

文章编号: 1000-0887(2002) 07-0749-10

# 无粘性土的应力矢量本构模型( II ) ——应用\*

史宏彦<sup>1</sup>, 谢定义<sup>2</sup>, 白琳<sup>1</sup>

(1. 广东工业大学 建设学院, 广州 510643; 2. 西安理工大学 岩土工程研究所, 西安 710048)

(陈正汉推荐)

**摘要:** 将史宏彦等提出的无粘性土的应力矢量本构模型应用于分析多种复杂应力路径下材料的变形问题。结果表明, 此模型不仅能够很好地反映无粘性土的应力应变非线性、硬化性、剪缩剪胀性、与应力路径的相关性、主应力与主应变增量方向之间的非共轴性以及球偏应力与变形的耦合性等主要变形特性, 而且也能够同时考虑主应力轴的旋转和中主应力对土的变形及强度的影响。模型预测结果与试验结果之间的良好吻合表明了该模型的广泛适用性。

**关键词:** 无粘性土; 主应力轴旋转; 应力矢量; 本构模型; 应用

**中图分类号:** TU431 **文献标识码:** A

## 引 言

笔者在文献[1]中提出了一种新的、适用于无粘性土的应力矢量本构模型。该模型主要利用了应力矢量作用效应等效分解的思想。具体讲来, 在平面应变条件下, 应力矢量的作用效应可以等效分解为球应力(即平均有效应力)作用效应和应力比矢量(偏应力矢量与球应力之比)作用效应的叠加。这样, 应力状态的变化所产生的应变增量就等于平均有效应力的变化、应力比矢量的数量变化和方向变化(即主应力轴旋转)各自产生的应变增量之和。即

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^c\} + \{d\varepsilon^s\} + \{d\varepsilon^r\} = [D]\{d\sigma\}, \quad (1)$$

式中,  $\{d\varepsilon^c\}$ 、 $\{d\varepsilon^s\}$  和  $\{d\varepsilon^r\}$  分别代表球应力的变化、应力比矢量的数量和方向变化产生的应变增量;  $[D]$  为应力-应变矩阵。在三维条件下, 通过将一般应力张量 $\{\sigma\}$ 分解为三个部分应力张量(机构) $[\sigma]_i (i = 1 \sim 3)$ <sup>[2]</sup>, 并利用式(1)和多机构模型<sup>[2]</sup>, 可得到如下本构关系

$$\{d\varepsilon\} = \sum_{i=1}^3 \{d\varepsilon\}_i. \quad (2)$$

式中,  $\{d\varepsilon\}$  为三维应力条件下的应变增量;  $\{d\varepsilon\}_i$  为第  $i$  个机构 $[\sigma]_i$  产生的应变增量, 由式(1)确定。此外, 为了使上述模型具有较宽广的适用性和灵活性, 笔者还采用了松岗元(Matsuoka)<sup>[3]</sup>、Rowe<sup>[4]</sup>及能量平衡三种应力-剪胀关系。式(1)和(2)的具体计算方法可参见文献[1]。

本文将该模型应用于多种应力路径下材料的变形分析, 并通过与大量试验结果比较, 验

\* 收稿日期: 2001\_08\_30; 修订日期: 2002\_01\_20

作者简介: 史宏彦(1962—), 男, 陕西汉中, 副教授, 博士。

证该模型的合理性和应用的广泛性。文中涉及到的试验材料及本构参数<sup>[3,5]</sup>见表1。该表中的铝棒试样是由直径1.6mm和3.0mm、长50mm的铝棒堆积而成。应当指出的是,由于在绝大多数应力路径下采用三种应力-剪胀关系计算出的结果差别不大,故对有些路径只给出了按某种剪胀关系的计算结果。此外,限于篇幅,在此仅给出部分应用结果,更详细的资料可参见文献。

表1 本构参数

材 料	本 构 参 数						
	$C_c/(1+e_0)(\%)$	$C_s/(1+e_0)(\%)$	$G_0$	$\lambda$	$\mu$	$\phi(\text{度})$	$\phi_t(\text{度})$
铝 棒	1.2		322.6	0.8	0.19	24	17.57
Toyoura 砂	0.928/1.3*	0.578	434.8	1.2	0.2	40	26.57

\* 0.928及1.3分别表示排水三轴和单剪条件的值。

## 1 应力矢量本构模型模拟静荷作用

### 1.1 沿 Mohr 应力圆径向加载

试验材料为表1所述的铝棒。所有试验(称为“径向试验”)均从均压状态开始剪切,并在试验过程中保持平均有效应力 $\sigma_m$ ( $\sigma_m = 40\text{kPa}$ )和大主应力方向角 $\alpha$ ( $\alpha = 22.5^\circ, 45^\circ$ 和 $60^\circ$ )不变<sup>[3]</sup>。对该种路径,因 $d\sigma_m = d\alpha = 0$ ,故 $\{d\varepsilon^c\} = \{d\varepsilon^s\} = 0, \{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^s\}$ 。当采用松岗元应力-剪胀关系时,对式(1)积分,有

$$\varepsilon_{,x} = R_1 \left\{ \frac{(R_2 \sin \phi_{m0} + R_3 \cos \phi_{m0} \pm \cos 2\alpha)}{(\sin \phi - \sin \phi_{m0})} - \frac{(R_3 \pm \cos 2\alpha)}{\sin \phi} + R_2 \ln \left[ 1 - \frac{\sin \phi_{m0}}{\sin \phi} \right] + R_3 \left[ \tan \phi \ln \left[ \tan \frac{\phi \tan(\phi/2) \tan(\phi_{m0}/2) - 1}{2 \tan(\phi_{m0}/2) - \tan(\phi/2)} \right] - \phi_{m0} \right] \right\}, \quad (3)$$

$$\frac{\tau_{xz}}{\sigma_z} = \frac{G_0(\tau_{xz}/\sigma_z)_f v_{xz}}{(\tau_{xz}/\sigma_z)_f + G_0 v_{xz}}, \quad \left( \frac{\tau_{xz}}{\sigma_z} \right)_f = \frac{\sin \phi \sin 2\alpha}{1 + \sin \phi \cos 2\alpha}. \quad (4)$$

