

文章编号: 1000-0887(2002) 06-0576-07

# 具有蒸发液滴两相介质近壁流动的 的数学分析\*

王柏懿<sup>1</sup>, A.N. 欧西普措夫<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 力学研究所 非线性力学国家重点实验室, 北京 100080;

2. 俄罗斯莫斯科大学 力学研究所, 莫斯科 119899)

( 苻 贵 推 荐 )

摘要: 在双连续介质理论框架下, 采用匹配渐进展开方法导出并求解了具有蒸发液滴的汽雾流中层流边界层方程, 给出了控制汽雾流的相似判据. 对于沿曲面的流动, 边界层方程的形式取决于是否存在液滴的惯性沉积. 给出了热钝体驻点附近蒸汽\_液滴边界层的数值计算结果. 它们表明: 由于蒸发, 在边界层内近壁处形成了一个无液滴区域; 在该区上边界处, 液滴半径趋于零而液滴数密度急剧增高. 液滴蒸发及聚集的联合效应造成了表面热流的显著增加, 甚至在自由来流中液滴质量浓度很低时此效应依然存在.

关键词: 两相介质; 近壁流动; 汽雾边界层; 液滴蒸发; 传热增强; 聚集效应

中图分类号: O359 文献标识码: A

## 引 言

优化各类热力装置(蒸汽发电机、热交换器等)和开发薄膜技术(例如, 采用两相射流的技术)均要求发展气液两相混合介质近壁流动的数学模型. 即使是稀相体系, 两相近壁流动的结构亦有相当显著的差异. 因此, 依照所考虑的因素(液滴惯性、相变、液膜形成等等), 需要研究各类特定的数学模型.

El' pirin<sup>[1]</sup>和Hishida 等人<sup>[2]</sup>曾从实验上观测到集管和平板情况下的汽雾流传热增强现象. Bhatti 和 Savery<sup>[3]</sup>则研究了在气体边界层中运动的单液滴蒸发问题. Heyt 和 Larsen<sup>[4]</sup>在单速度流体模型的框架下考虑了具有瞬时蒸发小液滴的汽雾边界层流动. Osipov 和 Shapiro<sup>[5]</sup>采用自洽的双流体模型分析了气体与蒸发液滴混合物流经半无限长热平板的 Blasius 问题, 并解释了 Hishida 实验的数据. 本文将通过渐近展开和数值计算的方法研究在蒸汽\_液滴流中热钝体表面上形成的边界层以及液滴蒸发对其的影响.

## 1 气体\_液滴流动的数学模型

我们考虑一个气体与液滴的混合物在一个热的固体表面(其温度  $T_w^*$  恒定)附近的低速二

\* 收稿日期: 2001\_07\_30; 修订日期: 2002\_01\_29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972069)

作者简介: 王柏懿(1941—), 女, 浙江绍兴人, 研究员, 主要研究领域为高速气体动力学、低温等离子体动力学和多相介质流体力学.

维定常流动。这里,气相是液滴蒸汽形成的不可压气体。球形液滴的尺寸完全相同,但半径  $\sigma^*$  和质量  $m^*$  随时间而减小(本文中  $*$  号表示有量纲物理量,以便与相应的无量纲量区别)。由于仅考虑稀相两相介质,液滴的体积分数和分压以及相互碰撞可忽略不计。本文采用 Klyachko 和 Ranz-Marschall 型公式<sup>[6]</sup> 来描述两相之间的动量和能量交换,因此对于单球而言,阻力  $f_s$  和热流  $q_s$ (本文中下标  $s$  表示液滴参数)的表达式为:

$$\begin{cases} f_s = 6\pi\sigma^* \mu^* (V^* - V_s^*) (1 + Re_s^{2/3}/6), \\ q_s = 4\pi\sigma^* \lambda^* (T^* - T_s^*) (1 + 0.3Re_s^{1/2} Pr^{1/3}), \end{cases} \quad (1)$$

