

文章编号: 1000-0887(2002) 09-0975-07

基于断裂能的岩土节理弹性_软化 塑性本构模型*

沈新普¹, 沈国晓²

(1. 沈阳工业大学建筑工程系, 沈阳 110023; 2. 太原重型机械学院 应用科学系, 太原 030024)

(杨桂通推荐)

摘要: 基于准脆性材料的断裂力学和塑性理论, 提出了用于岩土节理软化行为描述的弹性软化塑性本构模型。模型的主要特点是: 1) 节理材料的软化塑性和扩容特性直接与断裂失效过程相联系, 所采用的材料参数比已有的弹塑性软化模型所用的参数少; 2) 模型可以描述混合断裂失效及相应的摩擦滑动, 具有较广的适用性。

关键词: 界面裂纹; 类脆性断裂; 节理单元; 扩容; 非关联的塑性

中图分类号: O342 **文献标识码:** A

引 言

作为处理岩土节理行为间断特性的有效工具, 几十年来, 节理单元在岩土工程中得到了广泛的应用。现有的节理单元模型大多数建立在经典塑性理论的框架内^[1], 在进行塑性计算时, 通常采用 Mohr-Coulomb 条件在应力(或面力)空间中定义弹性域, 与断裂力学没有关系。近年来, 作为粘性裂纹模型^[2](也被称为‘内聚力裂纹’)的延伸, 若干研究者提出了各自的基于断裂力学的新型节理单元模型。这类新型节理单元的特点首先是, 作为一种特殊局部结构的节理的力学行为被当作材料问题处理; 第二, 在节理的破坏失效分析中考虑了节理界面上的磨损和相应的扩容现象; 第三, 节理的混合型开裂被当作沿节理法向的张开和沿切向的摩擦滑动的耦合过程, 从而使问题能在经典塑性的框架内予以解决。这些节理单元的材料本构一般采用线性软件的本构律来表述界面材料强度的劣化行为^{[3][4]}。但是由于其它方面的非线性关系^[4], 使得上述节理单元模型必须采用较多的模型参数。

本研究的目的是结合岩土材料的类脆性断裂机制, 在特定的简化假设的基础上, 建立起节理材料的弹塑性软化本构模型。为此, 本文首先采用形变塑性理论给出基于断裂能的分段线性弹性软件塑性本构模型^[5], 在此基础上, 进一步给出其增量型的理论描述。文末给出了相应的本构水平上的数值实验结果, 说明了模型的特性。在分析过程中, 采用了矢量形式的面力和位移变量, 而不是张量形式的应力应变。

* 收稿日期: 2001_08_13; 修订日期: 2002_06_18

基金项目: 辽宁省自然科学基金资助课题(070091)

作者简介: 沈新普(1963—), 男, 河北清河人, 博士, 教授(E-mail: xinpushen@yahoo.com)。

1 模型的数学描述

为了使模型具有一般性,节理面上的变量定义为三维变量,分别为: \boldsymbol{p} 表示节理面上的面力, \boldsymbol{u}^+ 和 \boldsymbol{u}^- 分别表示节理两侧的位移, \boldsymbol{w} 表示节理面张开位移,亦既跨越节理面的位移间断,则有:

$$\boldsymbol{p} = \{p_n \ p_t\}^T, \quad \boldsymbol{w} = \boldsymbol{u}^+ - \boldsymbol{u}^- = \{w_n \ w_t\}, \quad (1)$$

式中 p_n 是面力的法向分量,而 p_t 是面力的切向分量矢量; w_n 是节理张开位移的法向分量, w_t 是节理张开位移切向分量矢量。这里假设了变形为小变形(变形不影响平衡关系),且变形过程为等温过程。

1.1 节理变量的分段线性弹性软化塑性本构模型

1.1.1 节理变量的分段线性塑性形变理论的一般表述

假设跨越节理面的位移间断由弹性部分 \boldsymbol{w}^e 和塑性部分 \boldsymbol{w}^p 组成:

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{w}^e + \boldsymbol{w}^p \quad (2)$$