式中,  $R_1 = 0.5 \sin^2 \phi / G_0, R_2 = 1 - 2/\lambda, R_3 = 2\mu/\lambda, \phi_{m0} = \arcsin[(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)]$  为强度发挥角。式(3)和(4)的计算结果(实线)与试验结果(点)的比较见图1。显然,两者是非常吻合的。

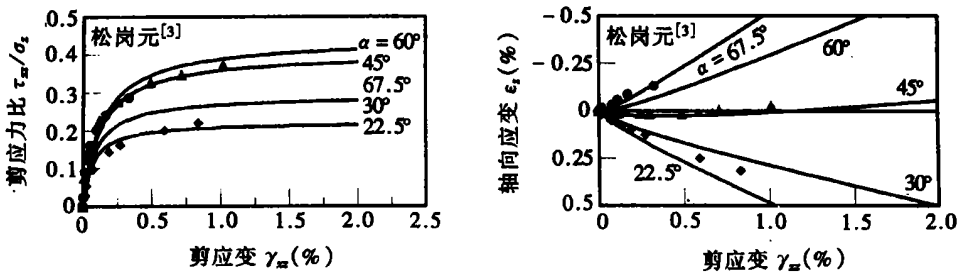


图1 沿 Mohr 应力圆径向加载时模型预测结果与试验结果的比较

### 1.2 沿 Mohr 应力圆圆周加载(主应力轴纯旋转)

试验材料仍为前述的铝棒。共进行了两个试验( $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ )<sup>[3]</sup>。在试验1中,  $\sigma_1 = 48\text{kPa}, \sigma_3 = 32\text{kPa}, |\eta_c| = \sin \phi_{m0} = 0.2$ ; 在试验2中,  $\sigma_1 = 50\text{kPa}, \sigma_3 = 30\text{kPa}, |\eta_c| = \sin \phi_{m0}$

= 0.25。在上述应力路径下, 因仅有主应力轴旋转, 故  $\{d\epsilon^c\} = \{d\epsilon^s\} = 0, \{d\epsilon\} = \{d\epsilon^r\}$ 。对式(1) 积分, 可以得到如下应变分量的解析解

$$\begin{cases} \epsilon_{x,x} = 0.5R_1/R_v \alpha \pm \cos(\alpha + 2\beta_r) \sin \alpha, \\ \gamma_{xz} = R_1 \sin(\alpha + 2\beta_r) \sin \alpha, \end{cases} \quad (5)$$

式中

$$R_1 = 2\sin \phi_s \sin \phi_{m0} / [G_0(\sin \phi - \sin \phi_{m0})], \quad \tan 2\beta_r = \sqrt{(\sin \phi / \sin \phi_{m0})^2 - 1}, \quad (6)$$

对于松岗元应力\_剪胀关系:  $R_v = \sin \phi_{m0} - 2(\eta_k - \mu) \cos \phi_{m0} / \lambda, \quad (7)$

对于 Rowe 应力\_剪胀关系:  $R_v = \frac{\tan^2(45^\circ + \phi_l/2) - \tan^2(45^\circ + \phi_{m0}/2)}{\tan^2(45^\circ + \phi_l/2) + \tan^2(45^\circ + \phi_{m0}/2)}, \quad (8)$

对于能量平衡应力\_剪胀关系:  $R_v = \sin \phi_l - \sin \phi_{m0} \cos 2\beta, \quad (9)$

式中,  $\eta_k$  见文献[1]。  $\beta$  为大主应变增量  $d\epsilon_1$  与大主应力  $\sigma_1$  之间的夹角, 当主应力轴纯旋转时  $\beta = \beta_r$ 。模型预测结果(实线) 与试验结果的比较如图2。从该图可以看出, 除试验2 起始阶段的剪应变与实测值有一定差别外, 其它情况下模型预测结果与试验结果均能较好地吻合。