其中  $Pr$ 、 $\mu^*$  和  $\lambda^*$  为气体的 Prandtl 数、粘性系数和导热系数。而  $Re_s = 2\sigma^* \rho^* |V^* - V_s^*| / \mu^*$  为绕单个液滴的流动 Reynolds 数。应当说明的是表达式(1)中的修正因子没有计入蒸发效应,在本文所考虑的小蒸发情况下,这个假定成立。此外,我们假设输运系数为常数,而且在液滴表面满足平衡蒸发条件。这样,相间交界面温度与周围蒸汽压  $p^*$  的关系为:

$$\frac{p^*}{p_\infty^*} = \exp\left[\frac{H}{RT_\infty^*} \left(1 - \frac{T_\infty^*}{T_\Sigma^*}\right)\right], \quad (2)$$

其中  $H$  为蒸发潜热,  $R$  为气体常数,下标  $\infty$  和  $\Sigma$  分别表示自由来流和液滴表面处参数。这里我们认为在自由来流中达到了相平衡。对于本文所考虑的低速情况,我们有  $U_\infty^2 \ll H$ 。这样,不难证明液滴内部温度分布是均匀的,而且在整个流动中液滴温度不变并等于自由来流温度。如果相间质量交换完全由蒸发效应控制,那么单位时间内从每个液滴表面蒸发的质量通量值  $J^*$  为:

$$J^* = q_s^* / H. \quad (3)$$

我们在双向耦合的双流体模型框架下,给出蒸汽-液滴混合物的控制方程,这里采用贴体坐标系  $(x^*, y^*)$ , 其中  $x^*$  轴沿固体表面(在一般情况下,它是一个曲面),而  $y^*$  轴沿表面法线方向。为方便之,引入下述无量纲变量:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad p = \frac{p^*}{\rho^* U_\infty^2}, \quad u = \frac{u^*}{U_\infty^*}, \quad v = \frac{v^*}{U_\infty^*}, \\ T &= \frac{T^* - T_w^*}{T_\infty^* - T_w^*}, \quad \sigma = \frac{\sigma^*}{\sigma_\infty^*}, \quad n_s = \frac{n_s^*}{n_{s\infty}^*}, \end{aligned}$$

其中  $L$  为表面的特征长度,  $\rho^*$  为气体密度,  $n_s^*$  为液滴数密度,而下标  $w$  表示固壁处参数值。这样,无量纲控制方程为:

载气相

$$\begin{cases} \operatorname{div} V = -\alpha\beta n_s [a(T - T_s)G], \\ (V \cdot \nabla) V + \nabla p = \varepsilon \Delta V - \alpha\beta n_s (V - V_s) [D - a(T - T_s)G], \\ (V \cdot \nabla) T = \frac{\varepsilon}{Pr} \Delta T - \varepsilon c \Omega - \alpha\beta n_s \left[ \frac{2}{3Pr} (T - T_s) G + Ec |V - V_s|^2 D - \frac{Ec}{2} |V - V_s|^2 a(T - T_s)G - a(T - T_s)^2 G \right]; \end{cases} \quad (4)$$

弥散相

$$\begin{cases} \operatorname{div}(n_s V_s) = 0, \quad \sigma (V_s \cdot \nabla) \sigma = \beta a(T - T_s)G/3, \\ \sigma^2 (V_s \cdot \nabla) V_s = \beta (V - V_s)D, \quad (V_s \cdot \nabla) T_s = \frac{2\delta}{3Pr} \beta (T - T_s)G; \end{cases} \quad (5)$$

以及

$$\begin{cases} D = 1 + (\sigma Re_0)^{2/3} |V - V_s|^{2/3} / 6, \\ G = 1 + 0.3 (\sigma Re_0)^{1/2} Pr^{1/3} |V - V_s|^{1/2}, \\ \Omega = 2(e_{xx}^2 + 2e_{xy} + e_{yy}^2), \end{cases} \quad (6)$$

这里,  $Re_0$  为基于液滴直径的 Reynolds 数, 而  $e_{ij}$  为应变率张量分量. 表面处的边界条件为  $u = v = T = 0$ , 而且忽略液滴反射. 当  $U_\infty^2 \ll H$  时, 有  $T_s = 1$ , 于是液滴温度方程不再需要. 控制方程(4)和(5)中包含下列相似判据:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{Re} = \frac{\mu^*}{\rho^* U_\infty L}, \quad Pr = \frac{C_p^* \mu^*}{\lambda^*}, \quad Ec = \frac{U_\infty^2}{C_p^* (T_w^* - T_\infty^*)}, \quad \alpha = \frac{\rho_{s\infty}^*}{\rho^*}, \\ \beta &= \frac{6\pi\sigma_\infty^* \mu^* L}{m_\infty^* U_\infty}, \quad \delta = \frac{C_p^*}{C_s^*}, \quad a = \frac{2C_p^* (T_w^* - T_\infty^*)}{3PrH}, \quad Re_0 = \frac{2\sigma_\infty^* U_\infty \rho^*}{\mu^*}, \end{aligned}$$