位移间断的弹性部分可由节理刚度矩阵 \boldsymbol{K} 和面力矢量 \boldsymbol{p} 来求得:

$$\boldsymbol{w}^e = \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{p} \quad (3)$$

节理刚度矩阵 \boldsymbol{K} 定义为:

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中 K_n 和 K_t 分别为节理在法向和切向的刚度系数。若将节理层的厚度定义为 t , 则有:

$$K_n = \frac{E}{t}, \quad K_t = \frac{G}{t}, \quad (5)$$

式中 E 和 G 分别为材料的弹性模量和剪切模量。

位移间断的塑性部分可采用塑性形变理论求得:

$$\boldsymbol{w}^p = \boldsymbol{V} \boldsymbol{\lambda} \quad (6)$$

式中矩阵 \boldsymbol{V} 定义了位移间断塑性部分的方向, 矢量 $\boldsymbol{\lambda}$ 为相应于分段线性塑性屈服面各段的塑性乘子的集合。当采用关联的流动准则时, 有:

$$\boldsymbol{V} = \frac{\partial \varphi}{\partial \boldsymbol{p}} = \boldsymbol{N}, \quad (7)$$

式中 φ 为相应于分段线性塑性屈服面各段的屈服面的集合, 矩阵 \boldsymbol{N} 是各段的屈服面方向矢量的集合。当采用不关联的流动准则时, 有:

$$\boldsymbol{V} = \frac{\partial \varphi}{\partial \boldsymbol{p}} \neq \boldsymbol{N}, \quad (8)$$

式中 φ 为相应于分段线性塑性屈服面各段对应的塑性势函数的集合。

在上述数学关系的基础上,可以得出跨越节理面的位移间断矢量与已知的面力矢量间的关系为:

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{K}^{-1} \boldsymbol{p} + \boldsymbol{V} \boldsymbol{\lambda} \quad (9)$$

当给定面力矢量 \boldsymbol{p} 时, 矩阵形式的分段线性塑性屈服屈服条件为:

$$\varphi = \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{p} - \boldsymbol{H} \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{Y} \leq \mathbf{0}, \quad (10)$$

这里 \boldsymbol{H} 为塑性软化系数矩阵, \boldsymbol{Y} 为各段的屈服面对应的材料强度参数的集合。按照经典塑性形变理论的基本假设, 式(10) 的含义为: 对应塑性加载过程, 面力空间中一点的坐标由相应的内变量矢量 $\boldsymbol{\lambda}$ 唯一地确定, 而与过程无关。本文之所以采用这一理论描述软化特性, 是基于

这样的工程现象: 材料的断裂能的释放只与材料的破坏程度有关, 与过程无关。

1.1.2 节理变量的粘性律: 断裂理论

断裂与摩擦滑动的耦合是本文的重点之一。设定在材料的破坏过程中, 仅有两种断裂机制: I 型张开裂纹和 II 型剪切裂纹。在这两种裂纹的粘性行为描述中, 均采用了线性软化律。如图 1 示, 材料强度参数的软化是在 w_p 空间中定义的: 在 w_n-p_n 空间中定义了节理面法向的强度参数的软化; 在 w_t-p_t 空间中定义了节理面切向的强度参数的软化。图中 H_n 表示节理面法线方向的位移软化系数, H_t 表示节理面切线方向的位移软化系数。 H_n 和 H_t 通过以下关系分别同 I 型断裂能 G_f^I 和 II 型断裂能 G_f^{II} 相关联:

$$G_f^I = \frac{1}{2} x_0 w_{nc}, \quad x_0 = -H_n w_{nc}, \quad (11)$$

式中 w_{nc} 为材料的 I 型断裂的临界张开位移(COD)值。

从式(11)可得:

$$H_n = \begin{cases} -\frac{x_0^2}{2G_f^I} & (\text{如果 } w_n < w_{nc}), \\ 0 & (\text{如果 } w_n \geq w_{nc}). \end{cases} \quad (12)$$

类似地, 可得:

$$H_t = \begin{cases} -\frac{c_0^2}{2G_f^{II}} & (\text{如果 } w_t < w_{tc}), \\ 0 & (\text{如果 } w_t \geq w_{tc}), \end{cases} \quad (13)$$