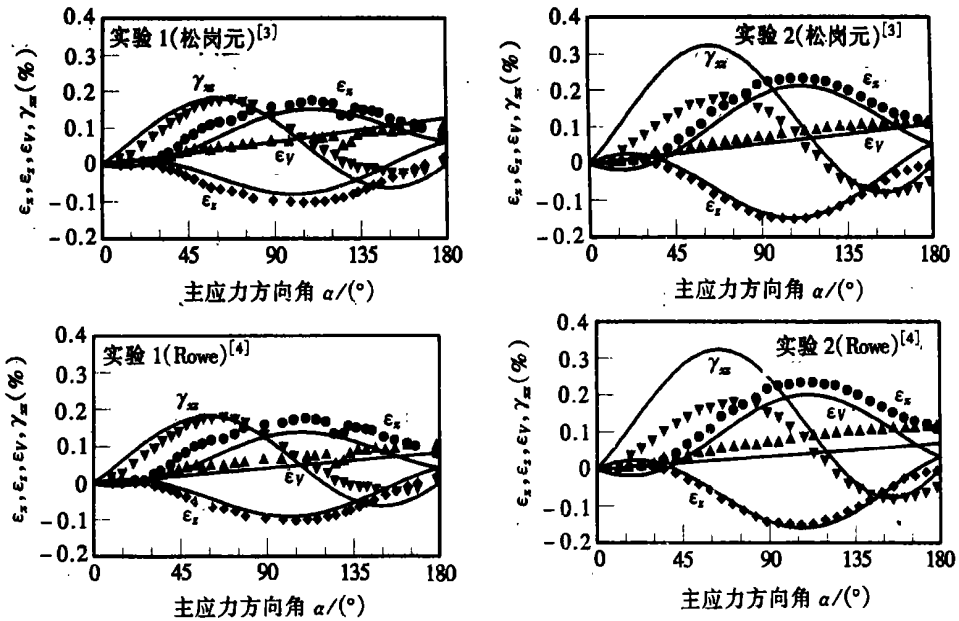


图2 主应力轴纯旋转时模型预测结果与试验结果的比较

### 1.3 排水单剪应力路径

试验材料为 Toyoura (丰蒲) 砂, 起始应力状态为: 竖向应力  $\sigma_{z0} = \sigma_0 \approx 196\text{kPa}$  且在试验过程中保持不变,  $\sigma_{x0} \approx 86\text{kPa}, \tau_{xz0} = 0$ 。按照 Rowe 应力\_剪胀关系的数值计算结果(实线) 与试验结果<sup>[4]</sup> 的比较见图3。显然, 模型预测结果与试验结果能够很好地吻合。

### 1.4 三轴应力路径

由于三轴应力状态是一种主应力状态, 主应力方向固定不变, 没有主应力轴的旋转, 因此  $\{d\epsilon^r\} = 0$ 。此外, 对于能量平衡应力\_剪胀关系, 因主应力与主应变增量同向, 故  $\beta = 0$ 。

#### 1.4.1 三轴排水等 $\sigma_m$ 压缩路径

在该种路径下, 除  $\{d\epsilon^r\} = 0$  外, 还因  $d\sigma_m = 0, \{d\epsilon^c\} = 0$ , 故  $\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^s\}$ 。对式(2) 积分

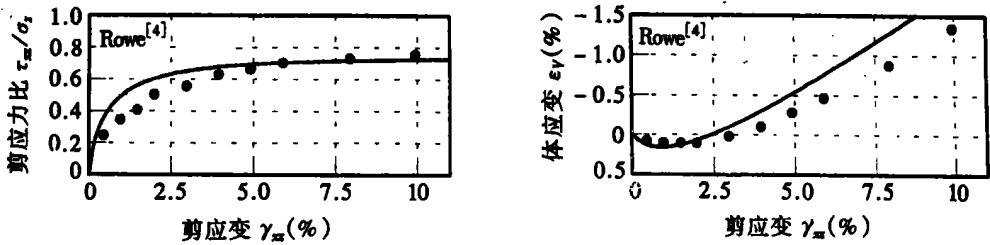


图3 排水单剪条件下模型预测结果与试验结果的比较(Toyoura 砂)

$$\begin{cases} \epsilon_1 = 2\epsilon_x^s |_{\alpha=0} \\ \epsilon_3 = \epsilon_x^s |_{\alpha=0} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\epsilon_{x,x}^s |_{\alpha=0}$  为  $\alpha = 0$  时的  $\epsilon_{x,x}^s$ 。当采用能量平衡应力-剪胀关系并从均压状态开始剪切时, 只需将  $\alpha = 0$  代入下式即可确定。

$$\epsilon_{x,x}^s = \frac{\sin^2 \phi}{2G_0} \left[ \frac{\sin \phi_{m0} (\sin \phi_l - \sin \phi \pm \cos 2\alpha)}{\sin \phi (\sin \phi - \sin \phi_{m0})} + \ln \frac{\sin \phi}{\sin \phi - \sin \phi_{m0}} \right] \quad (11)$$

对于 Toyoura 砂, 计算结果(实线)与试验结果<sup>[3]</sup>的比较见图4。显然, 模型预测结果能够很好地符合试验结果。

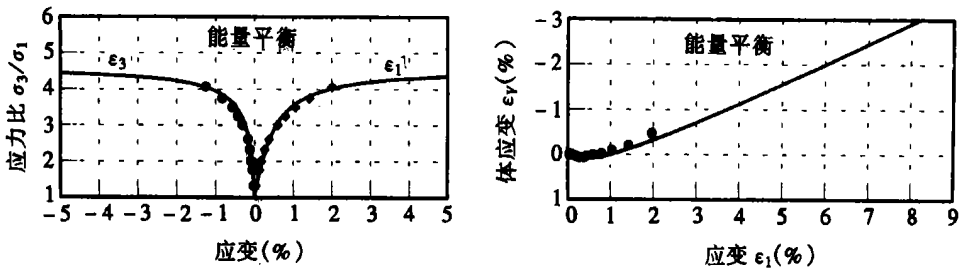


图4 三轴排水等  $\sigma_m$  压缩时模型预测结果与试验结果的比较(Toyoura 砂)

#### 1.4.2 三轴排水 $\sigma_1$ 伸长路径

在该种应力路径下, 除  $\{d\epsilon^s\} = 0$  外, 还可以证明  $\{d\epsilon^s\} = 0^{[5]}$ 。对式(2)积分, 有

