

文章编号: 1000-0887(2000) 02-0126-05

轴承_转子系统分岔参数的分维数识别法

赵玉成, 袁树清, 肖忠会, 许庆余

(西安交通大学 建力学院, 西安 710049)

(谢和平推荐)

摘要: 广泛用于各行各业的转子系统的稳定性问题一直倍受关注。而在当今失稳多是由于一些非线性现象的出现所引起, 这就对转子系统的设计提出了更高的要求: 考虑非线性因素, 避开会出现非线性现象的不稳定参数点或区域。若仅知未知系统的系列时间序列(有可能被噪声污染), 如何识别系统运动性态的变化? 为了探讨此问题, 在本文中通过对一单盘 Jeffcott 转子的研究, 得出了利用随参数变化的时间序列分维数趋势图, 可以很好地识别轴承_转子动力系统发生分岔时的临界参数。

关键词: 转子系统; 分岔; 分维数
中图分类号: O322 文献标识码: A

引 言

分岔和分形理论是非线性科学的两个重要分支。分岔是指: 对于连续动力系统 $x = f(x, t, \mu)$ 或离散动力系统 $x_{k+1} = g(x_k, \mu)$ (其中 g 为映射 $g: R^n \times R \rightarrow R^n$), 当参数 μ 连续变化且通过 μ_0 时, 上面的连续或离散动力系统的拓扑结构发生突然变化, 则称系统在 μ_0 处出现分岔。有关的分岔类型也比较多, 常见的分岔类型如叉形分岔、鞍结分岔、Hopf 分岔、倍周期分岔及拟周期分岔等。分形理论的研究对象是由非线性系统产生的不光滑和不可微的几何形体, 分形结构的明显特点是局部与整体形态之间的相似性, 对应的特征指标为分维数。分维数不是通常意义下欧氏空间维数的简单补充, 而是赋予了许多崭新的内涵: 分维数不仅量化了分形结构自相似性质, 同时也是区分混沌和其它运动形式的主要依据之一; 分维数可以是分数, 也可以是整数, 并有多种计算方法。常见的分维数有: 容积维数(Hausdorff 维数)、信息维数、关联维数以及广义维数等^[1-3]。各种分形情况下, 分维数的计算一直是分形理论中的瓶颈问题, 本文对分岔和混沌模型分岔临界参数点或区域的识别过程中, 用到对时间序列分维数的求解, 对应不同的选取半径 r , 得出的分维数结果就有所差异(通常取斜率作为分维数大小), 但这对识别结果并没有影响, 因为本文的识别方法并不关心分维数的绝对精确值, 只关心对应不同参数时的分维数变化趋势, 即只关心分维数的相对值。这从后面的计算中也可看到。

要判断一非线性动力系统分岔, 可以利用 Floquet 乘子^[4] (不同的 Floquet 乘子对应不同的分岔情形, 如 Floquet 乘子有一对纯虚根, 则系统发生 Hopf 分岔)、Poincaré 映射^[5] (从 Poincaré

收稿日期: 1998_11_02; 修订日期: 1999_08_13

基金项目: 西安交通大学研究生院博士学位论文基金资助课题

作者简介: 赵玉成(1972~), 男, 在读博士, 研究方向: 非线性转子动力学。

映射图可看出不同的分岔情形,如拟周期分岔的 Poincaré 映射图为一圆)等工具或算法,但对于一不确定非线性动力系统(运动周期、Jacobi 矩阵不能得到),能给出的只是其一组 n 维时间序列(如响应时间序列),那么上述方法将不再适用。出于上面考虑,在本文中提出了一种利用时间序列分维数趋势图识别非线性动力系统发生分岔时临界参数的方法。最后将此方法用到单盘 Jeffcott 滑动轴承_转子系统的分岔参数识别中,取得了比较满意的结果,说明利用本方法可以为转子系统的工程设计提供一些依据。

1 时间序列容积维数的计算

若给定一组时间序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 每一元素为一对应的坐标对, 时间序列的维数不限, 可以通过下面的方法求出此时间序列的容积维数^[3]

随便取一正数 r , 然后检查在时间序列中有多少点对 $(x_i, x_j) |_{i \neq j}$ 之间的距离 $|x_i - x_j|$ 小于 r , 把距离小于 r 的点对 占所有点对 的比例记为 $c(r)$:

$$c(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (r - |x_i - x_j|)^+, \quad (1)$$

