

文章编号: 1000-0887(2000) 03-0301-06

层合板壳脱层屈曲的有限元分析^{*}

朱菊芬¹, 郑 罡², 武金璞¹

(1. 大连理工大学 工程力学系, 大连 116024; 2 浙江大学 土木工程系, 杭州 310027)

(沈惠申推荐)

摘要: 通过建立一类新的参考面有限单元, 得到适用于分析层合板壳脱层屈曲问题的有限元方法。指出了利用 Mindlin 假设意义下的变形协调条件, 可以将大多数胜任层合板壳分析的一般板壳单元改造为相应的参考面单元。这一方法确保了位移场的合理性和协调条件的满足。为验证参考面单元的有效性, 还对壳体脱层屈曲的几个算例作了数值分析。

关键词: 屈曲; 复合材料; 脱层; 有限元法; 壳

中图分类号: TB332; O242. 21; O346. 5; TG335. 81 文献标识码: A

前 言

近十年来, 层合板壳脱层屈曲问题受到国际力学界的密切关注, 发表了大量论文, 取得了许多成果。这一领域最近的进展包括: Hyo_Jin Kin^[1] 用有限元法计算了层合矩形板的单层脱层屈曲; Chattopadhyay^[2] 等用高阶理论求解了圆柱壳的单层脱层屈曲; H. Huang^[3] 等对板梁的多层脱层屈曲进行的理论分析以及国内李四平^[4] 等对纤维搭桥层合板脱层屈曲的研究等。总的趋向是从一维到三维, 从单层脱层到多层脱层, 逐步深入地分析板壳的脱层屈曲问题。

在用有限元方法分析板壳问题时, 采用板壳单元是高效的和经济的。但对于复合材料层合板壳的脱层屈曲问题时, 采用一般的板壳单元直接建立相应的力学模型存在较大困难。针对这一情况, 文[5] 提出构造参考面单元的思想并指出: 这类单元可由一般板壳单元经简单的数学变换得到, 由于其节点位置较为灵活, 故可直接用于建立脱层损伤板壳的有限元模型。本文给出参考面单元的基本假定, 得到更为简洁的单元列式, 并进一步指出: 只要材料为线弹性材料, 变形满足 Mindlin 假设, 一般板壳单元就能方便地改造为相应的参考面单元, 而对板壳的材料性质以及脱层的情况没有新的限制。这表明参考面单元能用于分析各种线弹性材料板壳的脱层问题, 且这些板壳可包含多个和多层脱层损伤。将一般的板壳单元改造为相应的参考面单元, 是利用已有的有限元程序对板壳的脱层损伤问题进行力学分析的高效、直观并且经济的方法。

本文对层合壳的脱层屈曲问题的几个算例作了数值分析。

1 参考面单元

1. 基本假定

* 收稿日期: 1998_09_11; 修订日期: 1999_10_26

作者简介: 朱菊芬(1943~) 女, 教授

本文讨论的脱层损伤板壳满足: 1) 材料为各向同性或纤维增强复合材料, 本构关系满足广义虎克定律; 2) 变形满足 Mindlin 假设; 3) 脱层的大小和位置已知, 加载中脱层不发生扩展。

2 单元列式

通常, 板壳单元的节点置于板壳中面。这类单元(下称原单元, 用标号‘ \circ ’表示)不能直接在厚度方向上相互联接。实际上, 根据板壳变形的直而不法假定, 板壳中面法线上任意一点均具有表示其余各点位移的能力, 都可以作为节点。采用这类节点的单元即称为参考面单元。其有限元列式可由原单元列式导出。下以四节点板单元为例作推导。

单元节点设置如图 1 所示。设参考面单元节点 i 和原单元节点 i° 在厚度方向上坐标之差为:

$$h_i = z_i - z_i^\circ \quad (1)$$

两单元的位移分别为:

$$\{q_0\} = (q^1 \quad q^2 \quad q^3 \quad q^4)^T, \quad (2)$$

$$\{q\} = (q^1 \quad q^2 \quad q^3 \quad q^4)^T, \quad (3)$$

其中:

$$\{q_i^\circ\} = (u_i^\circ \quad v_i^\circ \quad w_i^\circ \quad \theta_{xi}^\circ \quad \theta_{yi}^\circ) \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (4)$$

$$\{q_i\} = (u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi}) \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (5)$$