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \epsilon_x^s |_{\alpha=0} + \epsilon_{(ii)}, \\ \epsilon_3 = 2\epsilon_x^s |_{\alpha=0} \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\epsilon_{x,x}^s |_{\alpha=0}$  同样为  $\alpha = 0$  时的  $\epsilon_{x,x}^s$ 。当采用松岗元应力-剪胀关系并从均压状态开始剪切时, 只需  $\alpha = 0$  将代入式(3)即可确定。 $\epsilon_{(ii)}$  由下式确定。

$$\epsilon_{(ii)} = 0.434 C_c \ln(\sigma_m / \sigma_{m0}) / [6(1 + e_0)] \quad (13)$$

式中,  $\sigma_{m0}$  为起始平均有效应力。当从均压状态开始剪切时,  $\sigma_{m0}$  等于大气压力  $P_a$ 。式(12)计算结果与试验结果<sup>[3]</sup>的比较见图5。同样, 模型预测的结果能够很好地符合试验结果。

#### 1.4.3 三轴排水等 $\sigma_3$ 压缩路径

对式(2)积分, 有

$$\begin{cases} \epsilon_1 = 2(\epsilon_x^{ic} + \epsilon_x^{ac} + \epsilon_x^s), \\ \epsilon_3 = \epsilon_x^{ic} + \epsilon_x^{ac} + \epsilon_x^s + \epsilon_{(ii)} \end{cases} \quad (14)$$

式中,  $\epsilon_{x,x}^{ic}$  与  $\epsilon_{(ii)}$  相同(参见文献[1]式(61)), 由式(13)确定。当采用 Rowe 应力-剪胀关系时,  $\epsilon_{x,x}^{ac}$  和  $\epsilon_{x,x}^s$  分别由如下式(15)和(16)确定。

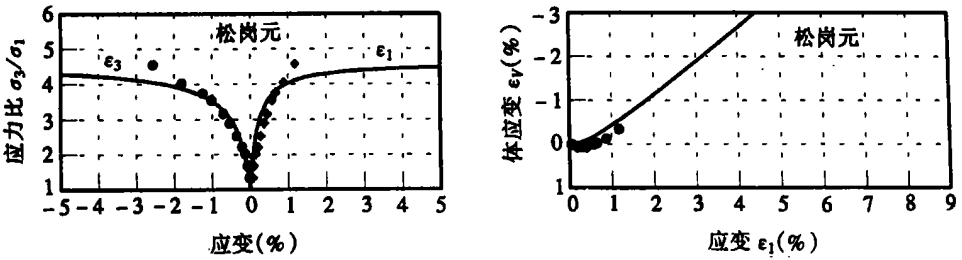


图5 三轴排水等  $\sigma_1$  伸长时模型预测结果与试验结果的比较(Toyoura 砂)

$$\varepsilon_{\sigma, x}^{ac} = 0.434 C_c \sin \phi (W_1 \pm W_2) / [2(1 + e_0)], \quad (15)$$

$$\varepsilon_{\sigma, x}^s = 0.5 \sin^2 \phi (W_3 \pm W_4) / G_0, \quad (16)$$

式中

$$W_1 = -A \ln(\sin \phi - \sin \phi_{m0}) - B \ln(1 - \sin \phi_{m0}) - C \ln(1 - R_1 \sin \phi_{m0}) / R_1,$$

$$W_2 = [\ln(1 - \sin \phi_{m0}) - \sin \phi \ln(\sin \phi - \sin \phi_{m0})] / (1 - \sin \phi),$$

$$W_3 = \frac{R_2}{R_2 - \sin \phi} \left[ \frac{R_1 - \sin \phi}{\sin \phi - \sin \phi_{m0}} + \frac{R_1 - R_2}{R_2 - \sin \phi} \ln \frac{\sin \phi - \sin \phi_{m0}}{R_2 - \sin \phi_{m0}} \right],$$

$$W_4 = (\sin \phi - \sin \phi_{m0})^{-1}, \quad A = \sin \phi (R_1 - \sin \phi) / [(1 - \sin \phi)(1 - R_1 \sin \phi)],$$

$$B = (1 - \sin \phi)^{-1}, \quad C = -(1 + R_1) / (1 - R_1 \sin \phi), \quad R_1 = \sin \phi, \quad R_2 = 1 / R_1.$$

模型预测结果(实线)如图6示。不难看出,模型很好地预测出了试验结果<sup>[3]</sup>。

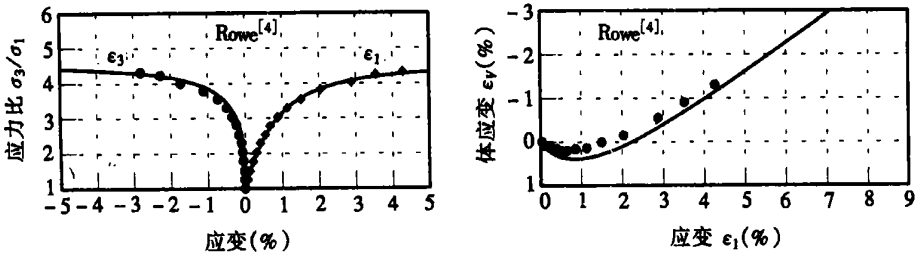


图6 三轴排水等  $\sigma_3$  压缩时模型预测结果与试验结果的比较(Toyoura 砂)

