

文章编号: 1000-0887(2002 03\_0269\_04

# 提高超静定桁架承载能力的杆长调整法

隋允康<sup>1</sup>, 邵建义<sup>2</sup>

(1 北京工业大学 机电学院, 北京 100022; 2 大连理工大学 工程力学系, 大连 116023

(李骊推荐

摘要: 基于超静定桁架的内力分布特点, 调整杆长改变单元应力, 使结构承载能力得到提高, 通过几个例题验证了方法的有效性

关键词: 超静定桁架; 杆长调整; 良性工作状态; 优化设计; 优化建造

中图分类号: O342; TU322 文献标识码: A

## 引言

超静定桁架没有处于良性工作状态是指各杆内力相差悬殊导致承载能力不高的情况 用规划法或准则法(如满应力方法 进行的结构截面优化设计, 旨在提高承载能力 本文提出另一种方法以改变工作状态:

首先, 对于一个既有的甚至是截面优化设计过的超静定桁架, 应当进一步调整以减少最危险的杆件从而提高结构承载能力, 这意味着结构的工作状态得到改善

其次, 这一调整方法应是极易实现而且只是微调原有结构

文[1, 2]分别对简单的平面与空间对称桁架进行了预研究, 结果表明了可行性, 本文对于一般桁架结构从计算结构的角度予以探讨

## 1 应力分析

对于超静定桁架, 如果某一个或几个杆件的尺寸有误差存在时, 结构就会产生众所周知的装配应力 主动地采用装配应力来合理地改善结构内力分布, 正是本文的出发点 设各杆的应力为  $\sigma_i (i = 1, \dots, n)$ , 第  $i$  杆的工作状态指标  $k_i^{[1]}$  定义为:

$$k_i = \sigma_i / [\sigma_i], \quad (1)$$

其中 
$$[\sigma_i] = \begin{cases} [\sigma_i^T] & (\sigma_i \geq 0 \text{ 时}), \\ [\sigma_i^C] & (\sigma_i < 0 \text{ 时}) \end{cases} \quad (2)$$

以下推导基于两个前提: 1、结构处于线弹性阶段; 2、各杆的调整长度  $\Delta l_j$  都很小; 调整杆长

收稿日期: 2000\_05\_26; 修订日期: 2001\_11\_28

基金项目: 北京市教委资助课题(99JG\_11 ; 国家自然科学基金委资助项目(10072005 ; 北京市自然科学基金委资助的课题(3002002

作者简介: 隋允康(1943 , 男, 教授, 博导; 研究方向: 计算力学、数学规划; 已发表论文 110 余篇, 获国家级奖 3 项和省部级奖 6 项.

后, 应力分配将尽可能地相互靠近 设  $i$  与  $\frac{0}{j}$  分别表示第  $j$  杆的调整长度和其为单位长度  $j = 1$  时第  $i$  杆产生的装配应力, 第  $i$  杆新的应力  $\frac{N}{i}$  根据叠加原理可以描述为:

$$\frac{N}{i} = \frac{0}{i} + \sum_{j=1}^n \frac{0}{ij} j, \tag{3}$$

第  $i$  杆新的工作状态指标  $k_i^N$  为:

$$k_i^N = \frac{N}{i} / [i] \tag{4}$$

### 2 模型建立与求解

为了提高承载能力, 提出如下问题:

$$\begin{cases} \text{求} & i (i = 1, \dots, n), \\ \text{使} & \max(k_i^N) \quad \min \end{cases} \tag{5}$$

根据式(3)和(4)以及  $N = \max(k_i^N)$ , 问题(5)可化为

$$\begin{cases} \text{求} & N, j, \\ \text{使} & N \quad \min, \\ \text{s. t.} & N - \sum_{j=1}^n (\frac{0}{ij} / [i]) j \leq i / [i], \\ & N - \sum_{j=1}^n (\frac{0}{ij} / [i]) j \leq i / [i], \\ & N \geq 0, \quad j \geq 0 (i = 1, \dots, n) \end{cases} \tag{6}$$