其中 (x) 为 Heaviside 函数:

$$(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

r 的选取并非随意, 若 r 选的太大, 则一切 点对 的距离都不会超过它, 此时的 $c(r)$ 已无法描述系统的性质。适当缩小 r , 可能在 r 的一段区间内 $c(r)$ 随 r 的变化为:

$$c(r) = r^D, \quad (3)$$

那么 D 就是待求的容积分维数。容积分维数的具体求解公式可由式(3)得

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\lg c(r)}{\lg r} \quad (4)$$

若为单变量(一维)时间序列: $|x_i - x_j| = \text{abs}(x_i - x_j)$;

若为两变量(二维)时间序列: $|x_i - x_j| = \sqrt{(x_{i1} - x_{j1})^2 + (x_{i2} - x_{j2})^2}$;

若为多变量(多维)时间序列:

$$|x_i - x_j| = \sqrt{(x_{i1} - x_{j1})^2 + (x_{i2} - x_{j2})^2 + \dots + (x_{in} - x_{jn})^2}$$

2 Jeffcott 转子系统分岔参数识别

由于滑动轴承_转子系统本身性态的复杂性,使得系统中包含着丰富的非线性现象。轴承工质中的流体激振力引起的转子动力不稳定问题长时间困扰着许多制造和运行厂家^[5],因此转子系统的稳定性问题一直是普遍关心的焦点问题。这就要求在进行滑动轴承_转子动力系统的设计过程中不只局限于线性范围内的稳定性考虑,还应考虑非线性因素,尽量避免一些常常导致系统失稳的非线性现象如混沌、分岔的出现。如何判别参数点或域的性质?文献[6]中给出一种利用分维数随参数的变化趋势图识别分岔参数的方法,并通过对一经典倍周期分岔模型 May 模型^[7]分岔临界点的识别对此方法从理论上进行了验证(May 模型为一维离散自治系统)。那么对于2维或多维非自治系统,以上结论是否仍适用?为了探讨此问题,在这里将此方法用于一多维非自治系统。单盘滑动轴承_转子系统运动分岔参数的识别,也取得比较满意的结果,从后面的识别结果可以看出来。下面介绍利用时间序列分维数对单盘

Jeffcott 滑动轴承_转子系统分岔参数的识别步骤

2 1 单盘 Jeffcott 转子系统模型建立

单盘 Jeffcott 滑动轴承_转子系统的力学模型如图 1、图 2 所示, 其运动方程为^[5]:

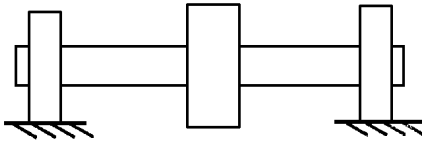


图 1 转子模型图

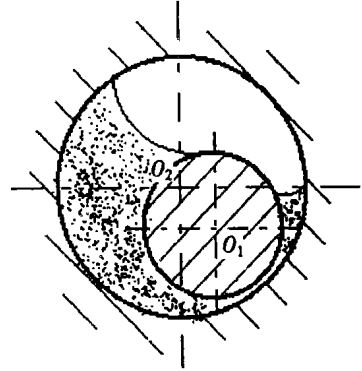


图 2 滑动轴承图

1 轴颈中心 O_1 的运动方程为:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_3) + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) &= -f_{1x}, \\ m_1 \ddot{y}_1 + k_1(y_1 - y_3) + d_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_3) &= -f_{1y} - m_1 g \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2 轴承中心 O_2 的运动方程为:

$$\left. \begin{aligned} m_0 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 &= -f_{2x}, \\ m_0 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 &= -f_{2y} - m_0 g \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3 集中质量中心 O_3 的运动方程为:

$$\left. \begin{aligned} m \ddot{x}_3 + k_1(x_3 - x_1) + d_1(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) &= m \omega^2 \cos t, \\ m \ddot{y}_3 + k_1(y_3 - y_1) + d_1(\dot{y}_3 - \dot{y}_1) &= m \omega^2 \sin t - mg, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $f_{1x} = P_r \cos \theta_1 + P_t \sin \theta_1, f_{1y} = P_r \sin \theta_1 - P_t \cos \theta_1$ (P_r, P_t 为油膜力)

2 2 Jeffcott 转子分岔参数识别

对于上面给出的单盘 Jeffcott 柔性转子模型, 通过计算知系统在取表 1 所列结构参数(单位为标准单位, 表中不再给出)时会发生倍周期分岔(这从不同参数对应时序的频谱图和图 3 中可以清楚的看出来, 限于篇幅, 频谱图不再给出)