式中 w_{tc} 为材料的 II 型断裂的 COD 值。

本文采用内变量(塑性乘子) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 来描述与节理断裂相关的非弹性过程, 其中 λ_1 描述 I 型裂纹的张开, λ_2 和 λ_3 分别描述正向和负向的非弹性剪切加载(II 型裂纹的张开、摩擦滑动)过程。

1.1.3 线性软化塑性性与粘性断裂的耦合

所谓‘基于断裂力学的软化塑性’是指: 节理材料的软化塑性性能完全取决于节理变量的粘性律。对于本文的分段线性塑性模型, 式(10)中的强度参数矢量 Y 的软化取决于节理面上的内变量 $\lambda(i = 1, 3)$ 的演化。下面本文将建立强度参数矢量 Y 的软化与断裂粘性律的耦合关系。

假设分段线性塑性采用图 2 所示的模式, 即采用两线段来表示线性屈服面。这样强度参数矢量 Y 就有两上分量 Y_1 和 Y_2 。结合图 2, 容易证明

$$Y_1^0 = x_0, \quad Y_2^0 = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \mu^2}}, \quad (14)$$

式中 $\mu = \tan \phi$ 是内摩擦系数。

从图 2 可以看出, 参数 Y_1 即是节理材料的抗拉强度参数 $x = x_0$ 。 Y_1 的软化从而取决于内变量 λ_1 , 如图 1 示, 并且有

$$Y_1(\lambda) = Y_1^0 + H_n \lambda = x_0 + H_n \lambda_1. \quad (15)$$

Y_2 的定义由图 2 的 OA 给出, 它是屈服面线段 2 离原点的距离。由于 Y_2 在节理面法向和切向都有分量, 而且本文设定节理面法向和切向的断裂过程能够相互影响, 从而有

$$Y_2(\lambda) = Y_2^0 + c(\lambda) \cos \phi + x(\lambda) \sin \phi =$$

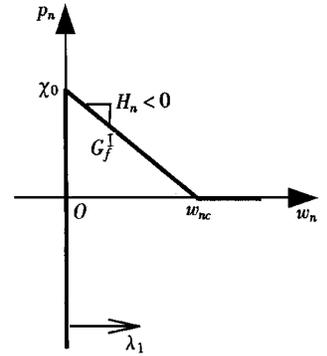


图 1 节理面法向强度的软化律

$$\frac{c_0}{\sqrt{1+\mu^2}} + \frac{H_t(\lambda_2 + \lambda_3)}{\sqrt{1+\mu^2}} + \frac{\mathbb{H}_n \lambda_1}{\sqrt{1+\mu^2}} \quad (16)$$

式(16)中的 λ_2 和 λ_3 分别表示正的剪切位移和负的剪切位移, 后者未在图 2 中示出, 但两者对 Y_2 产生的影响是一样的。考虑到实际上当宏观剪切裂纹形成以后, 沿裂纹面法向的抗拉强度和剪切强度一起消失, 所以对式(15)进行修正, 有

$$Y_1(\lambda) = Y_1^0 + H_n \lambda_1 + \frac{X_0}{c_0} H_t (\lambda_1 + \lambda_2) = X_0 + H_n \lambda_1 + \frac{X_0}{c_0} H_t (\lambda_1 + \lambda_2) \quad (17)$$

以上的式(16)和(17)是分段线性塑性模型强度参数软化的基本关系式。

1.1.4 分段线性塑性节理本构模型的一个具体形式

本文采用的 Mohr-Coulomb 型的分段线性初始塑性屈服面由 3 个线段组成。对于给定的节理面力 p 矢量, 矩阵形式的分段线性塑性屈服面形式上仍同式(10)。

根据第 1.1.2 小节给出的软化律的描述, 可以写出式(10)中的各矩阵的具体表达。本文这里仅限于二维的断裂裂纹问题, 即有面力和位移矢量:

$$p = \begin{Bmatrix} p_n \\ p_t \end{Bmatrix}, \quad w = \begin{Bmatrix} w_n \\ w_t \end{Bmatrix} \quad (18)$$