这里,  $Ec$  为 Eckert 数. 显然, 对于蒸汽-液滴两相混合物来说, 影响其动力学性态的相似准则, 除了有 3 个 ( $Re$ ,  $Pr$  和  $Ec$ ) 和通常的粘性流体情况一样外, 还出现了 5 个新的准则: 1) 参数  $\alpha$  表征自由来流中弥散相的质量载荷率; 2) 参数  $\beta$  表征液滴惯性大小程度; 3) 参数  $\delta$  表征气体与液滴比热之比; 4) 参数  $a$  表征液滴蒸发效应; 5) 参数  $Re_0$  表征液滴阻力对 Stokes 阻力的最大偏离. 从应用角度来看, 典型的参数值量级为:

$$\begin{aligned} Re \gg 1, \quad Pr = O(1), \quad Ec \ll 1, \quad \alpha \leq O(1), \quad \beta = O(1), \\ \delta = O(1), \quad a \leq O(1), \quad Re_0 \leq O(1). \end{aligned}$$

此外, 如果我们现在考虑最实际的情况, 那么还有另外一个量级的估计:  $\alpha\alpha \ll 1$ . 如果计入这些量级估计因素, 并忽略一些带有  $Ec$ 、 $\alpha\alpha$  等小量的项, 那么控制方程还可以进一步简化.

## 2 气雾边界层的数学表述

当  $Re \gg 1$  时, 小参数  $\varepsilon$  出现在控制方程(4)和(5)的二阶导数项前面. 根据奇异摄动理论, 整个流场可以分为两个区域:“外部”无粘流和“内部”边界层. 本文仅考虑层流问题, 要给出边界层方程(这里必须计入粘性效应)和边界条件(使得粘性流和无粘流相互匹配). 这样, 要求事先确定外部流动在壁面附近的渐近行为. 一般而言, 绕钝体的无粘蒸汽-液滴流动本身就是多相流体动力学的一个重要课题. 由于本文目标是研究边界层, 因此为简单起见, 我们考虑  $Ec \ll 1$  情况. 这样, 由外部解可知  $T = \sigma = 1$ , 而且其它参数和气固两相流的结果一致, 后者可采用 Lagrange 方法数值求得<sup>[7]</sup>. 这里仅简述一下将会影响内部边界层流动性态的若干外部流特征. 对于一个曲面而言, 由于液滴的惯性效应, 它们的轨道不会与固体表面重合. 这里存在一个阈值  $\beta^0$ , 它将区分两种不同的流动区制<sup>[8]</sup>: 1) 当  $\beta < \beta^0$  时, 液滴轨道“插入”表面. 换言之, 液滴以有限的横越速度进入边界层, 这是“惯性沉积区”. 2) 当  $\beta \geq \beta^0$  时, 液滴不会沉积在固壁上, 它们的轨道包络着表面. 在这种无惯性沉积的区制中, 边界层内两相介质的横越速度具有相同的量级. 这时, 随着趋近固壁液滴浓度急剧增加. 根据外部解<sup>[9]</sup>可知,  $n_s$  按照  $1/y^\gamma$  规律趋于无限大 ( $y$  为离表面的无量纲距离). 奇异性  $\gamma$  的变化范围为  $0 < \gamma < 2 - \sqrt{2}$  (对于平面流动) 或者  $0 < \gamma < 3 - \sqrt{6}$  (对于轴对称流动). 由于该奇点是可积的, 液滴间平均距离维持为有限值, 因而液滴无碰撞假设依然成立. 综上所述, 弥散相在近壁区内的渐进性态将依据于液滴是否有惯性沉积而显著不同. 外部流的这种特征导致了两种情况下边界层近似有完全不同的数学表述.