#### 1.4.4 三轴排水等应力比压缩路径

在该种应力路径下,除  $\{d\varepsilon^s\} = 0$  外,还因应力比  $R_s = \sigma_1 / \sigma_3 = \text{const}$ ,  $d\phi_{m0} = 0$ , 故  $\{d\varepsilon^s\} = 0$ 。利用这些条件对式(2)积分,有

$$\varepsilon_1 = \frac{0.434 C_c}{1 + e_0} \left[ \frac{1}{3} + \frac{\sin \phi_s \sin \phi_{m0}}{\sin \phi - \sin \phi_{m0}} (R_v + 1) \right] \ln \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} \right), \quad (17)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{0.434 C_c}{1 + e_0} \left[ \frac{1}{3} + \frac{\sin \phi_s \sin \phi_{m0}}{\sin \phi - \sin \phi_{m0}} (R_v - 1) \right] \ln \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} \right), \quad (18)$$

式中,  $\sigma_{m0}$  为起始有效平均应力。  $R_v$  见式(7)~(9)。对于 Toyoura 砂,当  $\sigma_{m0} = 196 \text{ kPa}$  时模型预测值(实线)与试验值<sup>[6]</sup>的比较见图7。从该图可见,虽然  $R_s = 4$  的模型预测值与试验值有一定的差别,但模型的预测结果基本上反映了等应力比条件下土的偏压固结特性。

#### 1.4.5 三轴不排水伸长路径

试验材料为 Toyoura 砂,从均压状态开始剪切。起始平均有效应力  $\sigma_{m0} = 196 \text{ kPa}$ 。采用松岗元应力-剪胀关系的数值计算结果(实线)与试验结果<sup>[6]</sup>的比较见图8。显然,模型的预测值基本上解释了三轴不排水伸长条件下土的变形特性。

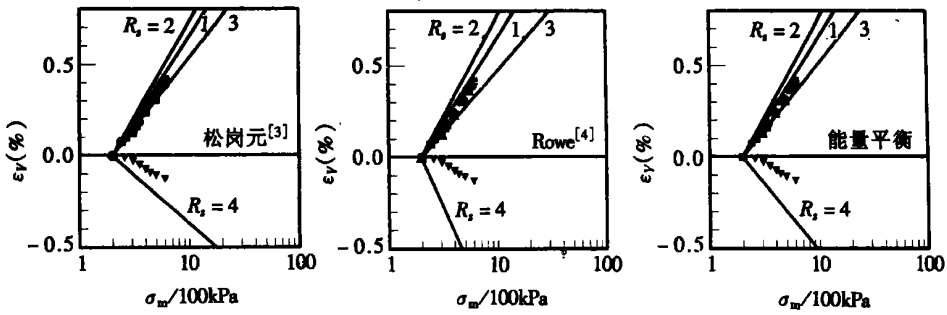


图7 三轴排水等应力比压缩时模型预测结果与试验结果的比较(Toyoura 砂)

1.5 真三轴路径

1.5.1 排水真三轴等  $\sigma_m$  路径

设  $\tan \theta = \sqrt{3}(\sigma_1 - \sigma_3) / (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)$ 。Nakai和Matsuoka<sup>[7]</sup>在  $\sigma_m = 196\text{kPa} = \text{const}$ 、 $\theta = 15^\circ$  和  $45^\circ$  条件下对 Toyoura 砂进行了排水真三轴试验, 结果如图9示。在以上应力路径条件下, 除  $\{d\varepsilon^c\} = 0$  外, 还因  $d\sigma_m = 0$ , 故  $\{d\varepsilon^c\} = 0$ 。对式(2)积分有

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_z^s(\phi_{m012}, \phi_{12}, \alpha = 0) + \varepsilon_x^s(\phi_{m013}, \phi_{13}, \alpha = 0), \quad (19)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x^s(\phi_{m012}, \phi_{12}, \alpha = 0) + \varepsilon_z^s(\phi_{m023}, \phi_{23}, \alpha = 0), \quad (20)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_x^s(\phi_{m023}, \phi_{23}, \alpha = 0) + \varepsilon_x^s(\phi_{m013}, \phi_{13}, \alpha = 0), \quad (21)$$

式中

$$\sin \phi_{m012} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}, \quad \sin \phi_{m013} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}, \quad \sin \phi_{m023} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_2 + \sigma_3}$$

$\phi_{ij}$  就是达到破坏时的  $\phi_{m0ij}$ 。  $\varepsilon_{z,x}^s(\phi_{m0ij}, \phi_{ij}, \alpha = 0)$  为  $\alpha = 0$ 、 $\phi_{m0} = \phi_{m0ij}$ 、 $\phi = \phi_{ij}$  时的  $\varepsilon_{z,x}^s$ 。当采用松岗元应力-剪胀关系时见式(3)。 $\phi_{ij}$  由图9中破坏时的应力状态确定, 见表2。

根据式(19)~(21)的计算结果(实线)与试验结果的比较见图

9。从该图可见, 模型很好地预测了真三轴等  $\sigma_m$  条件下土的变形特性。

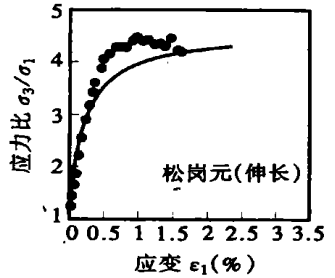


图8 三轴不排水伸长时模型预测结果与试验结果的比较

1.5.2 排水真三轴等应力比路径

Nakai和Matsuoka<sup>[7]</sup>在  $\theta = 30^\circ$ 、 $\sigma_m = 98、147\text{kPa}$  以及  $R_s = \sigma_3/\sigma_1 = 4$  和  $5$  条件下对 Toyoura 砂进行了排水真三轴试验。试验是从均压状态开始的, 其结果见图10。因试验过程中  $R_s$  和  $\theta$  保持不变, 故  $\phi_{jm0}$  也是常数。 $\phi_{jm0}$  和破坏时的  $\phi_{ij}$  可根据  $\sigma_m$ 、 $R_s$  和  $\theta$  均为常数以及破坏应力比  $R_f \approx 6.8$ (见文献[7]中  $\theta = 30^\circ$  的试验结果) 确定, 见表3。注意到  $\{d\varepsilon^c\} = 0$  及  $\{d\varepsilon^s\} = 0$ , 积分式(2)有

