

文章编号: 1000-0887(2002) 05-0541-07

矩阵构造法在动力模型物理 参数识别中的应用*

李 书, 张 放, 王 波, 张晓谷

(北京航空航天大学 五系飞机设计研究所, 北京 100083)

(叶庆凯推荐)

摘要: 通过矩阵奇异值分解得到矩阵构造的表达式, 并将其应用于动力模型物理参数识别问题。根据矩阵构造表达式的特点, 可以使参数识别模型降阶, 降阶后的模型与原模型之间的数学和物理性质有明确的对应关系, 避免了为忽略高阶频率而采用缩聚方法造成的误差。最后, 数值算例获得满意的结果。

关键词: 动力模型; 参数识别; 反问题; 振动; 矩阵构造

中图分类号: O327; O241.6 文献标识码: A

引 言

物理参数识别是航空航天、机械、土木等领域经常遇到的问题。例如在土木工程中, 由于材料特性复杂这一显著特点, 往往需要利用实测数据, 反演出结构中材料的某些物理参数, 并根据反演的参数进行深入的结构分析。在振动试验的实测过程中, 一般只能测得部分振型和频率。为了充分利用实测的数据, 减少计算量, 本文提出了一种适合于动力模型物理参数识别的方法。该方法通过矩阵分解得到矩阵构造的表达式, 并将其应用于动力模型物理参数识别问题。不同的矩阵分解技术, 可以获得不同的矩阵构造的表达式^{[1][2]}, 根据矩阵构造表达式的特点, 可以使参数识别模型降阶, 降阶后的模型与原模型之间的数学和物理性质有明确的对应关系。结构的刚度矩阵和质量矩阵一般视为物理参数的函数, 以计算得到的频率尽量接近实测的频率为准则, 建立等价的非线性方程组, 采用 Newton 法求解。本文利用奇异值分解技术, 将刚度矩阵和质量矩阵分解成与实测频率数目相等的子刚度矩阵和子质量矩阵, 计算工作在降阶后的模型中进行。另外, 本文还考虑了对称结构中常见的重特征值情形, 给出了重特征值导数的计算方法。数值算例为识别一个三层钢架结构的惯性矩, 结果表明, 本方法的效能很好。

1 矩阵构造的数学描述及其表达式

本节详细的介绍矩阵构造法。也是为了在下节能够方便、清楚地叙述该方法在动力模型物理参数识别中的应用。

* 收稿日期: 2001_04_18; 修订日期: 2002_01_15

作者简介: 李书(1965—), 男, 江苏镇江人, 博士, 副教授。

1.1 矩阵构造的数学描述

问题的提法 给定 $X \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $\Omega = \text{diag}(\omega_1^2 \mathbf{I}_{k_1}, \omega_2^2 \mathbf{I}_{k_2}, \dots, \omega_m^2 \mathbf{I}_{k_m})$, $\sum_{i=1}^m k_i = r$, 并且 $\omega_1, \dots, \omega_m$ 互异, 求 $K, M \in \mathbf{SR}^{n \times n}$, 使得

$$KX = MX\Omega, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{SR}^{n \times n} = \{A \in \mathbf{R}^{n \times n} \mid A^T = A\}$.

1.2 基于奇异值分解矩阵构造表达式

利用矩阵 X 的奇异值(SVD)分解, 按照下面方法可以给出上述问题的解的表达式. 作 X 的奇异值分解,

$$X = U \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} V^T = [U_1, U_2] \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中 $U = (U_1, U_2) \in \mathbf{OR}^{n \times n}$, $V = (V_1, V_2) \in \mathbf{OR}^{r \times r}$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$, (\mathbf{OR} 表示正交矩阵), $r = \text{rank}(X)$, $\sigma_i > 0 (i = 1, \dots, r)$, 将(2)式代入(1), 有

$$KU \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} V^T = MU \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} V^T \Omega. \quad (3)$$

记

$$K = U^T K U = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad M = U^T M U = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $K_{11}, M_{11} \in \mathbf{R}^{r \times r}$.

