

文章编号: 1000-0887(2001)03-0259-08

FENE_P 流体混合层中拟序结构的研究^{*}

邵雪明¹, 林建忠^{1,2}, 余钊圣¹

(1. 浙江大学 力学系, 杭州 310027; 2 流体传动及控制国家重点实验室, 杭州 310027)

(本刊编委林建忠来稿)

摘要: 采用 FENE_P 模型对高雷诺数下二维粘弹性混合过程中拟序结构的演变进行了数值研究。由于对聚合物应力场采用了适当的滤波措施, 得到了较 AH 更宽参数范围内 FENE_P 流体混合层流场中拟序结构的运动特性, 计算结果表明: 在流场中加入聚合物, 基波和次谐波的发展受到抑制, 涡量扩散加强, 减慢了配对时两涡核的旋转运动, 这种影响随 Weissenberg 数的增大而减小, 但却随参数 b 的增大而加强。另外, 与相同溶液粘度下的牛顿流体相比, 配对过程中涡量完全合并的时刻延迟了。

关键词: 混合层; 拟序结构; FENE_P 模型; 拟谱方法

中图分类号: O357.5 **文献标识码:** A

引 言

混合层既是研究剪切湍流的一种最典型的基本流场, 又常可在自然现象和工农业生产中见到。因此对混合层流场拟序结构的研究具有理论和实际应用两方面的意义。从理论上讲, 可以增强人们对自由剪切流场转换机理及其湍流结构的了解; 就应用而言, 通过研究该流场的流动机制, 从而能够人为地对流场加以控制和利用, 提高该流动在实际应用中的混合、运输效率和降低噪声等。所以自 70 年代以来, 人们对混合层中的拟序结构进行了十分深入和广泛的研究^[1]。然而对于加入聚合物而产生了粘弹性的混合层流场, 国内外开展的研究工作还不多。实验方面, Hibberd^[2] 发现聚合物的加入使流场中小尺度结构减少, 拟序结构更加明显; Riediger^[3] 发现拟序结构具有更长的生存期, 动量厚度的增长受到抑制。理论方面, 最新的进展是 Azaiez 和 Homsy^[4] (以下简称为 AH) 用 Oldroyd_B 和 FENE_P 两种流变模型求解了流场。不过, 他们在应用 FENE_P 模型时, 表征聚合物链长的参数 b 最大只取到 10, 原因是他们发现在高 Weissenberg 数和大的 b 时, 数值解会发散。本文则采用适当的滤波措施来消除了这一不稳定性, 得到了在更大参数范围内合理的计算结果, 从而对 AH 的结论作了修正的补充。

1 数值模型

数值模拟所采用的混合层模型分为两种: 空间模式和时间模式。由于时间模式允许流向采用周期性条件, 因而可以利用高效率的 Fourier 谱方法, 且不必处理流入流出边界条件, 所以

* 收稿日期: 1999_12_21; 修订日期: 2000_09_20
基金项目: 教育部博士点基金资助项目(98033511)
作者简介: 邵雪明(1972—), 男, 浙江人, 博士。

被广泛采用。这种模型相当于在以平均速度向下游移动的参考架中观察一组涡结构的演变,其合理性已被众多成功的数值模拟所证实^[1]。

对于 FENE_P 流体所采用的无量纲控制方程为:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \left[p + \frac{\rho \mathbf{V} \mathbf{V}}{2} \right] = \mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\rho \mathbf{V} \mathbf{V}}{Re} + \frac{k}{Re} \mathbf{a}, \quad (2)$$