板变形满足直而不法假定时, 有:

$$\{q_0\} = [T_h] \{q\} \quad (6)$$

其中:

$$[T_h] = \begin{bmatrix} T_{h1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{h2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{h3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{h4} \end{bmatrix}, [T_{hi}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -h_i \\ 0 & 1 & 0 & -h_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (7)$$

原单元应变 $\{\varepsilon_0\}$ 与其几何阵 $[B_0]$ 满足:

$$\{\varepsilon_0\} = [B_0] \{q_0\} \quad (8)$$

(6) 式代入上式得:

$$\{\varepsilon_0\} = [B_0][T_h] \{q\} \quad (9)$$

令 $[B] = [B_0][T_h]$ (10)

定义 $[B]$ 为参考面单元的几何阵, 则参考面单元应变 $\{\varepsilon\}$ 与节点位移满足:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{q\} \quad (11)$$

由(9)至(11)式知, 参考面单元和原单元有相同的应变场, 即:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_0\} \quad (12)$$

因而参考面单元和原单元有相同的应力场:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} = [D] \{\varepsilon_0\} = \{\sigma_0\}, \quad (13)$$

式中 $[D]$ 为弹性阵, 由单元的材料特性决定。其计算见一般的复合材料力学教材。运用变

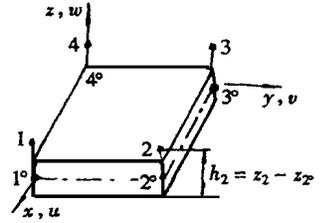


图 1 参考面单元

分原理, 由(11)、(13) 可得参考面单元的平衡方程:

$$[K]\{q\} = \{R\}, \tag{14}$$

其中:

$$[K] = [T_h]^T [K_0] [T_h], \quad \{R\} = [T_h]^T \{R_0\}. \tag{15}$$

$[K_0]$ 和 $\{R_0\}$ 对应于原单元的刚度矩阵和等效节点力. $[K]$ 和 $\{R\}$ 对应于参考面单元的刚度矩阵和等效节点力.

至此已获得参考面单元的所有列式. 由(12)、(13) 知, 参考面单元和原单元有相同的应变场和应力场, 因此在力学上是完全等价的. 但参考面单元节点位置的选择具有灵活性(体现在 $[T_h]$ 中), 从而深化了板壳单元的概念并拓宽了其适用范围.

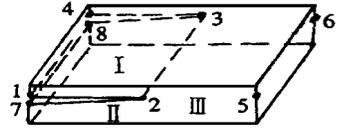


图2 脱层前沿有限元模型

如果满足 Mindlin 假设, 在单元列式中用 $[B]$ 阵替换 $[B_0]$ 阵, 一般板壳单元就能按照以下步骤, 方便地改造为相应的参考面单元. 这对脱层的个数和层数并无限制, 表明参考面单元能用于分析各种线弹性材料板壳的脱层问题, 且这些板壳可包含多个和多层脱层损伤. 经过这样的改造, 带有一般板壳的单元的程序就能用于脱层屈曲问题的分析.

3. 用参考面单元建立脱层损伤壳的计算模型

取出层合壳在脱层前沿及其附近的一部分, 如图2所示. 置节点于脱层所有曲面上, 划分此部分为三个单元. 注意到节点1和7(及4和8)的位置是重合的, 但它们的位移各自独立, 可确保脱层处各子层的独立变形. 三个单元在脱层前沿共有节点2、3, 自然满足在此处子层与子层, 子层与未脱层区的位移连续条件. 这表明用参考面单元能直接建立脱层损伤板壳的计算模型.

2 数值算例: 壳体的脱层屈曲

例1 圆柱壳的轴对称脱层屈曲

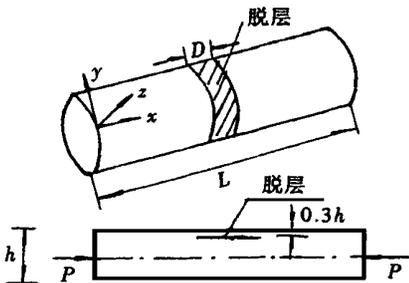


图3 受轴压的含脱层圆柱壳

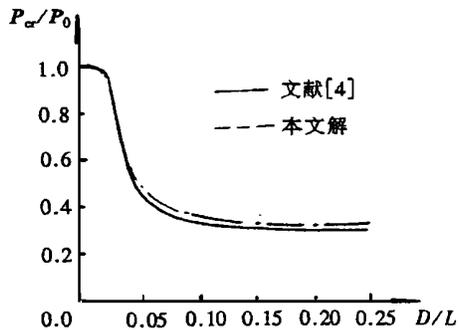


图4 脱层长度_临界载荷曲线

如图3, 各向同性圆柱壳两端固支 ($u = v = w = w, x = 0.0$), 受均布轴压 P 作用. 圆柱壳半径为 R , 长度为 L , 厚度为 h , 且 $L/R = 5, R/h = 30$. 材料常数为: 弹性模量 E , 泊松比