(3)式两边左乘 U^T , 并利用(4)式, 得

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma V_1^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma V_1^T \Omega \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

比较(5)式两边, 得

$$K_{11} \Sigma V_1^T = M_{11} \Sigma V_1^T \Omega, \quad (6)$$

$$K_{21} \Sigma V_1^T = M_{21} \Sigma V_1^T \Omega, \quad (7)$$

因为 $V_1^T V_1 = I_r$, 用 V_1 右乘(6)和(7)式两边, 得

$$K_{11} \Sigma = M_{11} \Sigma V_1^T \Omega V_1, \quad (8)$$

$$K_{21} \Sigma = M_{21} \Sigma V_1^T \Omega V_1, \quad (9)$$

令 $A = V_1^T \Omega V_1$, (10)

则 $A \in \mathbf{SR}^{r \times r}$. 欲使 $K, M \in \mathbf{SR}^{n \times n}$, 即 $K, M \in \mathbf{SR}^{n \times n}$, 则 $K_{11}, M_{11} \in \mathbf{SR}^{r \times r}$, $K_{22}, M_{22} \in \mathbf{SR}^{(n-r) \times (n-r)}$, $K_{12} = K_{21}^T$, $M_{12} = M_{21}^T$.

由(8)和(10)式, 有

$$\Sigma K_{11} \Sigma = \Sigma M_{11} \Sigma A. \quad (11)$$

将(11)式两端同时转置, 并利用 $K_{11}, M_{11}, A \in \mathbf{SR}^{r \times r}$ 的特点, 容易得

$$A \Sigma M_{11} \Sigma = \Sigma M_{11} \Sigma A, \quad (12)$$

作 A 的谱分解

$$A = Q D Q^T \quad (13)$$

其中 $Q \in \mathbf{OR}^{r \times r}$, $D = \text{diag}(\mu_1 \mathbf{I}_{m_1}, \dots, \mu_s \mathbf{I}_{m_s})$, $\mu_1 > \dots > \mu_s$, $\sum_{i=1}^s m_i = r$.

$$\text{记 } \mathbf{M}_{11} = \mathbf{Q}^T \Sigma \mathbf{M}_{11} \Sigma \mathbf{Q}, \quad (14)$$

则(12)式化为

$$\mathbf{D} \mathbf{M}_{11} = \mathbf{M}_{11} \mathbf{D}, \quad (15)$$

比较(15)式两边,求得 \mathbf{M}_{11} 为

$$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{C} = \text{diag}(\mathbf{C}_{11}, \dots, \mathbf{C}_{ss}), \quad (16)$$

其中 \mathbf{C}_{ii} 是任意实对称矩阵,因此

$$\mathbf{K}_{11} = (\Sigma^{-1} \mathbf{Q}) \mathbf{C} \mathbf{D} (\Sigma^{-1} \mathbf{Q})^T, \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_{21} = \mathbf{M}_{21} \Sigma \mathbf{A} \Sigma^{-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_{11} = (\Sigma^{-1} \mathbf{Q}) \mathbf{C} (\Sigma^{-1} \mathbf{Q})^T. \quad (19)$$

最终,有如下结论

$$\mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} (\Sigma^{-1} \mathbf{Q}) \mathbf{C} \mathbf{D} (\Sigma^{-1} \mathbf{Q})^T & (\mathbf{M}_{21} \Sigma \mathbf{A} \Sigma^{-1})^T \\ \mathbf{M}_{21} \Sigma \mathbf{A} \Sigma^{-1} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix}, \quad (20a)$$

$$\mathbf{U}^T \mathbf{M} \mathbf{U} = \begin{bmatrix} (\Sigma^{-1} \mathbf{Q}) \mathbf{C} (\Sigma^{-1} \mathbf{Q})^T & \mathbf{M}_{21}^T \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}. \quad (20b)$$

2 物理参数识别的方法

2.1 动力学的特征方程

对于如下的动力特征方程

$$\mathbf{K} \mathbf{X} = \mathbf{M} \mathbf{X} \Omega, \quad (21)$$

其中 \mathbf{K} 是结构刚度矩阵, \mathbf{M} 是质量矩阵, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是振型矩阵, $\Omega = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2)$ 是频率矩阵,($\text{diag}(\cdot)$ 表示对角矩阵, \mathbf{I} 表示单位矩阵),并且满足下列条件

$$\mathbf{X}^T \mathbf{M} \mathbf{X} = \mathbf{I}, \quad (22)$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{K} \mathbf{X} = \Omega. \quad (23)$$

实际测量时,往往能保证低阶动态特性的有足够的精度,这时

$$\mathbf{X}_r^T \mathbf{M} \mathbf{X}_r = \mathbf{I}_r, \quad (24)$$

$$\mathbf{X}_r^T \mathbf{K} \mathbf{X}_r = \Omega_r^2, \quad (25)$$

其中 $\mathbf{X}_r = (x_1, x_2, \dots, x_r)$, $\Omega_r = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_r^2)$ ($r \leq n$),分别为实测的振型和频率.众所周知,结构的刚度矩阵和质量矩阵是由结构的物理参数和几何参数决定的,不妨假设这组参数为 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_l)^T$,其中元素代表弹性模量、材料密度,则刚度矩阵和质量矩阵是物理参数 \mathbf{p} 的函数,分别表示为 $\mathbf{K}(\mathbf{p})$, $\mathbf{M}(\mathbf{p})$,类似于文献[3]的动力模型假设,有

$$\mathbf{K}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^l p_i \mathbf{K}_i, \quad \mathbf{M}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^l p_i \mathbf{M}_i, \quad (26)$$