$$\mathbf{ZB} + We\mathbf{B} = \mathbf{I} \quad (3)$$

无量纲时采用的特征速度为主流速度差 U , 特征长度为初始动量厚度的两倍 δ_0 , 故上式中雷诺数 $Re = \rho U \delta_0 / \eta_s$, η_s 为溶剂粘度; Weissenberg 数 $We = \lambda U / \delta_0$, λ 为聚合物松弛时间; $k = \eta_p / \eta_s$, 表示聚合物粘度和溶剂粘度的比值; \mathbf{a} 为聚合物应力张量。FENE_P 本构方程是从有限拉伸非线性弹簧(FENE)分子模型中推导出来的, \mathbf{B} 相当于结构张量, $\dot{\mathbf{B}}$ 表示对 \mathbf{B} 的随动导数, \mathbf{I} 为单位张量(更详细的介绍可参见 AH), $Z = [1 - (\text{tr} \mathbf{B} / b)]^{-1}$, 其中 b 为表示聚合物拉伸特性的参数。聚合物应力张量与 \mathbf{B} 的关系为:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{ZB} - \mathbf{I}}{We}. \quad (4)$$

初始速度场由双曲正切型速度剖面的基本流: $U = 0.5 \tanh(y)$ 和扰动波所组成, 扰动流函数为:

$$\psi(x, y) = A_1 \mathcal{R}(\phi_1(y) e^{i\alpha x}) + A_2 \mathcal{R}(\phi_2(y) e^{i\alpha/2}), \quad (5)$$

上式中: A_1, A_2 分别为基波和次谐波的初始强度; α 为基波波数, 次谐波波数为其一半。 $\phi_1(y)$ 和 $\phi_2(y)$ 分别为基波和次谐波归一化的特征模态, 它们由线性稳定性理论给出。本文采用 Michalke^[5] 给出的对应于最不稳定的扰动波的波数 $\alpha = 0.4446$ 。取 $A_1 = 0.1; A_2 = 0.06$ 。次谐波在模拟配对时加入。

初始聚合物应力场由线化的本构方程(3)给出。

为方便计算, 横向也近似作周期性处理, 即在离混合层中心足够远的地方作镜像开拓, 使之具有周期性。模拟卷起时取流向周期 $L_1 = 2\pi / \alpha$, 横向周期 $L_2 = 28$; 模拟配对时两个方向的周期再增加一倍。作等值线图时横向尺度分别为 10 和 20。

方程(1)(2)(3)采用标准的 Fourier 拟谱方法求解, 对所有非线性项采用 Adams_Bashforth 格式, 所有线性项采用 Crank_Nicolson 格式进行时间推进。时间步长取 0.05, Fourier 波数取为 64×128 。在粘弹性情况下, 配置点数取 128×256 , 这样在求非线性项时可以在有效谱后填充一倍数目的零进行快速 Fourier 变换, 以消除拟谱方法固有的混淆误差, 本文的计算表明, 如果不这样处理, 粘弹性数值解会很快发散。

与 AH 的数值方法相比, 除了动量方程的形式和时间离散的格式采取的不一样, 以及本文对混淆误差作了处理后, 最主要的差别在于我们对应力场进行了物理空间的滤波, 公式如下^[6]:

$$F_{ij}^{\text{new}} = F_{ij}^{\text{ohl}} + b_1 (F_{i+1,j} - 2F_{ij} + F_{i-1,j})^{\text{ohl}} + b_2 (F_{i,j+1} - 2F_{ij} + F_{i,j-1})^{\text{ohl}}, \quad (6)$$

其中, b_1 和 b_2 表示阻尼系数, i 和 j 分别表示流向和横向的空间位置。可以看出这个滤波公式相当于加上人工粘性项。 b_1, b_2 和滤波时间间隔的选取由数值试验决定, 原则是在保证解能稳定推进的前提下尽量减小其偏差。

由于本文的兴趣主要在于聚合物对涡结构的影响, 所以不对速度场进行滤波, 事实上我们

发现只要应力场是稳定的, 则速度场就能稳定推进。滤波会对应力场的计算精度产生一定影响, 主要表现在减小了其峰值和峰值附近的梯度, 但这对涡量场的影响是小的, 至少不会导致定性上的差异。

