M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements [J]. Trans ASME Journal of Fluids Engineering Ser I, 1977, **99**(4): 618~ 633.
- [2] Zdravkovich M M. Review of interference induced oscillations in flow past two circular cylinders in various arrangements [J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 1988, **28**: 183~ 200.
- [3] Ohya Y, Okajima A, Hayashi M. Wake interference and vortex shedding [A]. In: N P Chermisinoff Ed. Encyclopedia of Fluid Mechanics [C]. Ch 10. Houston Tx: Gulf Publishing, 1989.
- [4] Kim T, Flynn M R. Numerical simulation of air flow around multiple objects using the vortex method [J]. J Wind Eng Ind Aerodyn, 1995, **56**(issue 2,3): 213~ 234.
- [5] Hiromasa Kawai, Kiyoshi Fujinami. Numerical simulation of flow around square prisms in tandem arrangements [A]. In: Prem Krishna Ed, 9th ICWE [C]. New Delhi, India: Wiley Eastern Limited, 1995.
- [6] Chen Suqin, Gu Ming, Huang Ziping. Computation of vortex shedding flow past 2D square cylinder using improved MAC (marker cell) method [J]. 应用基础与工程科学学报, 1999, **7**(2): 126~ 131.
- [7] 冈岛 厚, 杉谷 肾一郎, 沟田 武人. 并列 2 长方形断面柱まわりの流れ [J]. 日本机械学会论文集,

1985, 51(472): 3877~ 3886.

Numerical Computation of the Flow Around Two Square Cylinders Arranged Side by Side

Chen Suqin¹, Gu Ming², Huang Ziping¹

(1. Applied Mathematical Department, Tongji University, Shanghai 200092, P R China;

2 Bridge Engineering Department, Tongji University, Shanghai 200092, P R China)

Abstract: The numerical method is used to calculate the flow around two square cylinders arranged side by side and the mean and fluctuating aerodynamic forces, Strouhal numbers and power spectrum of lift force and drag force are obtained. An improved MAC method proposed by Chen Suqin et al., which uses three order upwind scheme to discretize the convection term and uses multigrid method to solve the Poisson equation for pressure is applied to simulate the flow around two square cylinders arranged side by side. Results show that the interference characteristic of two square cylinders arranged side by side is completely different with the different spacing ratio, when the spacing ratio is smaller than a certain critical value, the gap flow between two cylinders is biased to one side in a stable or unstable manner.

Key words: wake interference; square cylinders in side_by_side arrangement; N_S equations; MAC method