线性规划问题(6)可用单纯形法求解 当  $N \geq 1$  时, 结构处于安全状态, 否则它将被破坏, 因此定义为结构的工作状态指标 另外定义:

$$P = P^0 / N, \tag{7}$$

为结构容许工作状态荷载, 其中  $P^0$  为外力向量  $P$  标志着结构的承载能力

### 3 数值算例

提供几个例子说明本方法改善结构工作状态可行性和有效性

例 1 三杆桁架(图 1)

各杆面积为:  $A_1 = A_2 = 1\text{cm}^2, A_3 = 2\text{cm}^2$ , 许用应力为:  $[1] = [2] = [3] = 250\text{MPa}$ , 弹性模量为  $E_1 = E_2 = E_3 = 20\text{GPa}$ , 几何数据为  $l = 100\text{cm}, \alpha = 30^\circ$ , 外力  $P = 90\text{KN}$

计算结果见表 1, 调整前结构工作状态指标  $\frac{0}{i} = 1.091216$  经过调整后, 结构新工作状态指标为  $\frac{N}{i} = 0.964617$ , 表明经过这一调整, 使结构从危险状态变为安全状态 换言之, 结构容许荷载从  $82.4768\text{KN}$  增为  $93.301\text{KN}$ , 显然这一调整使结构的承载能力有了很大的提高

表 1 三杆桁架工作状态调整结果

$N$	$i$	$(i)$	$\frac{N}{i}$	$i$
0.964617	1	6.961483 mm	241.15427 MPa	204.6066 MPa
	2	0.0mm	241.15427 MPa	272.804 MPa
	3	0.0mm	241.15427 MPa	204.6066 MPa

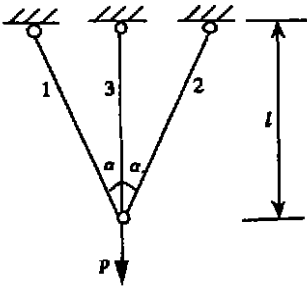


图 1 三杆桁架结构

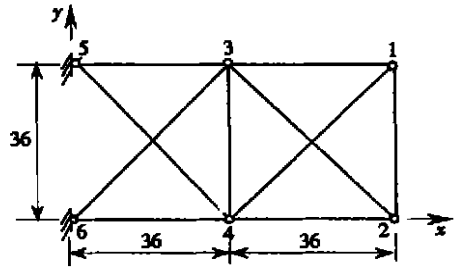


图 2 平面 10 杆结构

例 2 平面 10 杆桁架(图 2)<sup>[3]</sup>

各杆面积均为  $1\text{cm}^2$ , 弹性模量  $E = 10^7\text{Pa}$ , 2、4 两点受力为  $P_1 = P_{y1} = -1.5 \times 10^5\text{N}$ , 1、3 两点受力为  $P_2 = P_{y2} = 3.0 \times 10^4\text{N}$ , 各杆的许用应力均为  $[i] = 2.5 \times 10^5\text{Pa}$  最终结果示于表 2, 其  $\sigma = 0.99337$ , 而  $N = 0.960$ , 相应的结构容许工作状态荷载为:  $P_1 = 1.5625 \times 10^5$ ,  $P_2 = 3.125 \times 10^4$

表 2 平面 10 杆桁架工作状态调整结果

$N$	$i$	相应点号	$(i)/\text{mm}$	$N_i/\text{Pa}$	$i/\text{Pa}$
0.960	1	3~5	2.569	240.000.00	231.657.00
	2	1~3	0.0	41.360.36	42.224.34
	3	4~6	0.0	-240.000.00	-248.343.00
	4	2~4	0.0	-78.639.64	-77.775.66
	5	3~4	0.0	71.360.64	63.881.32
	6	1~2	0.0	71.360.64	72.224.34
	7	4~5	0.0	169.705.20	181.504.40
	8	3~6	0.0	-169.705.20	-157.906.80
	9	2~3	0.0	111.213.20	109.991.40
	10	1~4	0.0	-58.492.38	-59.714.23