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_z^{ic} + \varepsilon_z^{ac}(\phi_{m012}, \phi_{12}) + \varepsilon_x^{ic} + \varepsilon_x^{ac}(\phi_{m013}, \phi_{13}), \quad (22)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x^{ic} + \varepsilon_x^{ac}(\phi_{m012}, \phi_{12}) + \varepsilon_z^{ic} + \varepsilon_z^{ac}(\phi_{m023}, \phi_{23}), \quad (23)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_x^{ic} + \varepsilon_x^{ac}(\phi_{m023}, \phi_{23}) + \varepsilon_x^{ic} + \varepsilon_x^{ac}(\phi_{m013}, \phi_{13}), \quad (24)$$

式中,  $\varepsilon_{z,x}^{ic}$  与  $\varepsilon_{i(ii)}$  相同, 由式(13)确定。 $\varepsilon_{z,x}^{ac}(\phi_{m0ij}, \phi_{ij})$  由下式确定。

表2 破坏参数  $\phi_{ij}$

$\theta/(\circ)$	$\phi_{ij}/(\circ)$		
	$\phi_{12}$	$\phi_{13}$	$\phi_{23}$
15	27.21	48.60	26.46
45	7.21	45.40	40.10

验结果) 确定, 见表3。注意到  $\{d\varepsilon^c\} = 0$  及  $\{d\varepsilon^s\} = 0$ , 积分式(2)有

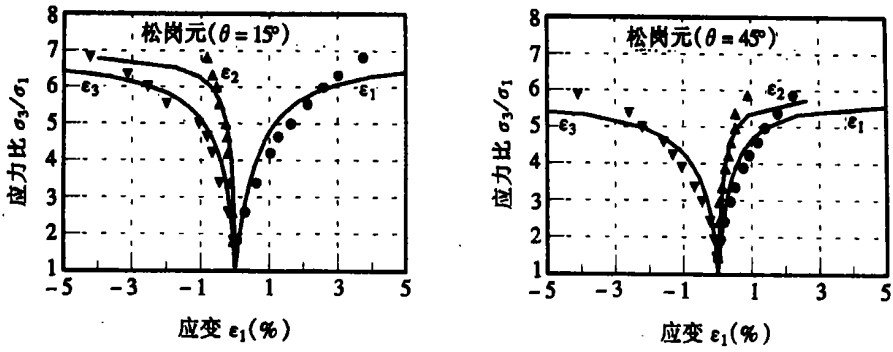


图9 排水真三轴等  $\sigma_m$  时模型预测结果与试验结果的比较(Toyoura 砂)

$$\varepsilon_{z,x}^{ac}(\phi_{m0ij}, \phi_j) = \frac{1}{2} \frac{0.434 C_c}{1 + e_0} \frac{\sin \phi_j \sin \phi_{m0j}}{\sin \phi_j - \sin \phi_{m0j}} (R_v \pm 1) \ln \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} \right),$$

式中,  $\sigma_{m0}$  为起始有效平均应力。将表3 参数代入式(22) ~ (24), 按照松岗元应力\_剪胀关系的计算结果(实线) 与试验结果的比较见图10。从该图可以看出, 模型的预测值与试验值虽有一定的差异, 但基本上能够较好地反映等应力比条件下土的变形特性。

表3 参数  $\phi_{m0ij}$  和  $\phi_j$  ( $\theta = 30^\circ, R_f \approx 6.8$ )

$R_s$	$\sigma_{m0}$ /kPa	$\phi_{m0j}/(^\circ)$			$\phi_j/(^\circ)$		
		$\phi_{m012}$	$\phi_{m013}$	$\phi_{m023}$	$\phi_{12}$	$\phi_{13}$	$\phi_{23}$
4	98	13.34	25.38	36.87	15.73	48.04	36.29
5	147	14.48	41.81	30.00	15.73	48.04	36.29

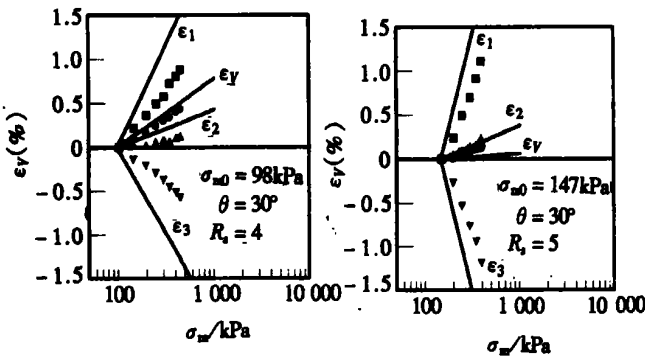


图10 排水真三轴等应力比时模型预测结果与试验结果的比较

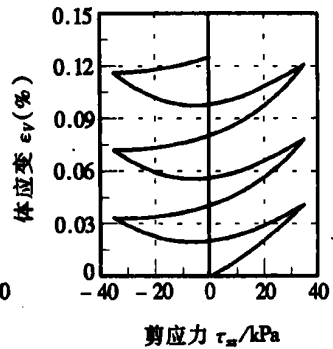


图11 排水动单剪时体应变与剪应力之间的关系(Toyoura 砂)