### 2.1 有惯性沉积区制 ( $\beta < \beta^0$ )

假设固体表面处两相参数可由外部无粘解给出(下标 e 表示边界层外缘参数):

$$v_e = 0, T_e = \sigma_e = 1, \\ u_e(x), u_{se}(x), v_{se}(x), n_{se}(x), p_e(x) \sim O(1),$$

边界层方程可采用匹配渐近展开方式<sup>[10]</sup>构造。这里, 纵坐标变换为  $\eta = y/\varepsilon^{1/2}$ , 而流动参数采用下述展开形式( $\varepsilon \rightarrow 0, x$  和  $\eta$  固定):

$$u_0(x, \eta) + \dots, \varepsilon^{1/2} v_0(x, \eta) + \dots, p_0(x, \eta) + \dots, T_0(x, \eta) + \dots, \\ u_{s0}(x, \eta) + \dots, v_{s0}(x, \eta) + \dots, \sigma_0(x, \eta) + \dots, n_{s0}(x, \eta) + \dots$$

将这些展开式代入方程(4)和(5)并保留主导项, 我们便得到  $Ec \ll 1$  情况下的边界层方程(这里略去了下标 0):

$$\begin{cases} \partial u/\partial x + \partial v/\partial \eta = \alpha \beta n_{se} [a(1-T)G_i], \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{dp_e}{dx} = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \alpha \beta n_{se} (u - u_{se}) [D_i + a(1-T)G_i], \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \alpha \beta n_{se} (1-T) G_i \left[ \frac{2}{3Pr} + a(1-T) \right], \\ \partial p/\partial \eta = \partial u_s/\partial \eta = \partial v_s/\partial \eta = \partial n_s/\partial \eta = \partial \sigma/\partial \eta = 0, \end{cases} \quad (7)$$

同时

$$\begin{cases} D_i = 1 + Rb [(u - u_{se})^2 + v_{se}^2]^{1/3}, \\ G_i = 1 + 0.3 Re_0^{1/2} Pr^{1/3} [(u - u_{se})^2 + v_{se}^2]^{1/4}, \end{cases} \quad (8)$$

这里  $Rb = (Re_0)^{2/3}/6$  为等价于  $Re_0$  的相似参数。边界条件和匹配条件则为:

$$\begin{cases} \eta = 0: u = v = T = 0, \\ \eta \rightarrow \infty: u \rightarrow u_e, u_s \rightarrow u_{se}, v_s \rightarrow v_{se}, n_s \rightarrow n_{se}, T \rightarrow 1, \sigma \rightarrow 1. \end{cases} \quad (9)$$

如果在固壁上形成了液膜, 方程(7)在液膜之上依然成立。但是, 这时需要采用质量、动量和能量通量连续条件来确定液膜上的边界条件。

## 2.2 无惯性沉积区制 ( $\beta \geq \beta^0$ )

如前所述, 为了构造边界层方程,  $n_{se}(x)$  在固壁附近的性态必须已知, 而且前人的数值计算表明近壁处  $n_{se}(x)$  无限增长。到目前为止, 人们只是在液滴对气体外部流参数影响可忽略的情况下, 确定了奇异性  $\gamma$  的大小。这时, 可以假定  $\alpha \sim \varepsilon^{\gamma/2} \ll 1$ , 而且边界层内弥散相法向速度和密度的展开应采用下述形式:

$$\varepsilon^{1/2} v_{s0}(x, \eta) + \dots, \varepsilon^{-\gamma/2} n_{s0}(x, \eta) + \dots,$$

其它参数的展开与  $\beta < \beta^0$  情况下相同。这样, 所给出的边界层方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \eta} = \varepsilon^{-\gamma/2} \alpha \beta n_s [a(1-T)G_i], \quad (10a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{dp_e}{dx} = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \varepsilon^{\gamma/2} \alpha \beta n_s (u - u_s) [D_i + a(1-T)G_i], \quad (10b)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \varepsilon^{\gamma/2} \alpha \beta n_s (1-T) G_i \left[ \frac{2}{3Pr} + a(1-T) \right], \quad (10c)$$

$$\frac{\partial n_s u_s}{\partial x} + \frac{\partial n_s v_s}{\partial \eta} = 0, \quad \alpha u_s \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \alpha v_s \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} = -\frac{\beta}{3} [a(1-T)G_i], \quad (10d, e)$$

