应用数学和力学, 第 23 卷 第 2 期(2002 年 2 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2002) 02_0111_08

微极连续统的耦合场理论的再研究(Ⅰ)——微极热弹性理论*

戴天民

(辽宁大学 数学系和数学应用中心, 沈阳 110036)

(我刊编委戴天民来稿)

摘要: 在传统的微极连续统理论框架下微极热弹性理论问题已被某些学者提出并做过讨论• 这篇文章对现有的微极热弹性理论进行了再研究, 找出了该理论局限于线性情形的原因• 建立了微极热弹性理论的更为普遍的虚功原理和新的内力虚功表达式以及 Hamilton 原理• 从这个新的 Hamilton 原理不仅可以得到运动方程、熵均衡方程、应力和偶应力以及热量边界条件, 而且还可同时推导出位移和微转动以及温度边界条件•

关 键 词: 微极介质; 热弹性理论; 虚功原理; Hamilton 原理

中图分类号: O33 文献标识码: A

引 言

不少作者从事微极连续统的耦合场理论问题研究, 特别是 W. Nowacki 作了大量的系统研究工作• 仅从 1966 年起至 1977 年止他已发表近 40 篇有关微极热弹性理论以及微极连续统的畸变、热扩散、热压电弹性理论和磁热弹性理论等问题的系列学术论文• 这些成果均汇总在他的专著[1] 中•

本文将只对专著[1] 中提出的微极耦合场理论中最简单的热弹性理论进行再研究, 分析该理论局限于线性情形的原因和不完整性之所在, 并建立微极热弹性理论的更普遍的虚功原理和内力虚功表达式以及 Hamilton 原理•

有关微极热弹性理论方面的参考文献可参阅 A. C. Eringen 的专著[2, 3] 和 Nowacki 的专著[1] , 本文不另列出•

为了简单和比较起见, 本文除另作说明外一律采用专著[1] 的符号和记法• 为清楚起见, 本文给出的和专著[1] 给出的不同结果用公式编号( )* 加以区别•

---

* 收稿日期: 2000_12_29; 修订日期: 2001_09_11
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072024) ; 国家自然科学基金委员会(10011130235) 和德意志研究联合会(51520001) 资助的国际合作研究项目; 辽宁省教育委员会 A 类科研项目(990111001)
作者简介: 戴天民(1931—) , 男, 满族, 辽宁开原人, 教授, 博士, 博士生导师, 已发表专著译著 12 部和论文 50 余篇.

1 摘录和评注

为便于比较起见，先摘录专著[1]中有关微极热弹性理论的若干结果，再对存在的问题加以评注．

1.1 虚功原理

微极热弹性动力学问题在于确定应力 σ_{ji}，偶应力 μ_{ji}，应变 γ_{ji}，角应变 χ_{ji}，位移 u_i，微转动 φ_i 和温度 θ． 这些函数应当满足：

1) 运动方程，
2) 应力应变和偶应力角应变关系，
3) 热传导方程，
4) 边界条件，
5) 初始条件．

专著[1]曾证明了下列关系式：

$$\int_V [(X_i - \rho \ddot{u}_i)\delta u_i + (Y_i - J\ddot{\varphi}_i)\delta\varphi_i] \mathrm{d}V + \int_A (p_i \delta u_i + m_i \delta\varphi_i) \mathrm{d}A =$$
$$\int_V (\sigma_{ji}\delta\gamma_{ji} + \mu_{ji}\delta\chi_{ji}) \mathrm{d}V = \int_V \delta W^{(i)} \mathrm{d}V, \tag{1a}$$

$$\delta W^{(i)} = \sigma_{ji}\delta\gamma_{ji} + \mu_{ji}\delta\chi_{ji}. \tag{1b}$$

这里 X_i，Y_i，δu_i 和 $\delta\varphi_i$ 分别为体力，体力矩，任意虚位移和虚微转动增量；而

$$\gamma_{ji} = u_{i,j} - \varepsilon_{kji}\varphi_k, \tag{2a}$$

$$\chi_{ji} = \varphi_{i,j}. \tag{2b}$$

式(1a)左侧和右侧分别表示外力和内力所做的虚功．

M. A. Biot 热传导方程为

$$-\nu\int_V \theta\delta\gamma_{kk}\mathrm{d}V = \int_V \theta n_i \delta H_i \mathrm{d}A + \frac{c_k}{T_o}\int_V \theta\delta\theta\mathrm{d}V + \frac{T_o}{k}\int_V H_i \delta H_i \mathrm{d}V. \tag{3}$$