## 2 应力矢量本构模型模拟循环荷载作用

### 2.1 排水动单剪

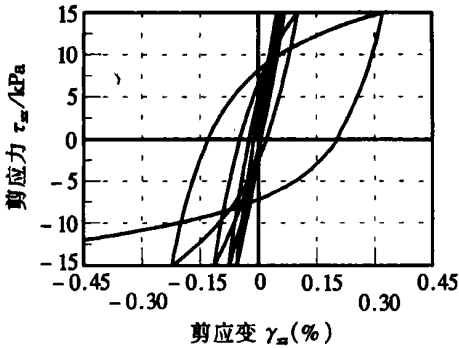
起始应力状态为:  $\sigma_{z0} = 82\text{kPa}, \sigma_{x0} = \sigma_y = 196\text{kPa} = \text{const}, \tau_{xz0} = 0$ 。动剪应力  $\tau_{zxd} = \tau_{zxm} \sin(2\pi t)$  ( $t \leq 3s$ )。因无单剪条件下的  $C_s$ , 故计算时取排水三轴条件下的压缩指数和回弹指数。计算结果(按松岗元应力\_剪胀关系) 如图11。从该图可以看出, 随着时间(或振次)的

增大, 残余体应变也逐渐增大。并且, 土都表现为剪缩性。这是因为在以上加载条件下, 应力状态均没有超过相态转换线(即  $\phi_{m0} < \phi_t$ )。

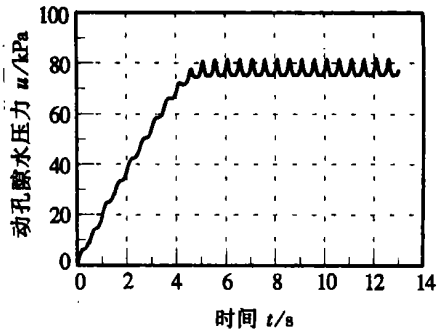
### 2.2 不排水动单剪

共进行了两个算例。

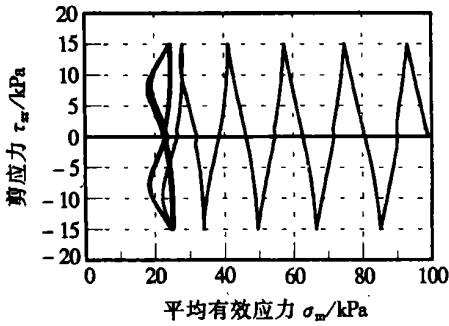
算例 1: 起始应力状态为  $\sigma_{x0} = 98\text{kPa}$ ,  $\sigma_{z0} = 100\text{kPa}$ ,  $\tau_{xz0} = 0$ 。动剪应力  $\tau_{xzd} = \tau_{xzm} \sin(2\pi t)$ 。其中剪应力幅值  $\tau_{xzm} = 15\text{kPa}$ 。对于算例 2, 起始应力状态为  $\sigma_{x0} = 98\text{kPa}$ ,  $\sigma_{z0} = 150\text{kPa}$ ,  $\tau_{xz0} = 0$ 。动剪应力同算例 1。



