

文章编号: 1000-0887(2000)09-0961-05

圆柱壳小开孔理论解在工程实践中的应用

宋天舒¹, 刘殿魁²

(1 哈尔滨工业大学 复合材料研究所, 哈尔滨 150001;

2 哈尔滨工程大学 建筑工程系, 哈尔滨 150001)

(钱伟长推荐)

摘要: 完全从一个新的角度, 重新研究圆柱壳小开孔的理论解, 指出了它与圆柱壳大开孔理论解之间的某一种特殊的内在联系。利用这种联系, 重新估计了小开孔理论解在工程实践中的应用范围, 为如何利用圆柱壳小开孔理论, 提供了一种设想。对圆柱壳小开孔理论在工程实践中的应用重新做出了一个评价。

关键词: 圆柱壳小开孔; 大开孔; 工程实践应用

中图分类号: O32 文献标识码: A

1 圆柱壳开孔问题的提出

圆柱壳开孔的应力集中问题, 是一个长期受到学术界和工程界关注的研究课题之一。在其五十年的发展历程中, 中外学者对其做出了重要贡献, 这方面有较详细的评述文章可供读者来参考[1]。圆柱壳开孔又可分为小开孔与大开孔二类问题而分别进行研究。所谓小开孔问题, 按 [2, 3] 的要求, 是指研究开孔率 r_0/R 为 $o(\sqrt{Rh}/R)$ 量级情况下的圆柱壳开孔问题。这一约束条件表明: 小开孔问题是要求圆柱壳开孔边界线在其展开面上仍可被认定为一个圆。一般认为, 在开孔率 $r_0/R \leq 1/4$ 的条件下, 可采用上述假设 [2, 3]。随着开孔率 r_0/R 的增大, 小开孔的条件将被破坏。当开孔的边界线在圆柱壳的展开面上出现明显的非圆度时, 小开孔的假定不再能使用, 它需要用一些专门的方法来求解, 这就是所谓的大开孔问题。圆柱壳大开孔的问题是从八十年代后期研究的课题, 有文献可参考 [1, 4, 5]。

圆柱壳上所开之圆孔, 在工程上系指该开孔之边界线在圆柱壳投影面上为一个圆, 而在其展开面上为一个非圆非椭的闭合曲线。在展开平面上, 认定这一闭合曲线为一个圆, 即为小开孔; 反之, 认定它为 非圆, 则为大开孔。进一步思考这一问题可知: 在圆柱壳展开面上的这一闭合曲线与投影面上的圆孔 有如下的对应关系:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0, \\ y &= R \arcsin \frac{y_0}{R} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在这一对应关系中, 只有圆柱壳顶部母线方向的开口长度保持一个常数而不发生变化, 在圆柱

收稿日期: 1998_04_27; 修订日期: 1999_12_21

作者简介: 宋天舒(1962), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向: 结构力学。

壳开孔问题的研究中, 它的长度之半被称为开孔半径。研究式(1)知, 如果保证开孔的边界线在展开面上为一个半径 r_0 的圆, 则按前面的说明, 这个问题可归结为一个小开孔的问题。而它所对应的投影面上的开孔边界线(图1)应取如下的形式:

$$x_0^2 + \left[R \arcsin \frac{y_0}{R} \right]^2 = r_0^2 \tag{2}$$

由式(2)在投影面上所决定的开孔边界线在其展开面上始终对应着一个半径 r_0 的圆, 它的求解应属于小开孔的范畴。也就是说, 如果按式(2)或图1给出的曲线来设计投影面上的开孔边界线, 圆柱壳小开孔的理论解是可以使用的, 而不在受大、小孔条件的约束。

2 基本方程及其解

设 σ_0 和 w_0 为圆柱壳开孔前由外荷载或其它条件变化产生的膜应力函数和法向位移函数, 它们一般是已知的。而开孔后引起的附加膜应力函数 σ 和法向位移函数 w 则是待定的, 且满足 Donnell 方程, 按文献[3], 在极坐标系 (r, θ) 中, 利用复函数 $\phi = w + i \int \sqrt{DEh}$ 所表达的 Donnell 方程的解有如下的形式:

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} [c_n e^{\sqrt{i} \arccos \frac{r}{R}} + c_n e^{-\sqrt{i} \arccos \frac{r}{R}}] J_{K_n}(\sqrt{i} r), \tag{3}$$

或

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} [C_n \operatorname{ch}(\sqrt{i} \arccos \frac{r}{R}) + D_n \operatorname{sh}(\sqrt{i} \arccos \frac{r}{R})] J_{K_n}(\sqrt{i} r), \tag{4}$$

其中 $K_n(\cdot)$ 为第二类变型 Bessel 函数, $K_n = \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{2} \sqrt{\frac{R}{h}}$, 常数

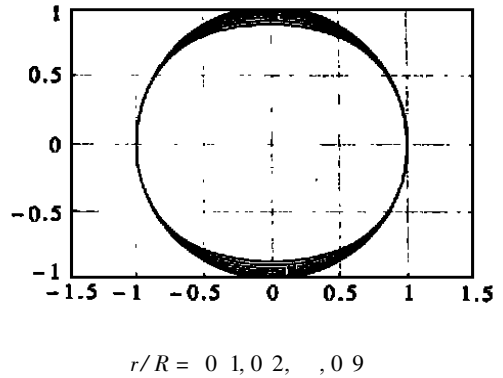


图1 由式(2)决定的圆柱壳开孔边界线形状

利用 Donnell 方程的解和相应的边界条件, 可

对其进行求解。对于自由孔口, 可以在展开面上给出如下边界条件:

$$\left. \begin{aligned} N + N_p^0 &= 0, & N + N^0 &= 0, \\ M + M^0 &= 0, & Q^* + Q^{*0} &= 0, \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

其中 N^0, N_p^0, M^0, Q^{*0} 和 N, N_p, M, Q^* 分别为柱壳开孔前和开孔引起的内力, 它们分别由 σ_0, w_0 和 σ, w 来决定。式(5)即为决定未知系数 C_n 和 D_n 的方程, 并可进一步求出孔边应力。其具体求解过程不再累述, 读者可参阅文献[3]。

3 数值结果和讨论

以上结果是按小孔理论求解的。从一般意义上讲, 上述结果只有在开孔率 $r_0/R \leq 1/4$ 时才是有效的。但是按本文的论述, 结合图1, 则可以说, 在 $r_0/R \leq 1/4$ 的范围以外, 它仍然可以有效。只要所研究圆柱壳的开孔边界线, 在圆柱壳的投影面上具有图1给定的形状, 从而使其在展开面上始终保持为一个圆型的边界线即可。图2~图5给出了小开孔理论的数值结果及其与大开孔解答的比较, 现讨论如下:

1) 在认定圆柱壳大开孔理论解^[6]为精确解的基础上, 从图2和图3可以发现, 在轴向拉

伸载荷下, 小开孔解与大开孔解在 $r_0/R > 0.4$ 的范围内有较大的偏差, 其偏差随开孔率的增加而增大, $r_0/R = 0.9$ 时, 最大偏差可达 30% 以上