μ• 轴对称脱层关于壳体的中部对称, 沿轴向的长度为 D , 距壳体外表面 $0.3h$ •

本文计算得壳体脱层屈曲的量纲为一的临界载荷 (P_{cr}/P_0) _脱层长度 (D/L) 关系曲线• 其中 P_{cr} 和 P_0 分别对应含脱层和无脱层时壳体的临界载荷, D 和 L 分别对应脱层长度和壳的总长• 本文与文献[6] 结果比较如图 4•

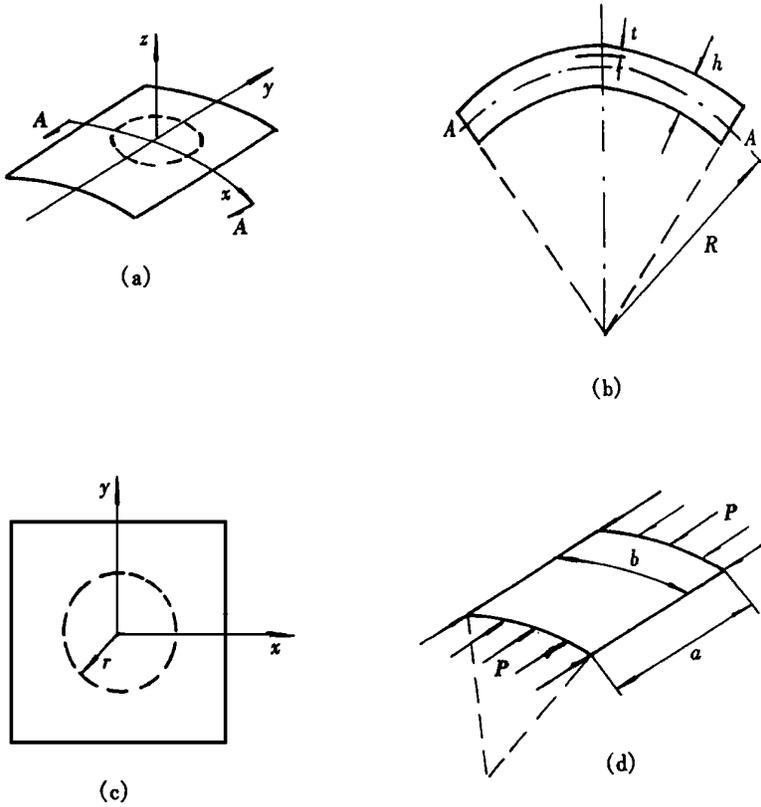


图 5 含脱层的圆柱块壳

图 4 表明, 本文与文献[6] 的结果基本一致• 数值分析显示: 随着脱层区域逐渐扩大, 屈曲波形逐步由整体型向混合型过度, 并最终成为脱层区的子层局部失稳• 这一现象也吻合于相关文献结论[6]•

例 2 圆柱块壳的脱层屈曲

圆柱壳几何尺寸和脱层情况如图 5 所示• 在块壳的展开面上, 脱层是一半径为 r 的圆, 圆心位于展开面的中心(图 5c), 脱层位于距上表面 t 处• 块壳几何尺寸和材料常数取值见表 1• 壳体

受均布轴压作用• 屈曲载荷和脱层大小经无量纲化后, 分别定义为 $P = P_{cr}/P_0$ 和 $\beta = r/a$ • 本文计算得各向同性壳和复合材料层合壳的 $P-\beta$ 曲线, 如图 6 所示• 其中层合壳为 20 层 0° 铺设, 0° 时顺纤维方向与圆柱块壳轴向(y 向) 重合•