例 3 空间 72 杆桁架(图 3)<sup>[4]</sup>

各杆面积均为  $1\text{cm}^2$ , 弹性模量  $E = 10^7\text{Pa}$ , 外力作用在节点 1 上, 为:  $P_x = 5.000\text{N}$ ,  $P_y = 5.000\text{N}$ ,  $P_z = -5.000\text{N}$  各杆的许用应力均为  $[i] = 2.5 \times 10^4\text{Pa}$

调整结果列于表 3, 相应的结构容许工作状态荷载为  $P_x = 31.585.6$ ,  $P_y = 31.585.6$ ,  $P_z = -31.585.6$  由于篇幅所限, 在表 3 中只给出不为零的截短值和几个较大的应力及其变化量 表 3 说明: 调整前结构中的最大应力为  $6.968.938\text{N}$ , 而调整后结构中的最大应力降为  $3.958.979\text{N}$ , 这意味着结构的承载能力获得了很大的改善

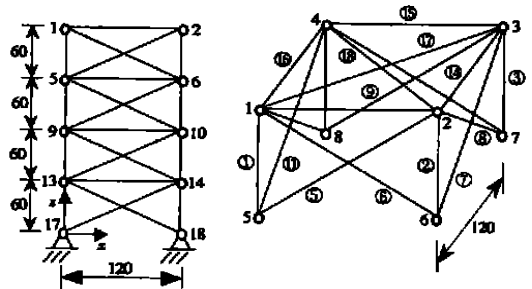


图 3 72 杆桁架

表 3 空间 72 杆桁架调整结果

$N$	$i$	$(i)/\text{mm}$	$i$	$(i)/\text{mm}$	$i$	$N/\text{Pa}$	$N/\text{Pa}$
0 158 3	31	0 091 740 73	55	0 004 971 19	6	- 3 958 979	- 2 604 187
	32	0 094 396 05	59	0 080 139 10	12	- 3 958 979	- 2 604 187
	33	0 094 396 06	65	0 080 139 08	21	- 1 108 748	- 2 501 641
	34	0 091 740 73	68	0 124 534 10	37	2 824 160	2 495 684
	36	0 061 982 81	69	0 124 534 20	39	- 2 448 344	- 4 820 127
	50	0 051 419 28	71	0 082 112 54	55	3 958 979	4 804 053
	51	0 051 419 29	72	0 143 947 50	57	- 3 958 979	- 6 968 938

## 4 结 论

本文提出的杆长调整法能改善结构的工作状态,从而挖掘了结构的潜能,增强了结构的承载能力。该方法不仅可用于结构设计,还可用于结构建造。当用于结构设计时,在杆件截面优化设计之后,对杆件长度调整,实际上是基于改善承载能力的一种微小的最优形状设计。当用于建造或运行的改善时,则把某些杆件截短后再装配以产生预应力,得到更为合理的工作状态。数值算例也表明了这种方法的有效性。该方法还可以推广到结构的运行控制阶段,有关文章将另行发表。

### [参 考 文 献]

- [1] 隋允康,邵建义. 调控在役结构进入良性工作状态的装配误差法[J]. 北京工业大学学报, 2000, 26(3): 1-4.
- [2] 邵建义,隋允康. 使在役结构工作状态良性化的装配误差法的再研究[J]. 工程力学, 1999, 2(增刊): 543-547.
- [3] 隋允康. 建模 变换 优化——结构综合方法新进展[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996.
- [4] 钱令希. 工程结构优化设计[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983.

## A Method of Adjusting Bar Length of Statically Indeterminate Truss for Increasing Its Load Capacity

SUI Yun\_kang<sup>1</sup>, SHAO Jian\_yi<sup>2</sup>

(1 College of Mechanical Engineering and Applied Electronic Technique,  
Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, P R China;

2 Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, P R China

**Abstract:** Based on the character of the internal force distribution of the statically indeterminate truss, the elements stresses were changed by adjusting the length of bars to increase load capacity of structure. The efficiency of the method is illustrated by several examples.

**Key words:** statically indeterminate truss; adjusting bar length; good working state; optimum design; optimum construction