表 1 转子结构参数

参数名称	转速	轴承质量	油膜粘性	不平衡量	轴承间隙	轴承长度	轴承半径	轴承座支承刚度
参数取值	4100	24	1.02e-3	1.52e-5	3.25e-3	0.055	0.038	0.86e8

通过对上面所给 Jeffcott 转子的数学模型进行数值积分, 求出系统在表 1 所示结构参数时的不平衡响应。其中轴颈中心响应时间序列为 $\{[x_{1i}, y_{1i}]^T \mid i = 1, 2, \dots, n\}$ 。令 $u_i = [x_{1i}, y_{1i}]^T$, 则轴颈中心响应时间序列可以表示为 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 时间序列 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 为一组两维时间序列。在转子质量设计范围内进行等间隔取值, 通过数值积分(4 阶 Runge-Kutta 法)算出的不同转子质量 m 对应的的时间序列, 可绘制出 Poincaré 映射图 3, 在图 3(a) 中质量间隔取 m 为 5 kg, 在图 3(b) 中质量间隔取 m 为 0.5 kg。从图 3 可以看出系统在 m 为 238 kg 时转

子系统发生分岔

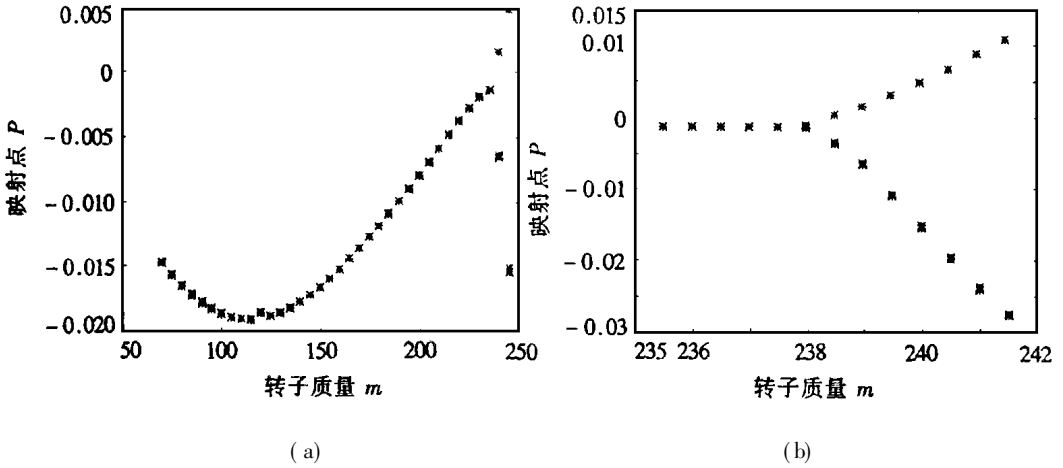


图3 转子质量_映射点图

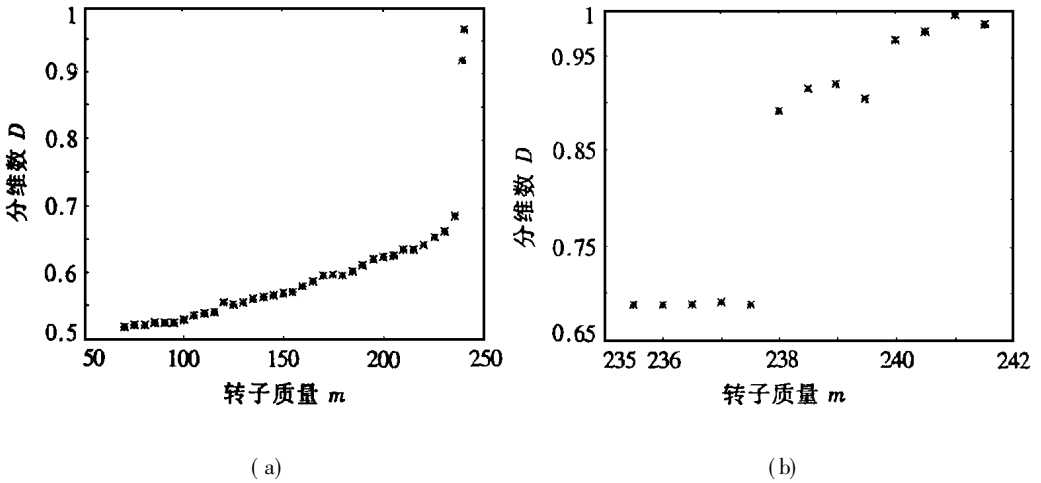


图4 转子质量_分维数图

取 K 个不同转子质量 m 可以得到下面一系列时间序列 $\{u_{ik} \mid i = 0, 1, \dots, n\}_{k=1, 2, \dots, K}$, 给