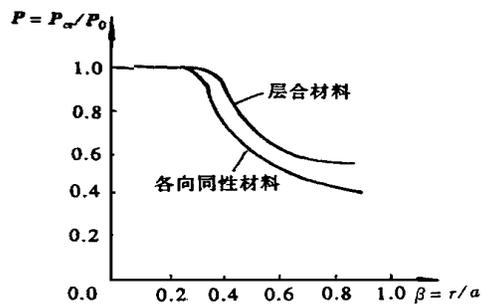


图 6 脱层圆柱块壳的 $P-\beta$ 曲线

图6中, A 点对应无脱层时壳体的临界屈曲载荷。考察 P_{β} 曲线可以看到: 当脱层区域较小时, 壳体屈曲载荷几乎不随脱层的扩大而变化; 当脱层扩大到一定程度, 即到达 β_B 后, 屈曲载荷随脱层的扩大而急剧下降; 随着脱层的进一步扩大, 屈曲载荷的下降趋势又趋于平缓。 P_{β} 曲线的这一规律决定于屈曲波形的改变: 随着脱层区域由小变大, 壳体屈曲波形逐步由整体型, 经过混合型向局部型过渡。

表 1 圆柱壳的几何尺寸和材料常数

	几何尺寸 (mm)		材料常数 ($\times 10^3$ GPa), μ_{12} 量纲为一		
	各向同性	纤维增强材料	各向同性	纤维增强材料	
R	200.0	200.0	E_1	1.00	135.4
h	0.20	0.20	E_2	1.00	9.60
a	20.0	20.0	G_{23}	0.40	4.80
h	20.0	20.0	G_{12}	0.40	4.80
t	0.04	0.05	G_{13}	0.40	4.80
r	0.00 ~ 9.00		μ_{12}	0.25	0.31

3 结 论

本文为分析层合板壳脱层问题推导了一个新的参考面单元, 就脱层尺寸对屈曲载荷的影响作了探讨, 并得到如下结论:

1. 用参考面单元可直接建立复合材料层合板壳脱层问题的有限元模型, 其中板壳可包含多个和多层脱层损伤。
2. 将一般的板壳单元改造为相应的参考面单元, 是利用已有的有限元程序对板壳的脱层损伤问题进行力学分析的直观和经济的方法。
3. 壳体的脱层屈曲分为整体、混合和局部三种类型。

[参 考 文 献]

- [1] Kin Hyojin. Postbuckling analysis of composite Laminated plates with a delamination[J]. Computer & Structure, 1997, 52(6): 975~ 983.
- [2] Chattopadhyay Aditi, Gu Haozhong. Modeling of elamination buckling in composite cylindrical shells with a new higher_order theory[J]. Composite Science and Technology, 1995, 54: 223~ 232.
- [3] Huang H, Kardonateas A. Buckling of orthotropic beam_plates with multiple central delaminations [J]. InJ of Solids & Structures, 1998, 35(13): 1355~ 1362.
- [4] 李四平, 黄玉盈, 胡元太等. 3D 复合材料脱层的屈曲和后屈曲分析[J]. 固体力学学报, 1997, 18(4): 301~ 307.
- [5] 朱菊芬, 郑罡. 层合板分层损伤后屈曲分析新型有限元模型[J]. 大连理工大学学报, 1998, 38(5): 511~ 515.
- [6] Gu Haozhong, Aditi Chattopadhyay. Delamination buckling and postbuckling of composite cylindrical shell[J]. AIAA Journal, 1996, 34(6): 1279~ 1286.
- [7] Shu D. Buckling of multiple delaminated beams[J]. InJ of Solids & Structures, 1998, 35(13): 1451~

1465.

[8] 张向阳, 余寿文. 层板脱层的能量释放率分析[J]. 固体力学学报, 1996, 17(4): 331~ 334.

F. E. M. Analysis of Delamination Buckling in Composite Plates & Shells

Zhu Jufen¹, Zheng Gang², Wu Jinying

(1. Engineering Mechanics Department, Dalian University of Technology, Dalian 116024, P R China;

2. Civil Engineering Department, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P R China)

Abstract: The purpose of the present study is to develop a new finite element method for analyzing buckling of delaminated composite plates and shells. This is achieved by establishing a new finite element called the reference_surface element. By use of the compatibility condition under Mindlin assumptions, the formulation of the reference_surface element was derived from whichever plate_element or shell_element being capable of analyzing composite plates and shells. This method assures a reasonable description of displacement field and the satisfaction of compatibility conditions for delamination problem. Numerical results for linear delamination buckling of axially compressed shells are presented to validate the method.

Key words: buckling; composites; delamination; finite element method; shells