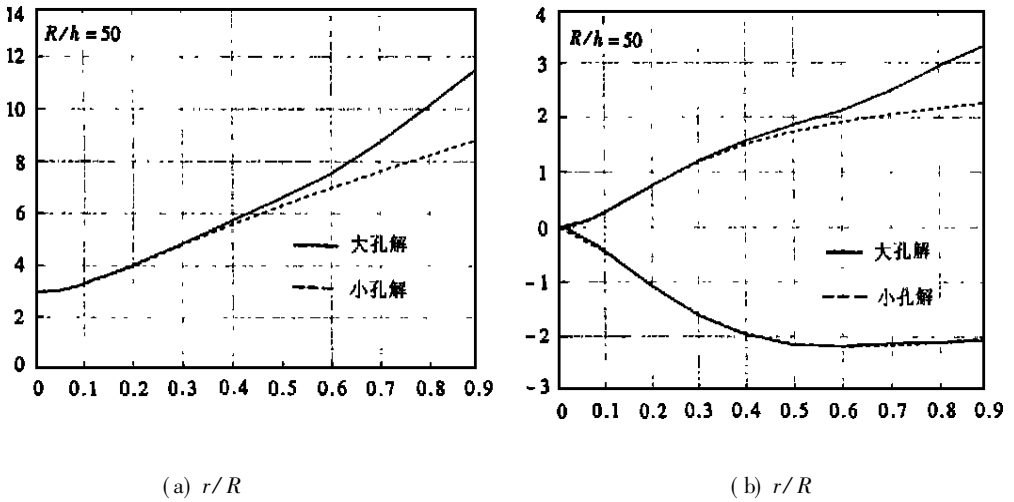


图2 承受轴向拉伸, 自由孔边, 最大膜应力集中系数(a)和最大弯曲应力集中系数(b)及其比较, ($\nu = 0.3, R/h = 50$)

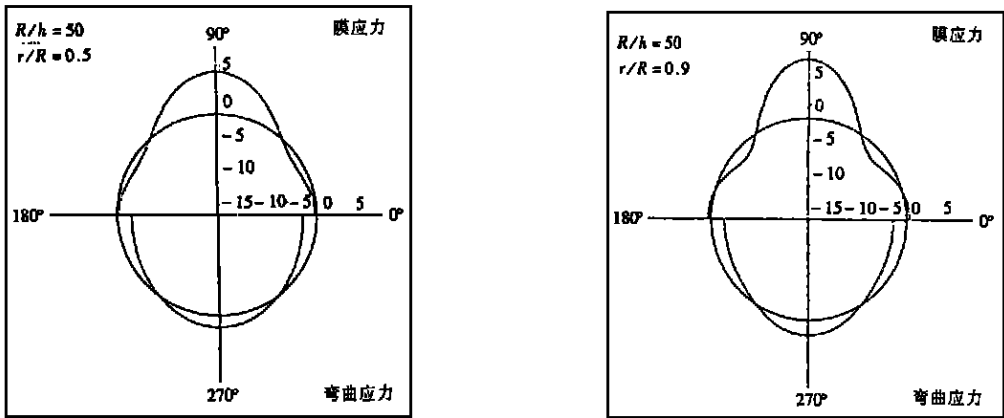
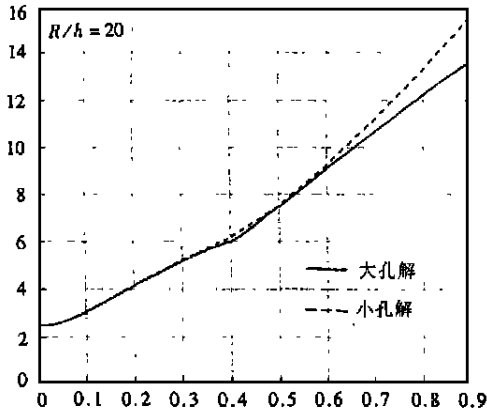
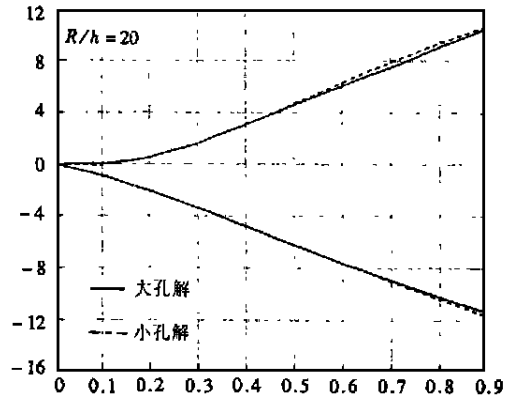


