

文章编号: 1000-0887(2002) 06-0583-05

固相颗粒在钻井液振动筛筛面上的 的抛掷运动规律研究

姚恒申¹, 杜 坚², 张明洪³

- (1 西南石油学院 计算机科学系, 四川南充 637001;
2 西南石油学院 工业自动化工程系, 四川南充 637001;
3 西南石油学院 机械工程系, 四川南充 637001)

(陈山林推荐)

摘要: 通过 函数和单位阶跃函数表示平面惯性椭圆振动筛筛面上固相颗粒的受力, 建立了微分方程形式的颗粒在筛面上的抛掷运动数学模型 对其解进行分析, 给出了颗粒的抛掷周期和抛掷距离对于振动筛或岩屑参数的依赖关系以及这些关系的数值计算分析方法

关键词: 石油; 钻井液; 振动筛; 函数; 单位阶跃函数; 微分方程; 数值计算
中图分类号: O353.1 **文献标识码:** A

引 言

为调整钻井平面惯性振动筛的可控因素, 优化振动筛的结构设计, 提高筛分效率, 必须研究固相颗粒在钻井液直线振动筛筛面上的运动规律 由于振动筛运动轨迹、工作参数(振幅、频率、筛面倾角)、泥浆性能、颗粒大小和形状的不同, 固相颗粒在筛面上有相对静止、正(反)向滑动、抛掷运动等几种运动形式, 其中抛掷运动尤为重要, 抛掷运动不仅能有效地提高颗粒的运移速度, 而且能有效地促进固液分离, 使振动筛既有较大的处理量又有较高的排屑速度 在抛掷过程中, 颗粒呈抛射状向排出口输送, 减少颗粒与筛面接触的时间和次数, 可以大大减少小岩屑颗粒的透筛机率, 但如果筛面的法向加速度过大, 又会增大颗粒下落时对筛网的碰撞, 造成微小颗粒更多的透筛机率, 并且对筛网的强度也会提出更高的要求 所以, 研究固相颗粒在振动筛筛面上的运移规律, 特别是抛掷运动的运动规律, 可以加深对振动筛筛分过程的认识, 为振动筛的科学设计、参数优选以及合理使用提供理论依据

本文从双轴惯性振动筛运动方程的稳态解出发, 研究筛面对固相颗粒的激振作用力, 建立固相颗粒抛掷运动的数学模型, 所得结论对优化激振频率等参数, 降低振动筛能耗, 提高筛分效率有重要的指导意义

1 振动筛筛面上固相颗粒抛掷运动的数学模型

由文献[1]、[2]知, 振动筛运动方程的稳态解 振动筛质心和筛面的运动轨迹为

收稿日期: 2000_03_14; 修订日期: 2002_01_21
基金项目: 油气地质及开发工程国家重点实验室资助项目(0121)
作者简介: 姚恒申(1944), 男, 河北辛集人, 教授.

$$\begin{cases} x = A_x \sin t, \\ y = A_y \sin t, \end{cases}$$

式中 A_x 、 A_y 分别为筛箱沿筛面方向和垂直筛面方向的振幅， ω 为激振器振动的角速度。如图 1 所示，设激振方向与筛面的夹角为 λ ，则筛箱沿筛面方向的位移 S_x 和垂直筛面方向的位移 S_y 分别为：

$$S_x = A_x \cos \alpha_0 \sin \omega t, \quad S_y = A_y \sin \alpha_0 \sin \omega t,$$

式中 A_x 为筛面在振动方向上的单振幅； α_0 为激振方向与筛面的交角

容易求得，筛箱在沿筛面方向和垂直筛面方向的速度 v_x 、 v_y 和加速度 a_x 、 a_y 分别为：

$$v_x = A_x \omega \cos \alpha_0 \cos \omega t, \quad v_y = A_y \omega \sin \alpha_0 \cos \omega t;$$

$$a_x = -A_x \omega^2 \cos \alpha_0 \sin \omega t, \quad a_y = -A_y \omega^2 \sin \alpha_0 \sin \omega t$$