本文取 $k = 1$, 即聚合物粘度与溶剂粘度相等。雷诺数取 400。计算参数, 如时间步长、横向周期和 Fourier 波数的取值经过验证都是适当的, 没有滤波时能保证解有相当高的精度。

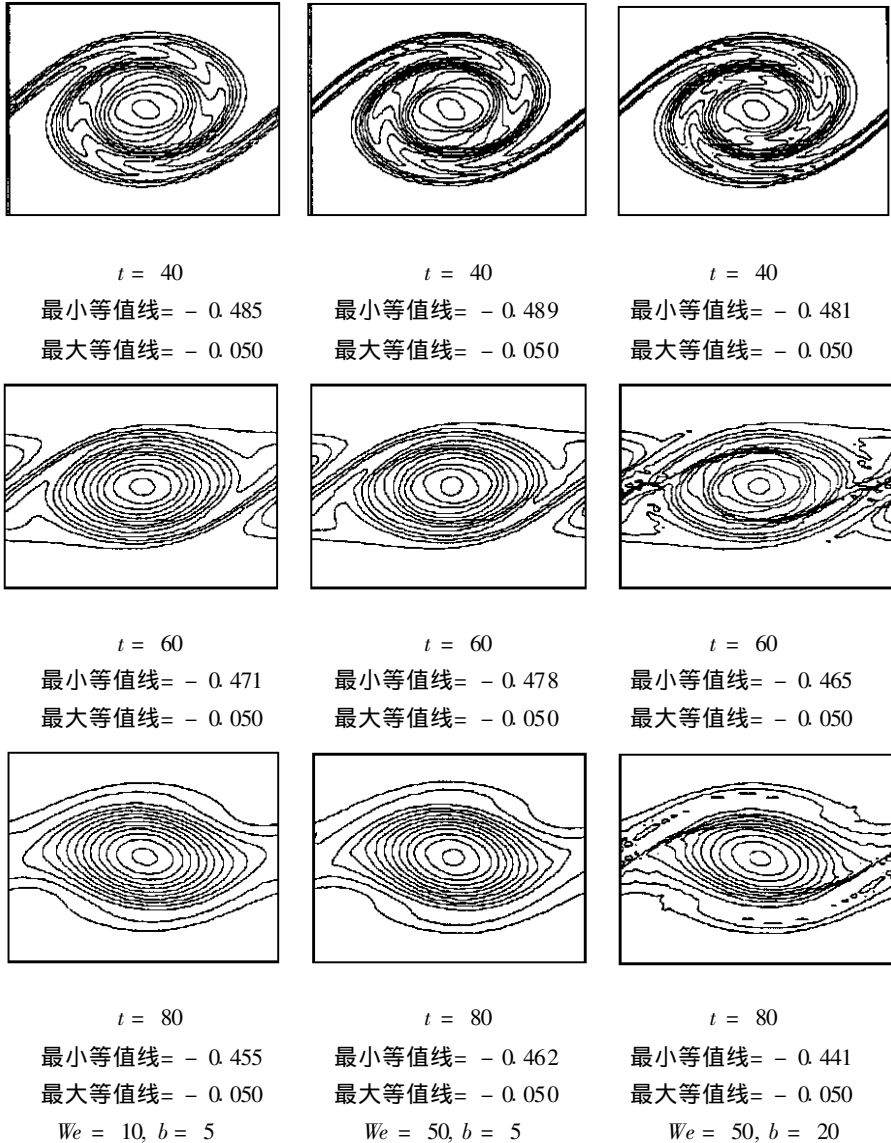


图 1 卷起过程的涡量等值线图 ($Re = 400, k = 1$)

2 结果分析和讨论

本文是以溶剂粘度来定义雷诺数, 这样做的好处是通过比较相同雷诺数下的流场的演变情况, 可以看出聚合物作为外加整体对流场产生的总影响。AH 是以总的溶液粘度来定义雷诺数, 当溶剂粘度与溶液粘度相等时, 两种定义雷诺数的大小相差一倍, 因而关于粘弹性影响的结论很可能会相反。而做实验时往往就是对加入聚合物前后的两种流场进行对照比较, 因