图3 承受轴向拉伸, 自由孔边, 膜应力集中系数和弯曲应力集中系数沿孔边的分布 ($\nu = 0.3, R/h = 50$)

- 2) 对于承受内压载荷的圆柱壳而言, 小开孔解与大开孔解的结果比较接近, 如图4、图5
- 3) 图3和图5给出的膜应力和弯曲应力集中系数沿开孔周边的分布情况, 表明的是圆柱壳展开面上沿开孔边界线的内力分布, 这与大开孔的情况不同
- 4) 从图2来看, 在相同的开孔率下, 圆柱壳的投影面上的开孔边界线具有图1给定的形状时, 应力集中系数比投影面为圆孔边界线情况下的要小, 因而对工程实践应用而言, 采用图1给定的边界线较合理



(a) r/R



(b) r/R

图 4 承受内压,自由孔边,最大膜应力集中系数(a)和最大弯曲应力集中系数(b)及其比较, ($\nu = 0.3, R/h = 20$)

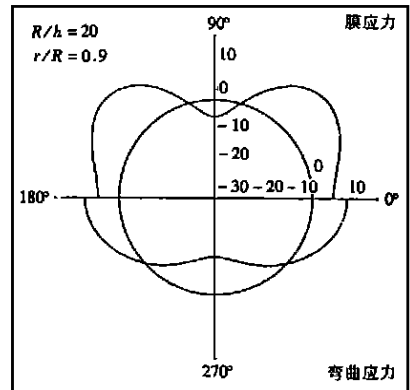
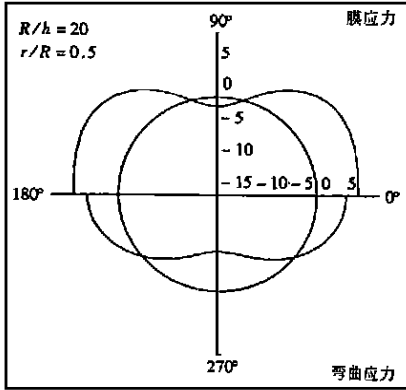


图 5 承受内压,自由孔边,膜应力集中系数和弯曲应力集中系数沿孔边的分布 ($\nu = 0.3, R/h = 20$)

[参 考 文 献]

[1] 薛明德. 国外关于圆柱壳开孔接管问题的研究概况[J]. 压力容器, 1991, 8(2): 9-15.
 [2] 张丕辛, 黄克智, 陆明万. 圆柱壳开孔的应力分析[J]. 力学学报, 1991, 23(6): 700-705.
 [3] 钱令希, 唐秀近, 钟万勰, 等. 圆柱壳开孔问题[J]. 大连工学院学报, 1965, 44.45(3.4): 1-28.
 [4] Xue M D, Deng Y, Hwang K C. Some results on the analytical solution of cylindrical shells with large openings[J]. ASME J Pres Ves Tech, 1991, 113: 297-307.
 [5] 薛明德, 陈伟, 邓勇, 等. 圆柱壳大开孔的薄壳理论解[J]. 力学学报, 1995, 27(4): 482-488.
 [6] LIU Dian_kui, SONG Tian_shu. Stress concentrations in cylindrical shells with large openings[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1997, 10(3): 220-234.

An Application of Theoretical Solutions About Cylindrical Shells With Small Openings

SONG Tian_shu¹, LIU Dian_kui²

(1 Center for Composite Materials, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, P R China;

2 Department of Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, P R China)

Abstract: Stress concentrations about thin cylindrical shells with small openings are reconsidered from a new angle. There is a sort of special internal relation between the theoretical solutions about cylindrical shells with large openings and one with small openings. Using this relation, the extent of applying the theory about small openings to engineering practice is estimated again, thus an idea of how to use this theory and a new appraisal of the application of theoretical solutions about cylindrical shells with small openings to engineering practice are given.

Key words: cylindrical shell with small opening; cylindrical shell with large opening; application to engineering practice