2.2 建立等效的非线性方程组

为了确定参数 \mathbf{p} ,建立下面非线性方程组

$$\omega_i(\mathbf{p}) - \omega_i^* = 0 \quad (i = 1, \dots, r) \quad (27)$$

本文采用Newton法解式(27)表示的非线性方程组,令

$$f_i(\mathbf{p}) = \omega_i(\mathbf{p}) - \omega_i^* \quad (i = 1, \dots, r), \quad (28)$$

其中 $\mathbf{f}(\mathbf{p}) = (f_1(\mathbf{p}), f_2(\mathbf{p}), \dots, f_r(\mathbf{p}))^T$.

$$\text{令 } \lambda_i(\mathbf{p}) = \omega_i^2(\mathbf{p}) \quad (*)$$

则显然有 $\mathbf{K}(\mathbf{p}) \mathbf{x}_i = \lambda_i(\mathbf{p}) \mathbf{M}(\mathbf{p}) \mathbf{x}_i$

由上式不难求得

$$\frac{\partial \lambda_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} = \mathbf{x}_i^T \left[\frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{p})}{\partial p_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right] \mathbf{x}_i.$$

根据(26)式,有

$$\frac{\partial \lambda_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{K}_i - \lambda_i \mathbf{M}_i) \mathbf{x}_i,$$

对式(*)两边求导,有

$$\frac{\partial \omega_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} = \frac{1}{2 \sqrt{\lambda_i(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_i(\mathbf{p})}{\partial p_j}.$$

因此

$$f'(\mathbf{p}) = \frac{\partial \omega_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_1(\mathbf{p})}{\partial p_1} & \frac{1}{\sqrt{\lambda_1(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_1(\mathbf{p})}{\partial p_2} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_1(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_1(\mathbf{p})}{\partial p_t} \\ \frac{1}{\sqrt{\lambda_2(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_2(\mathbf{p})}{\partial p_1} & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_2(\mathbf{p})}{\partial p_2} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_2(\mathbf{p})}{\partial p_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{\lambda_r(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_r(\mathbf{p})}{\partial p_1} & \frac{1}{\sqrt{\lambda_r(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_r(\mathbf{p})}{\partial p_2} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_r(\mathbf{p})}} \frac{\partial \lambda_r(\mathbf{p})}{\partial p_t} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

一般说来, $t \neq r$, 这时, 我们采用 Moore-Penrose 广义逆求下面线性方程组的解

$$f'(\mathbf{p}^{(k)}) \Delta \mathbf{p}^{(k)} = f(\mathbf{p}^{(k)}). \quad (30)$$

则 $k+1$ 步逼近值为

$$\mathbf{p}^{(k+1)} = \mathbf{p}^{(k)} - \Delta \mathbf{p}^{(k)}, \quad (31)$$

最终可以确定参数 \mathbf{p} 的值.

2.3 重特征值导数的计算

特征值导数计算是 Newton 解法中的主要环节和重要工作. 如果 $f_i(\mathbf{p}) = \omega_i(\mathbf{p}) - \omega_i^*$ 二次连续可微, 并且 $f'(\mathbf{p})$ 非奇异, 则 Newton 方法总是局部二次收敛的^[4-5]. $f'(\mathbf{p})$ 实际是特征值导数矩阵, 当有重特征值时具有奇异性. 工程结构大量是以对称结构形式存在的. 在对称结构中, 重特征值情形是不可避免的, 而重特征值导数的计算有其特殊性. 重特征值导数的计算方法有多种多样. 文献[6]和[7]分别研究了该问题的理论和应用. 设 λ_i 是式(10)在点 $\mathbf{p} = \mathbf{p}^*$ 的 m 重特征值, 相应的特征向量为 $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}, \dots, \mathbf{x}_{i+m-1}$, 设

$$\mathbf{X}_i = (\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}, \dots, \mathbf{x}_{i+m-1}) \in \mathbf{R}^{n \times m}.$$

$$\text{令 } D_j(\lambda_i) \equiv \left[\frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right]_{\mathbf{p}=\mathbf{p}^*} - \lambda_i \left[\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right]_{\mathbf{p}=\mathbf{p}^*} \quad (j = 1, \dots, t),$$