而我们的定义更为合理。为了全面起见,本文考虑了这两种定义下粘弹性的影响。

牛顿流体和刚杆状聚物流体混合层流动^[7]的数值研究都表明:较慢的粘性扩散(可近似用流场最大涡量绝对值来度量)总是对应于基波和次谐波较强的发展,涡量等值线较强的卷曲,准定常后基波较高的振荡频率,在涡配对合并过程中两涡较快的旋转运动,较长的涡量合并过程(后两点可见 AH 的图 6)。这一结论对于描述混合层拟序结构的特性是很有用的,因为只需给出其中之一(如粘性扩散快慢),就可推知其它特性。本文的计算结果表明这一结论对于 FENE_P 流体已不再完全适用,下面作具体的讨论。

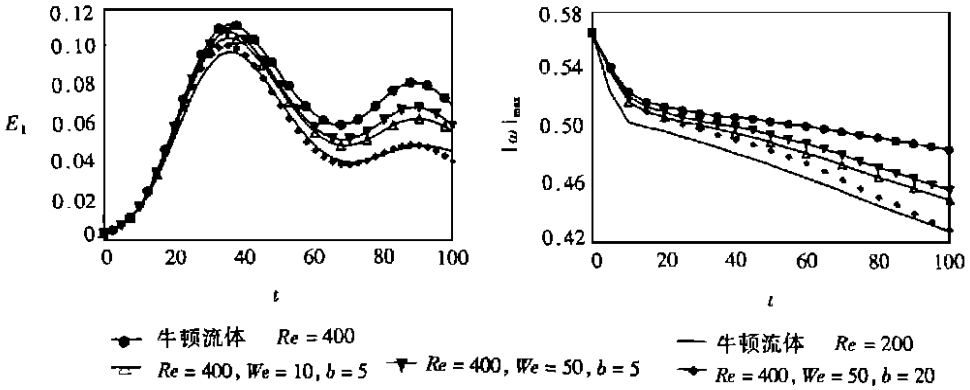


图2 We 数对卷起过程中(a)基波能量和(b) $|\omega|_{max}$ 随时间变化的影响

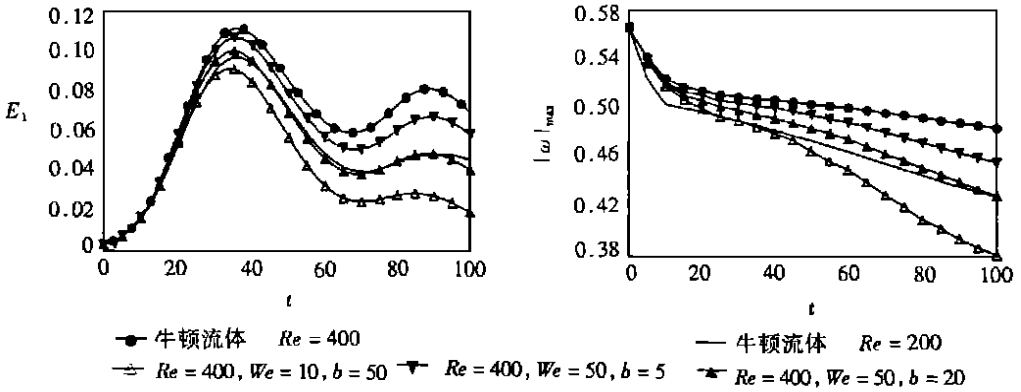


图3 b 对配对过程中(a)基波能量 E_1 和(b) $|\omega|_{max}$ 随时间变化的影响

图 1 显出了在三组不同参数下混合层 FENE_P 流体卷起过程的涡量等值线图,图 2 和图 3 分别给出了在不同 We 数和 b 下基波能量 E_1 和涡量最小值(绝对值最大) $|\omega|_{max}$ 随时间的变化。在图 2 和图 3 中之所以给出 $Re = 200$ 牛顿流体的计算结果(其它均为 400),是因为在本文 k 取 1 的情况下,它与 $Re = 400$ 的粘弹性流体具有相同的溶液粘度。