$$\sigma^2 u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + \sigma^2 v_s \frac{\partial u_s}{\partial \eta} = \beta (u - u_s) D_i, \quad (10f)$$

$$\sigma^2 u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + \sigma^2 v_s \frac{\partial v_s}{\partial \eta} = \beta(v - v_s) D_i - \frac{\sigma^2 u_s^2}{Re^{V/2}}, \quad (10g)$$

$$\text{同时} \quad D_i = 1 + Rb(u - u_{se})^{2/3}, \quad G_i = 1 + 0.3Re_0^{V/2} Pr^{V/3} (u - u_{se})^{1/2}, \quad (11)$$

其中  $R = R^*(x)/L$  为固体表面的无量纲曲率半径。边界条件和匹配条件为:

$$\begin{cases} \eta = 0: u = v = T = 0, \\ \eta \rightarrow \infty: u \rightarrow u_e, \quad u_s \rightarrow u_{se}, \quad \eta^{\gamma} n_s \rightarrow d, \quad \frac{\partial v_s}{\partial \eta} \rightarrow \frac{\partial v_s}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad T \rightarrow 1, \quad \sigma \rightarrow 1, \end{cases} \quad (12)$$

其中  $d$  为量级为 1 的常数<sup>[9]</sup>。

### 3 汽雾边界层的数值计算结果

作为一个典型问题, 这里考虑钝体驻点附近的汽雾边界层。从方程(7)可知, 对于沉积区制 ( $\beta < \beta^0$ ), 液滴在穿越气体边界层时维持由外部解所求得的参数值。与之对照的是, 方程(10)表明对于无沉积区制 ( $\beta \geq \beta^0$ ), 弥散相方程在边界层内是无法简化的。对此, 我们采用渐近方法和数值计算来确定汽雾边界层结构并确定微细液滴存在对壁面传热特性的影响。

对于小  $x$  值(即钝体对称轴附近), 外部解在毗邻表面处可表示为:

$$\begin{aligned} u_e(x) &= u_1 x + \dots, \quad v_e(x) = -2^j u_1 y + \dots, \\ u_{se}(x) &= u_{s1} x + \dots, \quad v_{se}(x) = v_{s1} y + \dots, \quad n_{se} \sim d_1 / y^{\gamma}, \end{aligned}$$

其中下标 1 表示驻点值, 而  $j = 0$  和 1 分别表示平面流和轴对称流。对于弥散相还可以得到下述关系式<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} u_{s1} = -0.5\beta(1 - \sqrt{1 + 4u_1/\beta}), \\ v_{s1} = -0.5\beta(1 - \sqrt{1 - 4u_1/\beta}), \quad \gamma = 1 + u_{s1}/v_{s1}, \end{cases} \quad (13)$$

这里, 常数  $u_1$  和  $d_1$  必须根据整个流动区域的“全局”解来确定, 而且它们依赖于物体的几何形状(例如, 对于球的情况有  $u_1 = 3/2$ )。

在驻点附近, 边界层方程的局部解采用下述渐近展开形式(其中  $z = \eta \sqrt{u_1}$ ):

$$\begin{aligned} u(x, \eta) &= u_1 x f(z) + \dots, \quad v(\eta) = -u_1 \eta g(z) + \dots, \quad T = \theta(z) + \dots, \\ u_s(x, \eta) &= u_{s1} x f_s(z) + \dots, \quad v_s(x, \eta) = -v_{s1} \eta g_s(z) + \dots, \\ \sigma &= \sigma(z) + \dots, \quad n_s(x, \eta) = \phi_s(z) / \eta^{\gamma} g_s(z) + \dots \end{aligned}$$