设振动筛筛面上任一固相颗粒质量为 m ，颗粒运动

的阻尼系数为 f ，因为已假定颗粒的弹性系数很小，所以近似地取弹性系数 $k = 0$ ；用 $u(t - t_0)$ 函数表示筛面对颗粒的激振力，则 t_0 时起跳的颗粒所受激振力为：

$$Dmg \cos \alpha_0 u(t - t_0),$$

其中 D 为抛掷指数，($D = a_y / g \cos \alpha_0$)， α_0 为筛面倾角， g 为重力加速度

抛掷指数 D 表示加速度幅值与重力加速度在法线方向(垂直筛面方向)分量的比值，实质上就是筛面上颗粒所受到的驱动力与阻力之比^[1]

设颗粒的某一抛掷周期为 T ，即颗粒从跳离筛面到落回筛面所经历的时间为 T ，那么，在抛掷周期内，颗粒的重力等于

$$mgu(t - t_0) \quad (t_0 < t < t_0 + T),$$

其中 $u(t - t_0)$ 为单位阶跃函数：

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1 & (t_0 < t < t_0 + T), \\ 0 & (t < t_0) \end{cases}$$

根据牛顿定律，振动筛筛面上任一固相颗粒的抛掷运动微分方程为

$$\begin{cases} mx''(t) + fx'(t) = Dmg \sin \alpha_0 u(t - t_0) - mg \sin \alpha_0 u(t - t_0), \\ my''(t) + fy'(t) = Dmg \cos \alpha_0 u(t - t_0) - mg \cos \alpha_0 u(t - t_0) \end{cases}$$

方程两端除以 m ，并记 $\alpha_0 = f/m$ ，则固相颗粒抛掷运动的数学模型为：

$$\begin{cases} x''(t) + \alpha_x x'(t) = Dg \sin \alpha_0 u(t - t_0) - g \sin \alpha_0 u(t - t_0), \\ y''(t) + \alpha_y y'(t) = Dg \cos \alpha_0 u(t - t_0) - g \cos \alpha_0 u(t - t_0) \end{cases} \quad (1)$$

初始条件不影响方程的稳态解，将初始条件取为

$$x(0) = x'(0) = 0, \quad y(0) = y'(0) = 0 \quad (2)$$

2 数学模型的求解和分析

用 Laplace(拉普拉斯)变换求解微分方程(1)、(2) 设

$$\mathcal{L}[y(t)] = F_1(s), \quad \mathcal{L}[x(t)] = F_2(s),$$

则

$$(s^2 + \alpha_x s) F_1(s) = Dg \cos \alpha_0 e^{-st_0} - (g \cos \alpha_0 / s) e^{-st_0},$$

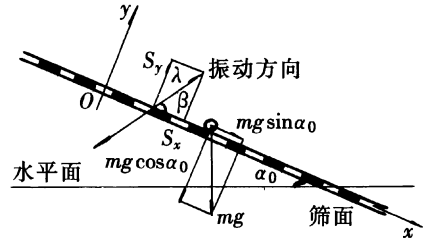


图 1 固相颗粒在筛面上的受力图

$$F_1(s) = \frac{Dg \cos \theta}{s(s + \omega_0)} e^{-t_0 s} - \frac{g \cos \theta}{s^2(s + \omega_0)} e^{-t_0 s},$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[F_1(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Dg \cos \theta}{s(s + \omega_0)} e^{-t_0 s}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{g \cos \theta}{s^2(s + \omega_0)} e^{-t_0 s}\right]$$

函数 $\left[\frac{Dg \cos \theta}{s(s + \omega_0)} e^{-t_0 s}\right] e^{st}$

有两个单极点 $s_1 = 0, s_2 = -\omega_0$, 其留数

$$\text{Res}_{s=0} \left[\frac{Dg \cos \theta}{s(s + \omega_0)} e^{-t_0 s} e^{st} \right] = \frac{Dg \cos \theta}{\omega_0},$$

$$\text{Res}_{s=-\omega_0} \left[\frac{Dg \cos \theta}{s(s + \omega_0)} e^{-t_0 s} e^{st} \right] = -\frac{Dg \cos \theta}{\omega_0} e^{-(t-t_0)\omega_0};$$