图 2 中 E_1 和 $|\omega|_{max}$ 是完全对应,图 3 中如不考虑 $Re = 200$ 的曲线也是完全对应的。 $|\omega|_{max}$ 初期的急剧下降对应于初始扰动波集中涡量的快速扩散,由图 2 和 3 可知,其扩散速度主要由溶剂粘度决定,聚合物的影响很小。关于涡的形态, b 值的影响要比 We 数大得多, We 为 10 和 50 的等值线图很相似,而 b 为 20 的等值线明显要比 b 为 5 的更为卷曲,与之相关的结果是大涡进入准定常态的时刻延迟了(涡线呈椭圆形是其特征之一),注意到它的 $|\omega|_{max}$ 反而小一些,因此这一特性与牛顿流体完全不同。另一不同点出现在涡的配对过程中,图 4 和图 5 分别表示此过程中涡量等

值线图 and 通过两涡旋转中心(即计算区域中心) 竖直线上的涡量绝对值的最大值 $|\omega_m|$ 随时间的发展。由图 4 可知大涡的合并是由外而内的, 需较长时间两涡核才完全合并, 在这过程中, 两涡核要旋转好多圈, 图 5 曲线的波动恰好证实了这一点, 可以想象, 其波动的每个上峰值点对应于两涡核旋转到竖直位置, 每个下峰值点对应于两涡核转到水平位置, 当曲线变平时表示涡

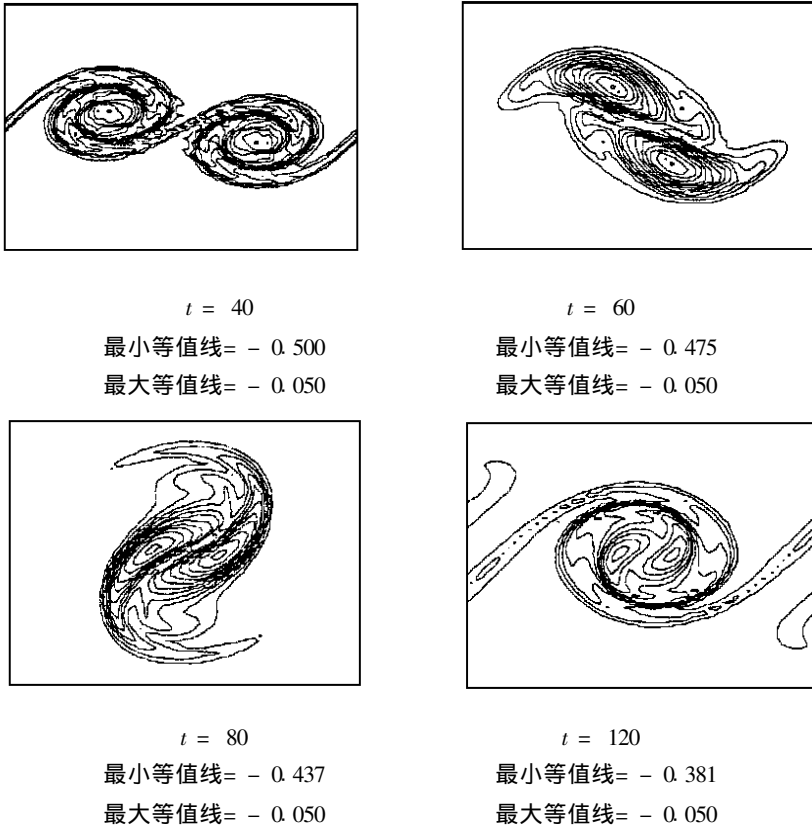


图 4 配对过程的涡量等值线图 ($Re = 400, We = 50, b = 20, k = 1$)