于是给出微极线性热弹性理论的虚功原理如下：

$$\delta(W_\varepsilon + P + D) = \int_V [(X_i - \rho\ddot{u}_i)\delta u_i + (Y_i - J\ddot{\varphi}_i)\delta\varphi_i]\mathrm{d}V +$$
$$\int_A (p_i\delta u_i + m_i\delta\varphi_i)\mathrm{d}A - \int_A \theta n_i \delta H_i \mathrm{d}V, \tag{4}$$

这里 P 和 D 分别为热势和耗散函数． 应用这个虚功原理推导出能量定理如下：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(K + W_\varepsilon + P) + \chi_0 = \int_V (X_i v_i + Y_i w_i)\mathrm{d}V +$$
$$\int_A (p_i v_i + m_i w_i)\mathrm{d}A + \frac{k}{T_o}\int_A \theta n_i \theta_i \mathrm{d}A, \tag{5}$$

其中

$$K = \frac{\rho}{2}\int_V v_i v_i \mathrm{d}V + \frac{J}{2}\int_V w_i w_i \mathrm{d}V, \tag{6a}$$

$$\chi_0 = \frac{k}{T_o}\int_V \theta_{,i}\theta_{,i}\mathrm{d}V > 0. \tag{6b}$$

评注 1

如果按专著[1]的原意，把关系式(1a)的右侧定义为内力虚功，可记为 $\delta W^{(i)}$，则对关系式

(1a) 的面积分应用散度定理后即得

$$\int_V [(X_i - \rho\ddot{u}_i + \sigma_{ji,j})\delta u_i + (Y_i - J\ddot{\varphi}_i + \mu_{ji,j})\delta\varphi_i]\,\mathrm{d}V =$$

$$\int_V [\sigma_{ji}(\delta u_{i,j} - \varepsilon_{kji}\delta\varphi_k) + \mu_{ji}\delta\varphi_{i,j}]\,\mathrm{d}V = \int_V \delta W^{(i)}\,\mathrm{d}V. \tag{7}$$

上式可改写成

$$\int_V [(X_i - \rho\ddot{u}_i + \sigma_{ji,j})\delta u_i + (Y_i - J\ddot{\varphi}_i + \mu_{ji,j} + \varepsilon_{ijk}\sigma_{jk})\delta\varphi_i]\,\mathrm{d}V =$$

$$\int_V (\sigma_{ji}\delta u_{i,j} + \mu_{ji}\delta\varphi_{i,j})\,\mathrm{d}V = \int_V (\delta W^{(i)} + \varepsilon_{kji}\sigma_{ji}\delta\varphi_k)\,\mathrm{d}V. \tag{7a}$$

根据 R. Stojanovic[4] 和戴天民[5] 提出的极性连续统力学的广义 Piola 定理可得运动方程如下:

$$X_i - \rho\ddot{u}_i + \sigma_{ji,j} = 0, \tag{8}$$

$$Y_i - J\ddot{\varphi}_i + \mu_{ji,j} + \varepsilon_{ijk}\sigma_{jk} = 0. \tag{9}$$

若对关系式(7a) 先利用运动方程(8) 和(9), 则内力虚功应为 $(\sigma_{ji}\delta u_{i,j} + \mu_{ji}\delta\varphi_{i,j})$, 而不是 $\delta W^{(i)}$.

上述这两种情况都说明[1] 中原定义的内力虚功表达式 $\delta W^{(i)}$ 似乎是不自然的, 而且是不完整的. □

1.2 Hamilton 原理

专著[1] 曾引进下列两个泛函:

$$\Pi = \int_V (F + ST + X_i u_i + Y_i\varphi_i)\,\mathrm{d}V + \int_A (p_i u_i + m_i\varphi_i)\,\mathrm{d}A, \tag{10}$$

$$\Psi = \int_V (\Gamma - \dot{S}T + \dot{W}T)\,\mathrm{d}V + \int_A TQ_i n_i\,\mathrm{d}A, \tag{11}$$

这里 F 和 S 分别为自由能和熵, 而 $\Gamma = kT_{,i}T_{,i}/2$ 和 $q_i = -\partial\Gamma/\partial T_{,i}$.