函数 $\left[\frac{g \cos \theta}{s^2(s + \omega_0)} e^{-t_0 s}\right] e^{st}$

有一个单极点 $s_3 = -\omega_0$ 和一个二阶极点 $s_4 = 0$, 其留数

$$\text{Res}_{s=-\omega_0} \left[\frac{g \cos \theta}{s^2(s + \omega_0)} e^{-t_0 s} e^{st} \right] = \frac{g \cos \theta}{\omega_0} e^{-\omega_0(t-t_0)},$$

$$\text{Res}_{s=0} \left[\frac{g \cos \theta}{s^2(s + \omega_0)} e^{-t_0 s} e^{st} \right] = \left[\frac{g(t-t_0)}{\omega_0} - \frac{g}{2\omega_0} \right] \cos \theta;$$

因此

$$y(t) = \frac{Dg \cos \theta}{\omega_0} [1 - e^{-\omega_0(t-t_0)}] - \frac{g \cos \theta}{\omega_0} [e^{-\omega_0(t-t_0)} - 1] - \frac{g \cos \theta}{\omega_0} (t-t_0) = \frac{g \cos \theta}{\omega_0} \left(D + \frac{1}{\omega_0} \right) [1 - e^{-\omega_0(t-t_0)}] - \frac{g \cos \theta}{\omega_0} (t-t_0)$$

用同样的方法可解得

$$x(t) = \frac{g \sin \theta}{\omega_0} \left(D + \frac{1}{\omega_0} \right) [1 - e^{-\omega_0(t-t_0)}] - \frac{g \sin \theta}{\omega_0} (t-t_0)$$

显然有 $y(t_0) = 0$ 为求抛掷周期, 令 $y(t) = 0$, 得

$$\left(D + \frac{1}{\omega_0} \right) [1 - e^{-\omega_0(t-t_0)}] = (t-t_0),$$

即

$$e^{-\omega_0(t-t_0)} = 1 - \frac{t-t_0}{\left(D + \frac{1}{\omega_0} \right)} \quad (3)$$

对固定的 D 和 ω_0 , 方程(3)的解是曲线

$$y(t) = e^{-\omega_0(t-t_0)}$$

和直线

$$y(t) = 1 - \frac{t-t_0}{\left(D + \frac{1}{\omega_0} \right)}$$

的交点的横坐标 $(T+t_0)$, 由此可求出固相颗粒的抛掷周期 T , 如图 2 易见, 抛掷指数 D 越大, 直线斜率的绝对值 $|1/(D+1/\omega_0)|$ 越小, 交点越向右移动, 此时抛掷周期越长

当 ω_0 增大, 指数曲线变低, 有使 T 增大的趋势; 同时直线斜率的绝对值变大, 又有使 T 变小的趋势。因此, 通过数值求解, 即取一系列 D 和 ω_0 值, 求上述曲线和直线的交点横坐标, 可以探求 T 与 D 和 ω_0 的依赖关系, 由于 $D = \frac{2}{\sin \theta} \frac{f}{g \cos \theta}$, $\omega_0 = f/m$, 也就能够数值求解 T 与

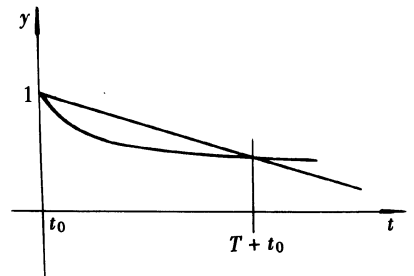


图 2 抛掷周期示意图

、 θ_0 、 f 、 m 等参数的依赖关系 根据实际需要, 如对固定的筛面的倾角 θ_0 , 固定的激振振幅和激振方向与筛面的夹角 α , 以及固定的阻尼系数 f , 可以数值求解 T 与 θ_0 和 m 的依赖关系 若取 m 为岩屑颗粒的平均质量, 则可优化角速度 ω , 采用使抛掷周期达到最大的 ω , 以减少颗粒与筛面的碰撞次数