将这些展开式代入边界层方程, 我们便给出一个边值问题:

$$\begin{cases} \frac{dg}{dz} = \frac{2f - g}{z}, \quad \frac{d^2 f}{dz^2} = f^2 - gz \frac{df}{dz} - 1 + \beta_1 A \frac{\phi_s \sigma}{g_s z^{\gamma} (f - b_1 f_s)}, \\ \frac{d^2 \theta}{dz^2} = \frac{2}{3} \beta_1 A \frac{\sigma \phi_s}{z^{\gamma} g_s} (\theta - 1) - Pr \, gz \frac{d\theta}{dz}, \quad \frac{df_s}{dz} = \frac{\beta_1 (b_1 f_s - f) + b_1^2 \sigma f_s^2}{b_1 b_2 \sigma^2 g_s z}, \\ \frac{d\phi_s}{dz} = \frac{2^j b_1 f_s \phi_s}{b_2 g_s z} - \frac{(1 - \gamma) \phi_s}{z}, \quad \frac{dg_s}{dz} = \frac{\beta_1 (b_2 g_s - g)}{b_2^2 \sigma^2 g_s z} - \frac{g_s}{z}, \quad \frac{d\sigma^2}{dz} = \frac{2a\beta_1(1 - \theta)}{3b_2 g_s z}, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $A = \alpha d_1 u_1^{V/2} / \epsilon^{\gamma/2}$ ,  $\beta_1 = \beta / u_1$ ,  $b_1 = u_{s1} / u_1$ ,  $b_2 = v_{s2} / u_1$ 。相应的边界条件和匹配条件为:

$$\begin{cases} z = 0: f = g = \theta = 0, \\ z \rightarrow \infty: f_s = g_s = \theta = \phi_s = \sigma = 1. \end{cases} \quad (15)$$

显然, 液滴对气相参数的影响与参数  $A$  成比例。对于汽雾流, 甚至当自由来流中液滴质

量浓度  $\alpha$  很小时,  $A$  亦可能为有限值, 这是因为  $A$  与比值  $\alpha/\varepsilon^{3/2}$  成比例. 常微分方程(14) 可以采用有限差分方程数值求解. 图 1 给出当  $A = 0.4$ 、 $\beta_1 = 8.1$  和  $a = 0.3$  时, 球体表面边界层参数的剖面分布, 包括蒸汽温度  $\theta$ 、液滴浓度  $n_s$  和液滴半径  $\sigma$ . 我们的数值计算表明: (1) 当  $a > 0$  时, 液滴蒸发, 近壁区内出现一个纯蒸汽层. (2) 纯蒸汽层的无量纲厚度  $z_v$  主要依赖于参数  $a$ , 而随参数  $A$  和  $\beta_1$  的变化甚小. (3) 随着  $a$  增大, 厚度  $z_v$  亦增加, 且在  $a = 1$  时略小于 1. 从图 1 还可以看到, 随着趋于纯蒸汽层外缘, 液滴半径  $\sigma$  在距壁面的有限距离  $z_v$  处逐渐减小为零, 但是液滴数密度  $n_s$  显著增加并在  $z = z_v$  处取有限值. 此外, 数值计算还表明: 在我们所考虑的参数范围内, 液滴对气相的速度场影响很小. 为说明液滴对温度场的影响, 图 1 中的虚线示出了边界层内无液滴时的温度剖面. 可以看到, 有液滴蒸发时的蒸汽温度剖面变得更加“饱满”, 这将改变驻点处传热特性. 图 2 的结果显示了驻点传热增强现象. 这里  $a = 0.3$ , 而  $\beta_1 = 8.1$  (曲线 1) 和 13 (曲线 2). 纵坐标  $Nu/Nu_0$  为汽雾流中驻点处 Nusselt 数与纯气体流中相应值之比. 这些曲线说明甚至在自由来流中仅有很低浓度的微细液滴存在时, 固壁热流也将急剧增加 (高达数倍). 当然, 液滴效应也与无量纲参数  $A$  成比例, 但是液滴蒸发显著地增强这种效应. 比较图 2 中的两条曲线表明了初始液滴半径  $\sigma_\infty^*$  的减小, (从而造成参数  $\beta$  的增加) 所造成的热流变化并不大.