$$\min[\max(u_{ik} - u_{jk} \mid k=1, 2, \dots, K)] \quad r \quad \max[\min(u_{ik} - u_{jk} \mid k=1, 2, \dots, K)]$$

$$(i, j \mid i, j = 0, 1, \dots, n),$$

计算出 K 个不同转子质量 m 相应的 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 的容积维数:

$$D_k = \lg c_k(r) / \lg(r) \quad (k = 1, 2, \dots, K) \tag{8}$$

在计算 $u_i - u_j \quad (i, j)$ 时应用两维时间序列距离的计算公式

$$u_i - u_j = \sqrt{(x_{1i} - x_{1j})^2 + (y_{1i} - y_{1j})^2}$$

在实际识别系统分岔参数的过程中, 为了兼顾识别时间和识别精度, 一般需要分两步进行识别: 首先进行初始识别, 确定发生分岔的大致参数区域; 再对此参数区域进行精细识别. 在此算例中, 首先进行初始识别: m 的取值范围为 (75 kg, 245 kg), 步长 Δm 为 5 kg, 得到如图 4 (a) 所示的分维数随 m 变化的趋势图; 然后再对敏感参数区域 (235 kg, 245 kg) 进行再一次精确识别: 步长 Δm 为 0.5 kg, 得到如图 4(b) 所示的分维数随 m 变化的趋势图, 从而识别出系统出

现临界状态时 m 的精确值 238 kg 从与图 3 所示的 Poincaré 映射图的识别结果对比说明, 此方法有效可行

3 结 论

通过以上轴承_转子动力系统分岔参数的识别结果来看: 分维数可以作为一种判断在不同参数域轴承_转子动力系统是否发生分岔的识别工具, 从而在轴承_转子动力系统的设计时, 提供一种理论参考

[参 考 文 献]

- [1] 郑会永, 刘华强, 戴冠中. 非线性动力系统中的分形、混沌及其应用[J]. 非线性动力学学报, 1996, 3(2): 182~ 190.
- [2] Barnsley M F. Fractal Everywhere[M]. New York: Academic Press Inc, 1988.
- [3] 龚云帆, 徐健学. 混沌信号与噪声[J]. 信号处理, 1997, 13(2): 112~ 118.
- [4] 龙运佳. 混沌振动研究: 方向与实践[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [5] 张家忠. 挤压油膜阻尼器_滑动轴承_转子动力系统的非线性动力特性研究: 运动稳定性及分岔[D]. 博士论文. 西安: 西安交通大学, 1997.
- [6] 赵玉成, 许庆余. 时间序列分维数用于分岔参数的识别[J]. 西安交通大学学报, 1998, 32(8): 106~ 107.
- [7] 刘式达, 刘式适. 分形和分维引论[M]. 北京: 气象出版社, 1992.
- [8] 郭友中, 周焕文. 分岔、怪引子、阵发性与混沌[J]. 力学进展, 1984, 13(2): 255~ 274.
- [9] Grassberger P. Generalized dimensions of strange attractors[J]. Physics Letters, 1983, 97A(7): 227~ 230.
- [10] Grassberger P. On the fractal dimension of the Henon attractor[J]. Physics Letters, 1983, 97A(7): 224~ 227.
- [11] Parker T S, Chua L. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems [M]. New York: Springer-Verlag, Inc, 1992.

The Fractional Dimension Identification Method of Critical Bifurcated Parameters of Bearing_Rotor System

Zhao Yucheng, Yuan Shuqing, Xiao Zhonghui, Xu Qingyu

(Department of Engineering Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, P.R. China)

Abstract The stable problem of rotor system, seen in many fields, has been cared for more. Nowadays the reasons of most losing stability are caused by nonlinear behaviors. This presents higher requirements to the designing of motor system: considering nonlinear elements, avoiding the unstable parameter points or regions where nonlinear phenomena will be presented. If a family of time series of the unknown nonlinear dynamical system can only be got (may be polluted by noise), how to identify the change of motive properties at different parameters? In this paper through the study of Jeffcott rotor system, the result that using the figures between the fractional dimension of time_series and parameter can be gained, and the critical bifurcated parameters of bearing_rotor dynamical system can be identified.

Key words: fluid film bearing_rotor system; bifurcation; fractional dimension