专著[1] 由 Hamilton 原理

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} (K - \Gamma)\,\mathrm{d}t = 0 \tag{12}$$

和

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} \Psi\,\mathrm{d}t = 0 \tag{13}$$

分别推导出

$$\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t\Big\{\int_V [(\sigma_{ji,j} + X_i - \rho\ddot{u}_i)\delta u_i + (\mu_{ji,j} + \varepsilon_{ijk}\sigma_{jk} + Y_i - J\ddot{\varphi}_i)\delta\varphi_i]\,\mathrm{d}V +$$

$$\int_A [(\sigma_{ji}n_j - p_i)\delta u_i + (\mu_{ji}n_j - m_i)\delta\varphi_i]\,\mathrm{d}A\Big\} = 0 \tag{14}$$

和

$$\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t\Big\{\int_V (q_{i,i} - \dot{W} + \dot{S}T)\delta T\,\mathrm{d}V + \int_A (q_i - Q_i)n_i\delta T\,\mathrm{d}A\Big\} = 0. \tag{15}$$

由式(14) 和式(15) 可分别导出

1) 运动方程

$$\sigma_{ji,j} + X_i = \rho\ddot{u}_i, \tag{8}$$

$$\mu_{ji,j} + \varepsilon_{ijk}\sigma_{jk} + Y_i = \rho\ddot{\varphi}_i; \tag{9}$$

2) 应力和偶应力边界条件

$$\sigma_{ji} n_j = p_i, \tag{16a}$$

$$\mu_{ji} n_j = m_i; \tag{16b}$$

和

3) 熵均衡方程

$$T\dot{S} = -q_{i,i} + W; \tag{17}$$

4) 热量边界条件

$$q_i = Q_i \cdot \tag{18}$$

评注 2

专著[1]在推导式(14)过程中应用了下列关系式

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma_{ji}} = \sigma_{ji}, \tag{19a}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \chi_{ji}} = \mu_{ji}, \tag{19b}$$

$$\frac{\partial F}{\partial T} = -S \cdot \tag{19c}$$

这里事先采用式(19a),为的是在式(14)中给出 $\varepsilon_{ijk}\sigma_{jk}$ 项, 以便使第二Cauchy运动方程得以成立, 这也是不自然的•

另外, 因在推导时只对 u_i、φ_i 和 T 进行变分, 故不可能从式(12)和式(13)给出位移、微转动和温度边界条件• 这种情形与经典弹性理论中应用虚位移原理只能给出运动方程和力边界条件, 而位移边界条件则需由虚应力原理得到的结论相似• □

针对上述两个问题, 我们现来建立微极热弹性理论的更为普遍的内力虚功表达式和Hamilton原理•

2 新的内力虚功表达式

针对前述第一个问题, 现公设具有耦合项(交叉项)的新关系式如下:

$$\int_V \Big\{ (X_i - \rho \ddot{u}_i)\delta u_i + \big[(Y_i + \varepsilon_{ijk} x_j X_k) - (J\ddot{\varphi}_i + \varepsilon_{ijk} x_j \rho \ddot{u}_i) \big] \delta \varphi_i \Big\} \mathrm{d}V + \int_A \big[p_i \delta u_i + (m_i + \varepsilon_{ijk} x_j p_k) \delta \varphi_i \big] \mathrm{d}A = \int_V \delta \overset{*}{W}{}^{(i)} \mathrm{d}V \cdot \tag{1a*}$$

这里式(1a)* 等号左侧第4, 6和9项分别表示由于体力、惯性力和面力所引起的附加体力矩、惯性矩和面力矩所做的虚功, 而等式右侧 $\int_V \delta \overset{*}{W}{}^{(i)}$ 为内力虚功•

考虑到

$$\int_A \varepsilon_{ijk} x_j p_k \delta \varphi_i \mathrm{d}A = \int_A (\varepsilon_{ijk} x_j \sigma_{lk} \delta \varphi_i) n_l \mathrm{d}A = \int_V \varepsilon_{ijk} [(\sigma_{jk} + x_j \sigma_{lk,l}) \delta \varphi_i + x_j \sigma_{lk} \delta \varphi_{i,l}] \mathrm{d}V, \tag{20}$$