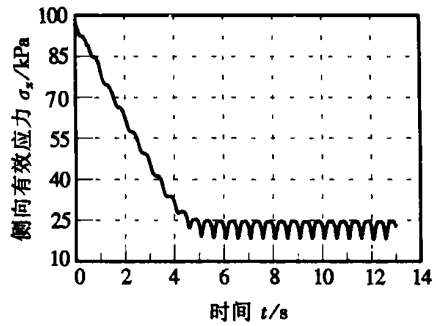
(a) 前几个循环的滞回曲线



(b) 动孔隙水压力时程曲线

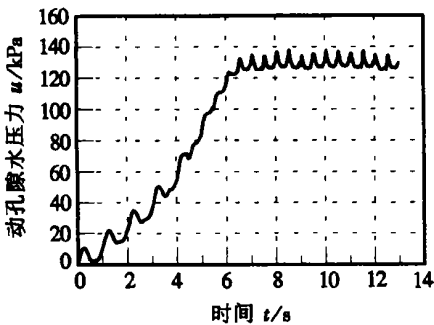


(c) 有效应力路径线

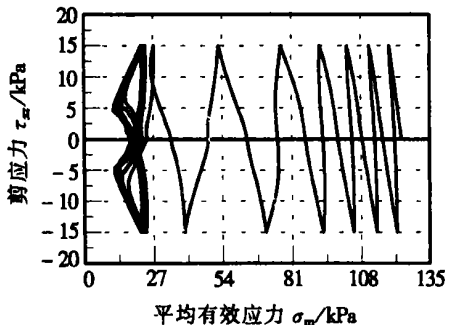


(d) 有效侧向应力的变化

图 12



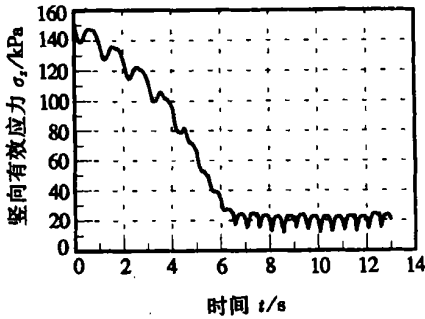
(a) 动孔隙水压力时程曲线



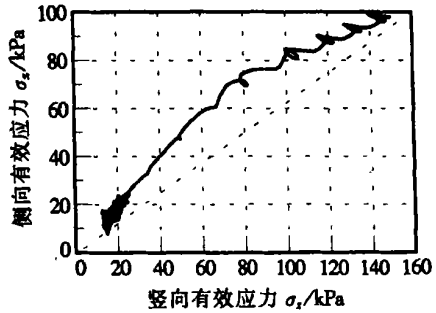
(b) 有效应力路径

对于 Toyoura 砂, 按松岗元应力-剪胀关系的计算结果分别如图 12(算例 1) 和 13(算例 2) 示。从这些图中不难看出: ① 在动荷作用的前期, 由于土表现为剪缩性, 因此, 动孔压随着振





(c) 竖向有效应力的变化



(d) 竖向和侧向有效应力的变化

图 13

动历时(或振次)的增加而增大,并逐渐趋向于起始有效上覆压力  $\alpha_{z0}$ 。与此同时,有效应力路径也向  $\tau_{xz}-\sigma_m$  坐标系的原点移动;而在后期,因土又表现出剪胀性,故动孔压仅在某一水平上下起伏变化,有效应力路径呈现出“蝴蝶结”现象。这种现象就是所谓的“往返活动性”。②土在未出现剪胀性之前,有效侧向应力  $\alpha_x$  和有效竖向应力  $\alpha_z$  均随振动历时的增加而逐渐减小,但  $\alpha_z$  的减小幅度大于  $\alpha_x$  的减小幅度。当剪胀性出现后,与动孔压类似,  $\alpha_x$  和  $\alpha_z$  也在某一水平上下起伏变化。但可以设想,如果该土没有剪胀性,则  $\alpha_x$  和  $\alpha_z$  均会继续减小,直到某一时刻  $\alpha_x = \alpha_z = 0$  并发生液化。以上结论与通常的试验结果<sup>[8]</sup>是完全一致的。

### 3 结 论

基于多种加载条件下的试验结果,本文对无粘性土的应力矢量本构模型的适用性进行了较为详尽、深入地探讨。结果表明,由于该模型能够同时考虑应力矢量的大小和方向变化对变形的作用效应,因此,既适用于单调静力荷载,也适用于往返动力荷载。此外,在反映土的应力应变非线性、硬化性、剪缩剪胀性、与应力路径的相关性、主应力与主应变增量方向之间的非共轴性、球偏应力与变形的耦合性、主应力轴的旋转以及中主应力对土的变形和强度的影响等主要变形特性方面,该模型也具有独特的优点。预测结果与试验结果良好的吻合显示了该模型的广泛适用性。

#### [参 考 文 献]

- [1] 史宏彦, 谢定义. 无粘性土的应力矢量本构模型(I)——理论[J]. 应用数学和力学, 2002, 23(3): 299—308.
- [2] Prevost J H, Keane C M. Multimechanism elasto-plastic model for soils [J]. J Engineering Mechanics, 1990, 116(9): 1924—1944.
- [3] Matsuoka H, Sakakibara K. A constitutive model for sands and clays evaluating principal stress rotation [J]. Soils and Foundations, 1987, 27(4): 73—89.
- [4] Rowe P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact [J]. Proc Roy Soc A, 1962, 269: 500—527.
- [5] 史宏彦. 无粘性土的应力矢量本构模型[D]. 博士学位论文. 西安: 西安理工大学, 2000.
- [6] Nakai T, Matsuoka H. Constitutive equation for soils based on the extended concept of “Spatial Mobilized Plane” and its application to finite element analysis [J]. Soils and Foundations, 1983, 23(4): 87—105.

- [7] Nakai T, Matsuoka H. Shear behaviors of sand and clay under three-dimensional stress condition [J]. *Soils and Foundations*, 1983, **23**(2): 26—42.
- [8] Finn W D L, Bhatia S K, Pickering D J. The cyclic simple shear test[A]. In: G N Pande, O C Zienkiewicz Eds. *Soils Mechanics —Transient and Cyclic Loads* [C]. John Wiley & Sons Ltd. 1982, 583—607.

## A Stress Vector-based Constitutive Model for Cohesionless Soil ( II )—Application

SHI Hong\_yan<sup>1</sup>, XIE Ding\_yi<sup>2</sup>, BAI Lin<sup>1</sup>

(1. Construction College, Guangdong University of Technology,  
Guangzhou 510643, P R China;

2 Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology,  
Xi'an 710048, P R China)

**Abstract:** The stress vector-based constitutive model for cohesionless soil, proposed by SHI Hong\_yan et al, was applied to analyze the deformation behaviors of materials subjected to various stress paths. The result of analysis shows that the constitutive model can capture well the main deformation behavior of cohesionless soil, such as stress-strain nonlinearity, hardening property, dilatancy, stress path dependency, non-coaxiality between the principal stress and the principal strain increment directions, and the coupling of mean effective and deviatoric stress with deformation. In addition, the model can also take into account the rotation of principal stress axes and the influence of intermediate principal stress on deformation and strength of soil simultaneously. The excellent agreement between the predicted and measured behavior indicates the comprehensive applicability of the model.

**Key words:** cohesionless soil; rotation of principal stress axes; stress vector; constitutive model; application