则根据文献[6]

$$\dot{\lambda} \equiv \rho(\mathbf{X}_i^T D_j(\lambda_i) \mathbf{X}_i) \quad (32)$$

被定义为重特征值的导数, 其中 $\rho(\cdot)$ 表示谱半径. (32) 式中的关于重特征值导数的表达式是经过严格的数学证明的, 具有普遍意义. 由于式(32)从数学上解决了重特征值导数奇异性问题, 因此式(29)是非奇异的. 由 $\lambda_i(\mathbf{p}) = \omega_i^2(\mathbf{p})$, 有,

$$\dot{\omega}_i(p) = \frac{\dot{\lambda}_i}{2\omega_i(p)} \tag{33}$$

根据[2]中定理 4.14 的证明, 能够保证本文采用的 Newton 方法是局部二次收敛的, 这种收敛性质, 使得计算时在真解附近收敛速度很快, 其收敛性受初值和步长选取的影响, 为此在程序中根据具体问题和经验有自动调整初值和步长的功能。

2.4 矩阵构造法的特点

虽然本文采用的分解方法与文[1]采用的不同, 得到的矩阵构造表达式也不同, 但它们的特点是相似的。

1) 由于(20a)和(20b)式中的 $K_{21}, K_{22}, M_{21}, M_{22}$ 的任意性, 因此这些子矩阵很难选取。幸运的是, 对于式(6), 令 $\Phi = \Sigma V_1^T$, 则有

$$K_{11} \Phi = M_{11} \Phi \Omega \tag{34}$$

因此, 由刚度矩阵 K_{11} 和质量矩阵 M_{11} 所构成动力子系统具有实测的频率。该特点是下面应用的重要依据。

2) 结构动力学利用测得少数低阶模态进行参数识别时, 常采用的缩聚方法, 建立缩聚特征方程, 结果是导致缩聚后模型的物理参数失去原有的比较明确的物理意义^[8,9]。根据式(4)可知, K_{11} 中的元素与 K 中的所有元素有关, M_{11} 中的元素与 M 中的所有元素有关, 因此式(34)构成的动力子系统包含了整个系统的信息, 该子系统本质上是通过矩阵相似变换得到的, 而且变换矩阵 U 由模态矩阵 X 的奇异值分解得到, 使得变换后子系统与原系统之间的数学和物理性质有明确的对应关系, 这个性质是缩聚方法所不具备的。

3 矩阵构造法在参数识别中的应用

基于上节中指出的矩阵构造法的特点的研究, 通过适当的数学变换, 可以得到新的参数识别数学模型。

利用(2)式, 对实测的模态 X 作奇异值分解, 得到正交矩阵 U, V 和对角矩阵 Σ , 将(26)式两边分别乘 U^T, U , 得

$$U^T K(p) U = \sum_{i=1}^n U^T K_i(p) U, \quad U^T M(p) U = \sum_{i=1}^n U^T M_i(p) U, \tag{35}$$

利用(20a)和(20b)式, 有

$$\sum_{i=1}^n U^T K_i(p) U = \begin{bmatrix} (\Sigma^{-1} Q) C D (\Sigma^{-1} Q)^T & (M_{21} \Sigma A \Sigma^{-1})^T \\ M_{21} \Sigma A \Sigma^{-1} & K_{22} \end{bmatrix}, \tag{36}$$

$$\sum_{i=1}^n U^T M_i(p) U = \begin{bmatrix} (\Sigma^{-1} Q) C (\Sigma^{-1} Q)^T & M_{21}^T \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}. \tag{37}$$

$$\text{则 } K_{11} = (\Sigma^{-1} Q) C D (\Sigma^{-1} Q)^T, \quad M_{11} = (\Sigma^{-1} Q) C (\Sigma^{-1} Q)^T. \tag{38}$$

令 $\Phi = \Sigma V_1^T$, 则利用矩阵构造法的特点, 可以得到如下形式的动力子系统

$$K_{11} \Phi = M_{11} \Phi \Omega_r, \tag{39}$$

并且该动力子系统的频率等于实测频率, Φ 为相应的振型矩阵。这时, 我们求解参数 p_i 仍然可以利用方程(27)中的等效非线性方程组, 不同的是, 由于利用了矩阵构造方法, 此时计算工作可以局限在 r 阶动力子系统中, 只要实测频率和模态准确, 就能保证动力子系统的计算结果的精度, 计算量大大降低。

计算步骤总结如下:

- 1) 利用(2)式,对实测的模态矩阵 X 作奇异值分解,得到正交矩阵 U ;
- 2) 利用(38)式得到 K_r^{11}, M_i^{11} ;
- 3) 选择初值 p^0 , 设 $k = 0$;
- 4) 求特征方程 $K_{11} \Phi = M_{11} \Phi \Omega_r^2$ 的特征值 $\omega_i(p^k)$ 和相应的特征向量 $\phi_i(p^k)$, $i = 1, \dots, r$;
- 5) 收敛性检验. 如果 $\|\omega(p^k) - \omega^*\|$ 足够小, 停止计算;
- 6) 利用式(29) 计算 $f'(p^{(k)})$;
- 7) 利用式(31) 计算下一步逼近值;
- 8) 令 $k = k + 1$ 和重复步骤 3) - 8)。

4 数值算例

结构模型为文献[10]提供一个三层钢架结构如图1所示. 激励我们采用正弦载荷来验证本文方法. 设结构每一层质量、刚度均相等, 不计阻尼。

用测量到的前两阶频率识别得到结构的两边方柱的惯性矩系数分别为 $J_1 = 3.1$, $J_2 = 2.3$, $J_3 = 0.8$. 可见, 本文方法得到的结果与文献[10]提供算例的结果完全一致. 在整个计算过程中, 如初值适当, 收敛速度很快。

5 结 论

首先通过矩阵奇异值分解获得结构的刚度矩阵和质量矩阵构造表达式, 利用其特点, 使参数识别的数学模型的阶数能够有效地降低, 由于采用的是矩阵相似变换, 降阶后的模型与原模型之间的数学和物理性质有明确的对应关系, 避免了为忽略高阶频率采用缩聚方法造成的误差. 物理参数识别问题本质上是求解以计算频率尽量接近实测频率为准则建立的等效非线性方程组, 由此得到的振型也是接近实测振型的. 由于降阶后的参数识别模型的阶数等于实测频率的数目, 能够保证充分地利用实测数据, 又可以提高计算效率. 对于重特征值导数的计算, 本文采用了数学上的解析解. 因此, 本文方法既有坚实的数学基础, 还有工程应用价值。

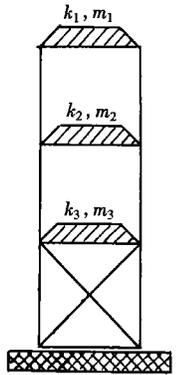


图1 受正弦激励的三层结构

[参 考 文 献]

- [1] 李书, 孙忠凯, 张放等. 基于矩阵逆特征值法的结构动力学设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(1): 82—85.
- [2] 戴华. 实对称矩阵广义特征值反问题[J]. 高校应用数学学报, 1992, 17(2): 167—176.
- [3] 李书, 冯太华, 范绪箕. 动力模型修正中逆特征值问题的数值解法[J]. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(3): 276—280.
- [4] 周树荃, 戴华编著. 代数特征值反问题[M]. 郑州: 河南科学技术出版社, 1991.
- [5] Friedland S, Nocedal J, Overton M L. The formulation and analysis numerical methods for inverse eigenvalue problems[J]. SIAM J Numer Anal, 1987, 24(3): 634—667.
- [6] Sun J G. A note on local behavior of multiple eigenvalues[J]. SIAM Matrix Anal Appl, 1989, 10(4): 533—541.

- [7] 李书, 冯太华, 范绪箕. 结构静力问题的重特征值灵敏度分析[J]. 工程力学, 1996, 13(2): 97—104.
- [8] Lin C S. Location of modeling errors using model test data[J]. AIAA J, 1990, 28(9): 1650—1654.
- [9] 钱管良, 顾松年. 一种确定误差位置的方法[J]. 航空学报, 1992, 13(9): A476—479.
- [10] 唐驾时, 梁翔, 满足结构动力学特性的结构参数设计[J]. 工程力学, 1995, 12(2): 30—34.

Proper Application of a Kind of Matrix Construction Method in Physical Parameter Identification of Dynamic Model

LI Shu, ZHANG Fang, WANG Bo, ZHANG Xiao gu
(Institute of Aircraft Design, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, P R China)

Abstract: The expressions of matrix construction by using the singular value decomposition (SVD) are applied to the physics parameter identification of dynamic model. Then, based upon to the characteristics of a kind of matrix construction method, the orders of the parameter identification model can be reduced. After reducing, the mathematics and physics correspondence relations between the subsystem and the original system are distinct. the the condensation errors can be avoided. The numerical example shows the benefit of the presented methodology.

Key words: dynamic model; parameter identification; inverse problem; vibration; matrix construction