并把上式代入式(1a)* 再加以整理后可得

$$\int_V \Big\{ (X_i - \rho \ddot{u}_i + \sigma_{ji,j}) \delta u_i + \big[(Y_i - J\ddot{\varphi}_i + \mu_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} \sigma_{jk}) + \varepsilon_{ijk} x_j (\dot{x}_k - \rho \ddot{u}_k + \sigma_{lk,l}) \big] \delta \varphi_i \Big\} \mathrm{d}V +$$

$$\int_V [\sigma_{ji}\delta u_{i,j} + (\mu_{ji} + \varepsilon_{ilk} x_l \sigma_{jk})\delta\varphi_{i,j}]\mathrm{d}V = \int_V \delta \overset{*}{W}{}^{(i)}\mathrm{d}V \cdot \tag{21}$$

在这种情况下, 无论是利用运动方程, 或是利用广义 Piola 定理均可从式(21)得出新的内力虚功表达式

$$\delta \overset{*}{W}{}^{(1)} = \sigma_{ji}\delta u_{i,j} + (\mu_{ji} + \varepsilon_{ilk} x_l \sigma_{jk})\delta\varphi_{i,j} \cdot \tag{1b*}$$

由此可易导出较之式(4)更为普遍的微极热弹性理论的虚功原理· 限于篇幅, 从略·

这里无需像专著[1]那样要先假定线性应变关系, 这是很自然的· 另需强调指出的是本文式(1b)* 给出的 $\delta \overset{*}{W}{}^{(i)}$ 与专著[1] 给出的式(1b) 的 $\delta W^{(i)}$ 之间存在着本质的差异·

3 更为普遍的 Hamilton 原理

针对前述的第 2 个问题, 现来建立更普遍的微极热弹性理论的 Hamilton 原理, 并对此进行全变分, 即可得出运动方程和熵均衡方程以及所有边界条件·

现公设两个新泛函

$$\Pi^* = \int_V (F + ST + X_i u_i + Y_i^* \varphi_i)\mathrm{d}V + \int_A [(p_i u_i + m_i^* \varphi_i) + (p_i u_i + m_i^* \varphi_i)]\mathrm{d}A, \tag{10*}$$

$$\Psi^* = \int_V (\Gamma - ST - W)T\mathrm{d}V + \int_A (TQ_i + TQ_i)n_i\mathrm{d}A, \tag{11*}$$

这里 F, S, p_i, m_i, u_i 和 φ_i 分别为自由能, 熵, 在边界上给定的面力, 面力矩, 位移和微转动; 而

$$Y_i^* = Y_i + \varepsilon_{ijk} x_j X_k, \tag{22}$$

$$m_i^* = m_i + \varepsilon_{ijk} x_j p_k, \tag{23}$$

$$\Gamma = -Q_i T_{,i}, \tag{24}$$

$$Q_i = -\partial\Gamma/\partial T_{,i}, \tag{25}$$

$$T_{,i} = -\partial\Gamma/\partial Q_i \cdot \tag{26}$$

微极热弹性理论的 Hamilton 原理为

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(K^* - \Pi^*)\mathrm{d}t = 0 \tag{12*}$$

和

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}\Psi^*\mathrm{d}t = 0 \cdot \tag{13*}$$

这里

$$K^* = \rho\ddot{u}_i u_i + (J\ddot{\varphi}_i)^* \varphi_i, \tag{27}$$

$$(J\ddot{\varphi}_i)^* = J\ddot{\varphi}_i + \varepsilon_{ijk} x_j \rho \ddot{u}_k, \tag{28}$$

$$\delta u_i(x_i, t_1) = \delta u_i(x_i, t_2) = 0, \tag{29a}$$

$$\delta\varphi_i(x_i, t_1) = \delta\varphi_i(x_i, t_2) = 0, \tag{29b}$$

$$\delta T(x_i, t_1) = \delta T(x_i, t_2) = 0, \tag{29c}$$

$$\delta Q_i(x_i, t_1) = \delta Q_i(x_i, t_2) = 0 \cdot \tag{29d}$$

我们取全变分, 于是由式(12)* 可写出

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(K^* - \Pi^*)\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t\Big\{[\rho\ddot{u}_i\delta u_i + (J\ddot{\varphi}_i)^*\delta\varphi_i + u_i\delta(\rho\ddot{u}_i) + \varphi_i\delta(J\ddot{\varphi}_i)^*] -$$