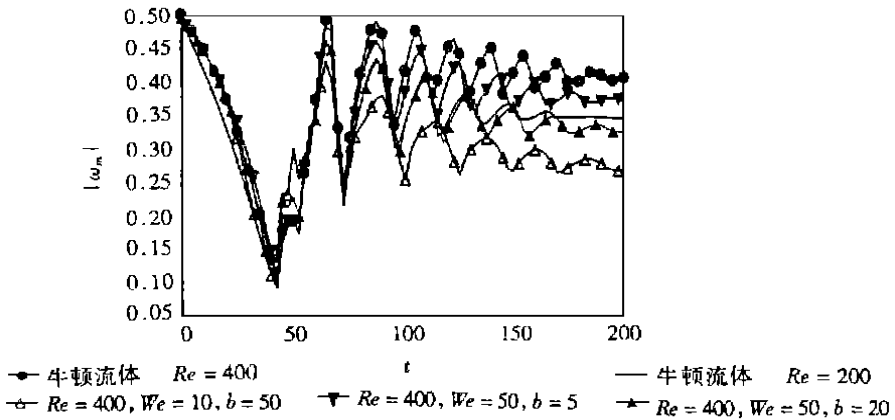


图 5 $|\omega_m|$ 随时间的变化

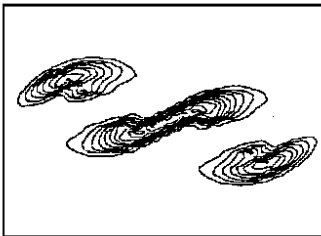
量已完全合并。图 5 表明 $|\omega|_{max}$ 越小, 两涡核的旋转运动越慢, 这与牛顿流体性质相同, 但涡量合并过程并没有缩短, 这就是另一不同点。另外不难发现: 在各参数下粘弹性流体的

量合并过程比相同溶液粘度下牛顿流体($Re = 200$)的都要长。

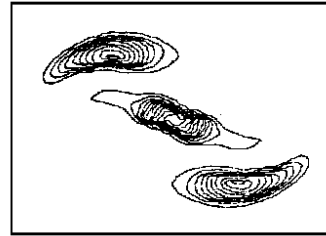
根据图 2、3 和 5, 可以得出结论: 在流场中加入聚合物, 基波和次谐波的发展受到抑制, 涡量扩散加强, 减慢了配对时两涡核的旋转运动, 这种影响随 We 数的增大而减小, 但却随参数 b 的增大而加强。AH 比较了相同溶液粘度下牛顿流体和粘弹性流体的计算结果, 得到的关于粘弹性影响的结论恰好与本文的相反。在 b 较小时这两个结论在本质上其实是完全一致的, 因为它们都可以根据本文的图 2 得到, 表面上的差别就在于是拿中间的两条曲线与上面的曲线相比, 还是与下面的曲线相比。但当 b 增大到 20 以上时, AH 的结论就不对了, 因为图 5 中 $b = 50$ 的对应曲线基本上处于 $Re = 200$ 的对应曲线之下。受限于取值范围, AH 没有讨论参数 b 的对流场的影响, 但他们给出的在 b 为 2 和 5 时基波能量发展的结果(AH 文中图 30) 与本文的结论是相符的。令人费解的是 Oldroyd_B 流体(相当于线性弹簧)中 We 所起的作用^[8] 与本文 FENE_P 的刚好相反(见 AH 图 7)。不大清楚为什么不同模型聚合物的弹性对流场的影响完全不同(多球刚杆聚合物弹性的影响与 FENE_P 相同[7])。