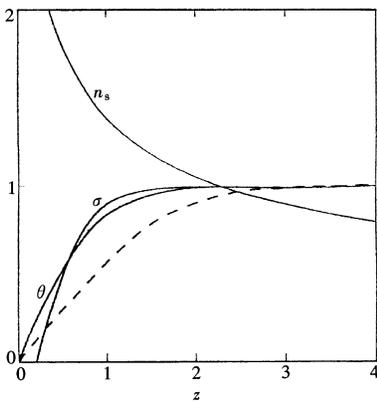


图 1 对称轴处液滴参数分布

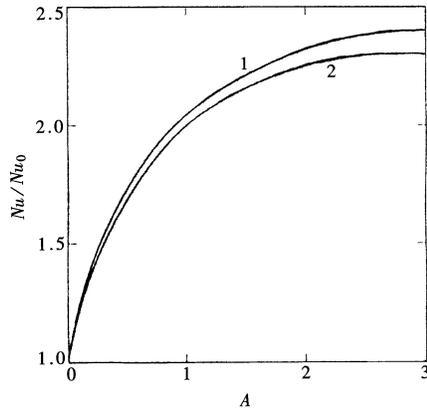


图 2 驻点处的传热

## 4 结 论

本文发展了汽雾流动情况下的两相边界层理论, 其中计及液滴蒸发效应. 对于蒸汽-液滴混合物, 边界层近似的数学表述不能遵循常规程序, 它要求统一考虑外部无粘解在壁面附近的渐近性态. 采用渐近展开和数值方法可以研究汽雾边界层在钝体驻点附近的特征. 本文数值结果表明了在边界层内可以出现一个无液滴区, 在该区外缘处液滴数密度急剧增大. 液滴聚集与蒸发的联合效应可以造成表面传热显著增加, 即使在自由来流中液滴质量载荷率甚低情况下热流增强现象依然存在.

### [参 考 文 献]

- [1] El pirin I T. Heat transfer of two-phase flow with a tube bundle[J]. Inzh-Fiz Zh, 1961, 4(8): 30—35.
- [2] Hishida K, Maeda M, Ikai S. Heat transfer from a flat plate in two-component mist flow[J]. Trans

- ASME J Heat Transfer, 1980, **102**(3): 513—518.
- [3] Bhatti M S, Savery C W. Augmentation of heat transfer in laminar external gas boundary layer by vaporization of suspended droplets[J]. Trans ASME J Heat Transfer, 1975, **97**(2): 179—184.
- [4] Heyt J M, Larsen P S. Heat transfer to binary mist flow[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1971, **14**(12): 1395—1407.
- [5] Osipov A N, Shapiro E G. Heat transfer in the boundary layer of a “gas\_evaporating drops” two-phase mixture[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1993, **36**(1): 71—78.
- [6] Nigmatulin R I. Dynamics of Multiphase Media [M]. New York: Hemisphere, 1990.
- [7] Osipov A N, Rozin A V, Wang B Y. Novel Lagrangian method for calculating the particle concentration in dusty\_gas flows[A]. In: ISMF' 97[C]. Beijing, 1997, 65—72.
- [8] Voloshchuk V M. Introduction to Hydrodynamics of Coarsely Dispersed Aerosols [M]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1971.
- [9] Osipov A N. Investigation of regions of unbounded growth of particle concentration in dispersed flows[J]. Izv Akad Nauk SSSR, Mekh Zhidk Gaza, 1984, (3): 46—52.
- [10] Cole J D. Perturbation Methods in Applied Mathematics [M]. Waltham M A: Blaisdell, 1972.

## Mathematical Modeling of Near\_Wall Flows of Two\_Phase Mixture With Evaporating Droplets

WANG Bo\_yi<sup>1</sup>, A. N. Osipov<sup>2</sup>

(1. LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P R China;

2. Institute of Mechanics, Moscow State University, Moscow 119899, Russia)

**Abstract:** In the framework of the two\_continuum approach, using the matched asymptotic expansion method, the equations of a laminar boundary layer in mist flows with evaporating droplets were derived and solved. The similarity criteria controlling the mist flows were determined. For the flow along a curvilinear surface, the forms of the boundary layer equations differ from the regimes of presence and absence of the droplet inertia deposition. The numerical results were presented for the vapor\_droplet boundary layer in the neighborhood of a stagnation point of a hot blunt body. It is demonstrated that, due to evaporation, a droplet\_free region develops near the wall inside the boundary layer. On the upper edge of this region, the droplet radius tends to zero and the droplet number density becomes much higher than that in the free stream. The combined effect of the droplet evaporation and accumulation results in a significant enhancement of the heat transfer on the surface even for small mass concentration of the droplets in the free stream.

**Key words:** two\_phase mixture; near\_wall flow; mist boundary layer; droplet evaporation; heat transfer; accumulation effect