$$\int_V\Big[\frac{\partial F}{\partial u_{i,j}}\delta u_{i,j}+\frac{\partial F}{\partial \varphi_{i,j}}\delta\varphi_{i,j}+\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ji}}\delta\sigma_{ji}+\frac{\partial F}{\partial \mu^*_{ji}}\delta\mu^*_{ji}+\frac{\partial F}{\partial T}\delta T+\frac{\partial F}{\partial S}\delta S+$$

$$S\delta T+T\delta S+X_i\delta u_i+Y^*_i\delta\varphi_i+u_i\delta X_i+\varphi_i\delta Y^*_i\Big]\mathrm{d}V-$$

$$\int_A(p\delta u_i+m^*_i\delta\varphi_i+u_i\delta p_i+\varphi_i\delta m^*_i)\mathrm{d}A\Big\}=0. \tag{30}$$

考虑到下列关系式

$$\frac{\partial F}{\partial u_{i,j}}=\sigma_{ji},\qquad \frac{\partial F}{\partial\varphi_{i,j}}=\mu^*_{ji}; \tag{31}$$

$$\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ji}}=u_{i,j},\qquad \frac{\partial F}{\partial\mu^*_{ji}}=\varphi_{i,j}; \tag{32}$$

$$\frac{\partial F}{\partial T}=-S,\qquad \frac{\partial F}{\partial S}=-T; \tag{33}$$

$$\int_V u_{i,j}\delta\sigma_{ji}\mathrm{d}V=\int_A u_i\delta\sigma_{ji}n_j\mathrm{d}A-\int_V u_i\delta\sigma_{ji,j}\mathrm{d}V, \tag{34a}$$

$$\int_V\varphi_{i,j}\delta\mu^*_{ji}\mathrm{d}V=\int_A\varphi_i\delta\mu^*_{ji}n_j\mathrm{d}A-\int_V\varphi_i(\delta\mu_{ji,j}+\varepsilon_{ilk}\delta\sigma_{lk}+\varepsilon_{ilk}x_l\delta\sigma_{jk,j})\mathrm{d}V; \tag{34b}$$

$$\int_V\sigma_{ji}\delta u_{i,j}\mathrm{d}V=\int_A\sigma_{ji}\delta u_in_j\mathrm{d}A-\int_V\sigma_{ji,j}\delta u_i\mathrm{d}V, \tag{35a}$$

$$\int_V\mu^*_{ji}\delta\varphi_{i,j}\mathrm{d}V=\int_A\mu^*_{ji}\delta\varphi_in_j\mathrm{d}A-\int_V(\mu_{ji,j}+\varepsilon_{ilk}\sigma_{lk}+\varepsilon_{ilk}x_l\sigma_{jk,j})\delta\varphi_i\mathrm{d}V; \tag{35b}$$

并把它们代入式(30),再加以整理后,则得

$$\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t\Big[\int_V\Big\{(\rho\ddot{u}_i-X_i-\sigma_{i,j})\delta u_i+[\varepsilon_{jik}x_j(\rho\ddot{u}_k-X_k-\sigma_{lk,l})+$$

$$(J\ddot{\varphi}_i-Y_i-\mu_{ji,j}-\varepsilon_{ilk}\sigma_{lk})]\delta\varphi_i\Big\}\mathrm{d}V+\int_V\Big\{u_i\delta(\rho\ddot{u}_i-X_i-\sigma_{ji,j})+$$

$$\varphi_i[\varepsilon_{ijk}x_j\delta(\rho\ddot{u}_k-X_k-\sigma_{lk,l})+\delta(J\ddot{\varphi}_i-Y_i-\mu_{ji,j}-\varepsilon_{ilk}\sigma_{lk})]\Big\}\mathrm{d}V+$$

$$\int_A\Big[(\sigma_{ji}n_j-p)_i\delta u_i+(\mu_{ji}n_j-m^*_i)\delta\varphi_i+$$

$$(u_i-u_i)\delta p_i+(\varphi_i-\varphi_i)\delta m^*_i\Big]\mathrm{d}A\Big]=0. \tag{36}$$