再来分析颗粒的抛掷高度, 即是求 $y(t)$ 的驻点, 解

$$\text{有 } \frac{g \cos \theta_0}{0} \left(D + \frac{1}{0} \right) e^{-\omega(t-t_0)} - \frac{g \cos \theta_0}{0} = 0, \quad (D + 1) e^{-\omega(t-t_0)} = 1,$$

$$\text{得 } t - t_0 = \frac{1}{\omega} \ln(D + 1)$$

这说明在 t_0 时起跳的颗粒, 最高抛掷高度在 $t = t_0 + \frac{1}{\omega} \ln(D + 1)$ 达到, 此最高高度等于:

$$y_{\max} = y \left(t_0 + \frac{1}{\omega} \ln(D + 1) \right) = \frac{g \cos \theta_0}{0} \left(D + \frac{1}{0} \right) \left(1 - \frac{1}{D + 1} \right) - \frac{g \cos \theta_0}{2} \ln(D + 1),$$

这里假定颗粒在抛掷过程中没有与其它颗粒发生碰撞

若将颗粒的抛掷运动轨迹近似地认为是对称的抛物线, 则得到抛掷周期的另一种估计式:

$$T = \frac{2}{\omega} \ln(D + 1), \quad (4)$$

可见, 抛掷周期 T 按对数律随 D 值增大而增大 利用(4)式也可直接计算抛掷周期关于 D 和 θ_0 的依赖关系, 进而探求 T 与 m 、 ω 等参数的依赖关系

将抛掷周期 T 值代入 $x(t)$ 的表达式, 则可求出抛掷距离 $x(T)$, 从而分析抛掷距离与振动筛或岩屑颗粒诸参数的依赖关系

3 结 论

通过本文的分析和计算得出以下几条结论:

在图 1 所示的坐标系下, 直线振动筛筛面上固相颗粒的抛掷运动规律满足微分方程 (1), 本文给出该方程的解析解;

本文给出了固相颗粒的抛掷周期 T 关于振动筛各参数及 m 等颗粒参数的依赖关系的计算方法, 包括求曲线 $y(t) = e^{-\omega(t-t_0)}$ 和直线 $y(t) = 1 - (t - t_0)/(D + 1/\omega)$ 的交点的横坐标 $(T + t_0)$ 或直接用(4)式进行计算两种方法;

本文给出了固相颗粒的抛掷距离与各有关参数依赖关系的计算方法

通过研究以上各种依赖关系, 可以优化振动筛的结构设计和工作参数

[参 考 文 献]

- [1] 赵国珍, 张明洪, 李君裕. 钻井振动筛工作理论与测试技术[M]. 北京: 石油工业出版社, 1996, 84-92.
- [2] 龚伟安. 钻井液固相控制技术与设备[M]. 北京: 石油工业出版社, 1995, 136-146.
- [3] 章棣. 分离机械选型与使用手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998, 33-47.
- [4] 陈家琅, 刘永建, 岳湘安. 钻井液流动原理[M]. 北京: 石油工业出版社, 1997, 1-3.
- [5] Hoberock L L. Dynamics of shakers affect performance[J]. Oil & Gas. 1981, 21: 80-87.
- [6] Manohar Lal. Solids conveyance dynamics and shaker performance[A]. In: Symposium on Form a-

tion Damage Control [C] . Feb 26_27, 1986, Lafayette, Louisiana: SPE 14389, 1988, 1 11.

[7] Hoberock L L. Modern shale shakers are key to improved drilling[J] . Oil & Gas, 1981, 23: 107 113.

Research of Regularity of Throwing Movement for Solid Particle on the Shaker s Screen

YAO Heng_shen¹, DU Jian², ZHANG Ming_hong³

(1 Department of Computer Science, Southwest Petroleum Institute,
Nanchong, Sichuan 637001, P R China;

2 Department of Industrial Automation, Southwest Petroleum Institute,
Nanchong, Sichuan 637001, P R China;

3 Department of Mechine Engineering, Southwest Petroleum Institute,
Nanchong, Sichuan 637001, P R China)

Abstract: By means of Delta_function & unit step function to express the force of solid particle on plane inertial shaker s screen, a mathematics model of the differential equation type was set up and solved. According to analysis of the solution, the relation is given between the throw period & displacement with the parameters of shaker design & solid particle. The method of numerical value calculation & analysis for the relation is given too.

Key words: petroleum; drilling fluid; shaker; Delta_function; unit step function; differential equation; numerical value calculation