在较大的 b 下, 大涡配对过程中也存在着 AH 发现的第一法向应力差的“坍塌”现象。如图 6 所示, 在 $t = 40$ 时中间的应力合并成一个整体, $t = 60$ 时, 应力进一步合并, 而在 $t = 65$ 时, 中间原本强大的应力场已突然消失了。应力“坍塌”大约发生在两涡第一次转到竖直位置时刻, 因为根据图 5 后者也处在 t 为 60 和 65 之间。AH 没有观察到的现象是第一法向应力差在两涡旋转中心区“坍塌”后, 在那里出现较大的负值($t = 70$), 然后又很快被正值所取代($t = 80$), 最后才趋于零, 整个应力场近似回到只有单个涡存在时的状态($t = 120$)。

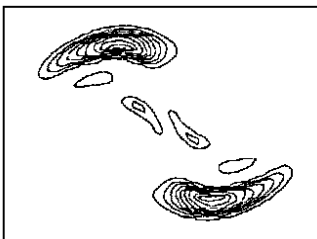
由于二维流场缺少小涡拉伸机制, 在数值模拟中转捩不能够出现, 所以很难与实验结果进行直接的比较。有实验发现聚合物的加入能减少流场的小尺度结构^[2], 延长拟序结构的生存



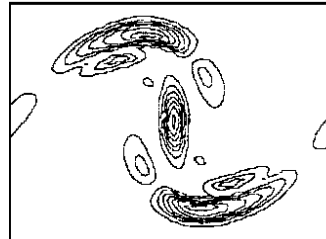
$t = 40$
最小等值线 = 0.20
最大等值线 = 2.94



$t = 60$
最小等值线 = 0.20
最大等值线 = 2.75



$t = 65$
最小等值线 = 0.20
最大等值线 = 2.56



$t = 70$
最小等值线 = -1.73
最大等值线 = 2.01

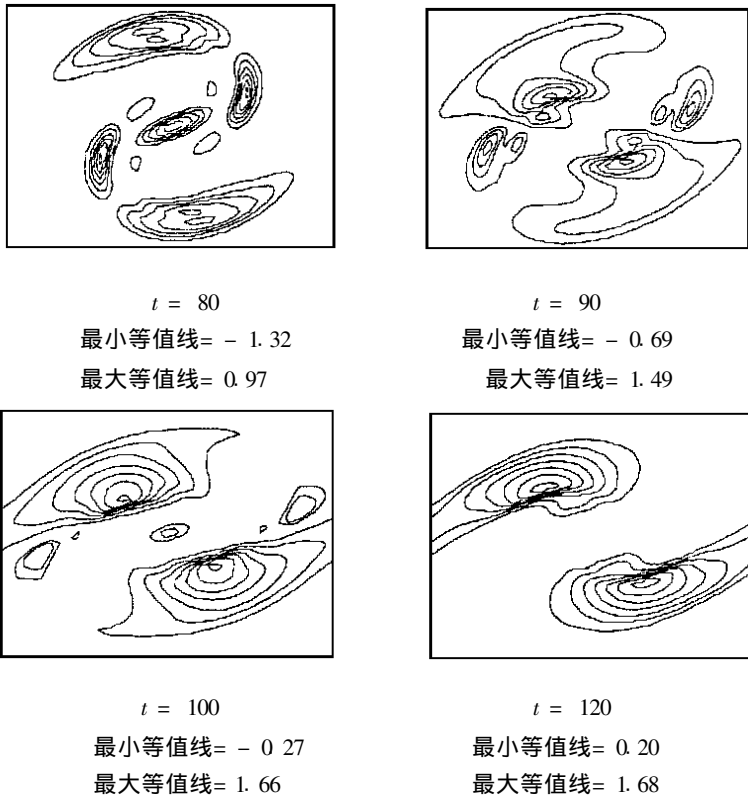


图6 配对过程第一法向应力差的等值线图 ($Re = 400, We = 50, b = 20$)

期^[3]。本文的结论并不与之矛盾, 因为尽管加入聚合物使流场剪切粘度和拉伸粘度增加, 削弱了拟序结构的强度, 然而可以想像它们会更强烈地抑制流场的高频量, 反而有可能使拟序结构更加明显, 生存期更长。一般认为, 聚合物的减阻机理与聚合物链在应变率场下拉伸使流场位伸粘度增加有关^[9]。