上式给出

1) 运动方程

$$\rho\ddot{u}_i-X_i-\sigma_{ji,j}=0, \tag{8}$$

$$J\ddot{\varphi}_i-Y_i-\mu_{ji,j}-\varepsilon_{ijk}\sigma_{jk}=0; \tag{9}$$

2) 应力和偶应力边界条件

$$\sigma_{ji}n_i=p_i, \tag{16a}$$

$$\mu_{ji}n_j=m_i; \tag{16b}$$

3) 位移和微转动边界条件

$$u_i=u_i,\quad \varphi_i=\varphi_i. \tag{37}^*$$

现再取全变分,则由式(13)* 可写出

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t\Big\{\int\Big[\frac{\partial\Gamma}{\partial T_{,i}}\delta T_{,i}+\frac{\partial\Gamma}{\partial Q_i}\delta Q_i-(S\dot{T})\delta T-T\delta(S\dot{T})-W\delta T-T\delta W\Big]\mathrm{d}V+$$

$$\int_A(Q_i\delta T+T\delta Q_i)n_i\mathrm{d}A\Big\}=0. \tag{38}$$

考虑到

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial T_{,i}} = -Q_i, \quad Q_i \delta T_{,i} = -Q_{i,i} \delta T + (Q_i \delta T)_{,i}; \tag{39}$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial Q_i} = -T_{,i}, \quad T_{,i} \delta Q_i = -T \delta Q_{i,i} + (T \delta Q_i)_{,i}; \tag{40}$$

则式(38)可写成下列形式:

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}t \left\{ \int_V \left[(Q_{i,i} - W + ST)\delta T + T\delta(Q_{i,i} - W + ST) \right] \mathrm{d}V - \int_A \left[(Q_i - Q_i) n_i \delta T + (T - T) n_i \delta Q_i \right] \mathrm{d}A \right\} = 0 \cdot \tag{41}$$

上式给出

1) 熵均衡方程

$$ST = -Q_{i,i} + W; \tag{17}$$

2) 热量边界条件

$$Q_i = Q_i; \tag{18}$$

3) 温度边界条件

$$T = T \cdot \tag{42}^*$$

4 结　　语

从本文提出的微极热弹性理论的虚功原理,无需像[1]那样先假定线性应变关系即可推导出运动和内力虚功表达式• 需要强调的是本文导出的内力虚功表达式与[1]的结果存在着本质的差异• 这与我们在最近研究广义连续统的功能和功率能率原理时所得到的结论是一致的,请参阅文献[5]•

从本文提出的微极热弹性理论的Hamilton原理不仅可以得到运动方程、熵均衡方程、应力和偶应力以及热量边界条件,而且还可同时导出位移和微转动以及温度边界条件• 这与经典弹性理论中把势能和余能变分原理结合起来的全能量变分原理类似•

限于篇幅,本文只对Nowacki[1]表述的微极热弹性理论的几个理论问题进行了评述,并提出相应问题的较为完整的结果•

[参　考　文　献]

[1] Nowacki W. Theory of Asymmetric Elasticity [M]. Oxford: Pergamon Press, 1986.

[2] Eringen A C, Kafadar C B. 微极场论[M]. 戴天民 译. 南京:江苏科学技术出版社, 1982.

[3] Eringen A C. Microcontinuum Field Theories [M]. New York: Springer_Verlag, 1998.

[4] Stojanovic R. On the principle of virtual work in the theory of oriented media[J]. *ZAMM*, 1973, **53**: T79—T82.

[5] 戴天民. 广义连续统场论中新的功能及功率能率原理[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(11): 1111—1118.

Restudy of Coupled Field Theories for Micropolar Continua(I)—Micropolar Thermoelasticity

DAI Tian_min
(Department of Mathematics & Center for the Application of Mathematics, Liaoning University, Shenyang 110036, P R China)

Abstract: Problems of micropolar thermoelasticity have been presented and discussed by some authors in the traditional framework of micropolar continuum field theory. In this paper the thoery of micropolar thermoelasticity is restudied. The reason why it was restricted to a linear one is analyzed. The rather general principle of virtual work and the new formulation for the virtual work of internal forces as well as the rather complete Hamilton principle in micropolar thermoelasticity are established. From this new Hamilton principle not only the equations of motion, the balance equation of entropy, the boundary conditions of stress, couple stress and heat, but also the boundary conditions of displacement, microrotation and temperature are simultaneously derived.

Key words: micropolar continua; thermoelasticity; principle of virtual work; Hamilton principle