3 结 论

本文由于对聚合物应力场采用了适当的滤波措施, 得到了较 AH 更宽参数范围内 FENE_P 流体混合层流场中拟序结构的运动特性, 并对 AH 的结论作了修正和补充。计算结果表明: 在流场中加入聚合物, 基波和次谐波的发展受到抑制, 涡量扩散加强, 减慢了配对时两涡核的旋转运动, 这种影响随 We 的增大而减小, 但却随 b 的增大而加强。另外, 与相同溶液粘度下的牛顿流体相比, 配对过程中涡量完全合并的时刻延迟了。

符号说明

V : 速度

ρ : 密度

Re : 雷诺数

a : 聚合物应力张量

B : 结构张量

I : 单位张量

$\phi_1(y)$: 基波归一化特征模态

A_1 : 基波初始强度

α : 基波波数

p : 压力

ω : 涡量

τ : 应力张量

We : Weissenberg 数

b : 表示聚合物拉伸特性的参数

$\phi(x, y)$: 扰动流函数

$\phi_2(y)$: 次谐波归一化特征模态

A_2 : 次谐波初始速度

b_1, b_2 : 阻尼系数

[参 考 文 献]

- [1] Rogers M M, Moser R D. The three_dimensional evolution of a plane mixing layer: the Kelvin_Helmholtz rollup[J]. J Fluid Mech, 1992, **243**(1): 183—226.
- [2] Hibberd M, Kwade M, Scharf R. Influence of drag reducing additives on the structure of turbulence in a mixing layer[J]. Rheol Acta, 1982, **21**(5): 582—586.
- [3] Riediger S. Drag Reduction in Fluid Flow [M]. Chichester Ellis Horwood. 1989, 303—310.
- [4] Azaiez J, Homsy G M. Numerical simulation of non_newtonian free flows at high reynolds numbers [J]. J Non_Newtonian Fluid Mech, 1994, **52**(3): 333—374.
- [5] Michalke A. On the inviscid instability of the hyperbolic_tangent velocity profile[J]. J Fluid Mech, 1964, **19**(4): 543—556.
- [6] 蒋伯诚, 周振中, 常谦顺, 等. 计算物理中的谱方法——FFT 及其应用[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1989.
- [7] 余钊圣, 林建忠. 刚杆状聚合物和混合层中拟序结构的相互影响[J]. 力学学报, 1998, **30**(6): 743—747.
- [8] 林建忠, 邵雪明, 余钊圣, 添加聚合物对混合层中拟序结构影响的研究[J]. 化工学报, 1999, **50**(4): 568—572.
- [9] Massah H, Kontomaris K, Schowalter W R, et al. The configurations of a FENE bead_spring chain in transient rheological flows and in a turbulent flow[J]. Phys Fluids A, 1993, **5**(4): 881—890.

Research on Coherent Structures in a Mixing Layer of the FENE_P Polymer Solution

SHAO Xue_ming^{1,2}, LIN Jian_zhong^{1,2}, YU Zhao_sheng¹

(1. Department of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P R China ;

2. State Key Laboratory of Fluid Transmission and Control, Hangzhou 310027, P R China)

Abstract: The evolution of the coherent structures in a two_dimensional time_developing mixing layer of the FENE_P fluids is examined numerically. By the means of an appropriate filtering for the polymer stress, some characteristics of the coherent structures at high b were obtained, which Azaiez and Homsy did not address. The results indicate that adding polymer to the Newtonian fluids will cause stronger vorticity diffusion, accompanied with weaker fundamental and subharmonic perturbations and slower rotational motion of neighboring vortices during pairing. This effect decreases with the Weissenberg number, but increases with b . In addition, the time when the consecutive rollers are completely coalesced into one delays in the viscoelastic mixing layer compared with the Newtonian one of the same total viscosity.

Key words: mixing layers; coherent structures; FENE_P model; pseudo_spectral method