屈服面矢量:

$$\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3] \quad (19)$$

屈服面外法线矢量组成的矩阵:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & \mu & \mu \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

这里的 N 中的分矢量不是单位矢量, 这是为了表达方便而作的调整, 相应项也作了调整。

根据第 1.1.2 和 1.1.3 小节给出的软化律, 位移软化系数矩阵为:

$$H = \begin{bmatrix} H_n & \frac{X_0}{c_0} H_t & \frac{X_0}{c_0} H_t \\ \mathbb{H}_t & H_t & H_t \\ \mathbb{H}_t & H_t & H_t \end{bmatrix} \quad (21)$$

塑性乘子(内变量)矢量为:

$$\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3] \quad (22)$$

初始强度参数矢量:

$$Y = [X_0 \quad c_0 \quad c_0] \quad (23)$$

上述各式中的材料参数和模型参数为:

$$\mu, c_0, X_0, G_f^I, G_f^{II}, H_n, H_t \quad (24)$$

1.1.5 模型的扩容特性

对于岩土材料与结构, 如节理岩体和混凝土结构, 沿节理的塑性剪切位移常引起沿节理法向的塑性位移, 并在有位移约束的情况下, 引起侧向压力的增加, 这种现象被称为‘扩容’。扩容导致的压力增加会导致结构(如混凝土重力坝)剪切承载力的增加, 因此具有重要工程意义。

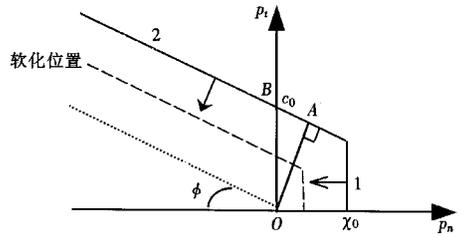


图 2 屈服面示意图

如同某些文献中所述^{[2]、[6]}, 扩容也会在某些条件下消失。Carol Prat Lopez^[2]在他们提出的准脆性断裂裂纹模型中假设了扩容在断裂过程中逐渐减弱, 直至完全断裂时消失; 同时, 他们还假设了, 在侧压力非常高时将根本没有扩容发生。

根据工程观察, 本文认为, 扩容的消失只与剪切方向断裂过程的终止有关, 因此, 在本模型中设定: 扩容在剪切方向断裂过程的终止后终止。这在计算中是通过采用改变塑性位移的方向来实现的, 即给定:

$$V_2 = \begin{cases} (\mu \quad 1)^T & (\text{如果 } Y_2(\lambda) > 0), \\ (\mu \quad 0)^T & (\text{如果 } Y_2(\lambda) \leq 0). \end{cases} \quad (25)$$

而 V_3 可按与式(25) 相同的方法得到。

1.2 节理材料分段线性塑性模型的增量形式

对于复杂加载情况下的岩土结构力学分析, 全量塑性理论不能满足计算精度要求, 这时要采用增量理论来描述与分析问题。但是, 由于断裂过程中(完全断裂形成以前)的内变量变化只与最终加载状态有关, 而与路径关系不大, 因此前述的式(12)至式(25)在完全断裂形成以前都是适用的。

增量形式的屈服条件为:

$$\varphi = N^T(p^0 + \Delta p) - H(\lambda^0 + \Delta \lambda) - Y^0 \leq 0, \quad (26)$$

式中的增量为有限增量, 表示在一个载荷增量步内, 迭代收敛之前, 屈服面是不变的。式(26)还意味着屈服面的位置是‘路径依赖的’。另外, 式(2)至式(3)、式(9)的增量形式为:

$$\Delta w = \Delta w^e + \Delta w^p, \quad (27)$$

$$\Delta w^e = K^{-1} \Delta p, \quad (28)$$

$$\Delta w^p = V \Delta \lambda \quad (29)$$

当给定位移为控制载荷时, 相应的面力响应为:

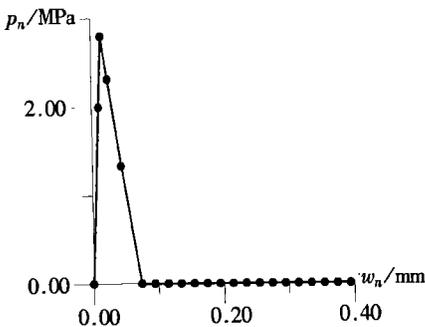


图3 I型位移加载的面力响应

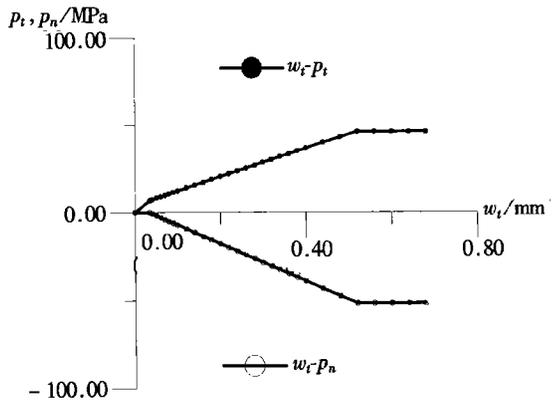


图4 II型位移加载面的力响应

$$\Delta p = K(\Delta w - \Delta w^p) = K(\Delta w - V \Delta \lambda). \quad (30)$$

式(26)的位移形式为:

$$\varphi = N^T(w^0 + \Delta w) - (H + N^T K V)(\lambda^0 + \Delta \lambda) - Y^0 \leq 0. \quad (31)$$

这样, 式(31)的 φ 和式(29)的 $\Delta \lambda$ 就有了以下所谓‘互补’关系:

$$-\varphi \geq 0, \quad \Delta \lambda \geq 0, \quad -\varphi^T \cdot \Delta \lambda = 0. \quad (32)$$

求解上述增量形式的非线性互补问题即可得到给定位移增量载荷的弹塑性响应。

2 模型的数值实验

本文根据上述理论模型编制了相应的 2 维数值程序, 程序中采用了数学规划法求解式(32)所示的非线性互补问题; 程序块的功能是进行本构水平上(即局部)的弹塑性位移载荷_面力响应计算。计算中采用的参数值为:

$$K_n = K_t = 200 \text{ MPa/mm}; \quad \phi = \arctan(0.9),$$

$$\mu = 0.9; \quad x_0 = 2.8 \text{ MPa}; \quad c_0 = 7.0 \text{ MPa};$$

$$G_f^I = 0.1 \text{ N/mm}; \quad G_f^{II} = 1.0 \text{ N/mm}^2$$

本文首先计算了沿节理面法向的单调位移加载响应, 即 I 型断裂问题。图 3 给出了计算的结果。第二个计算为 II 型位移加载下的断裂, 即给定 $w_n = 0, w_t = w_t^0 C(t)$, 这里 $C(t)$ 为加载因子, w_t^0 为加载参考载荷值。图 4 给出了 II 型位移加载上的断裂过程中的面力变化情况, 显示出: 当加载超过弹性范围后, 由于给定了 $w_n = 0$ 条件, 扩容引起节理面上压力的增加; 当剪切断裂过程完成后, 扩容现象终止, 节理面上的压力不再增加。

图 5 给出了 I 型和 II 型的混合型的位移载荷作用下断裂过程中面力空间中的屈服面演化过程。直线 OC 为位移载荷的示意图, 曲线 OAB 为相应的面力响应。加载初期, 应力为线性增长; 之后为弹塑性加载, 这时由于扩容行为的影响, 节理面上的法向面力逐渐向压缩方向发展(由 A 点迁移到 B 点); 到达 B 点时剪切方向上的断裂过程完全完成, 扩容终止, 而节理面法向的进一步的张开位移使节理面最后脱离接触, 面力到达零点。

3 结 论

针对岩土材料与结构中的节理面上的混合断裂行为, 本文提出了一个分段线性弹性软件塑性本构, 用于描述节理面上力学量的弹塑性计算和断裂描述。文末的数值结果表明, 本模型可以表述岩土材料与结构中的节理面上的塑性与扩容等主要力学行为。模型基于物理实验的背景, 将塑性软件特性与混合型断裂行为直接相连, 数学上是严密的, 因此是一个合理的节理本构模型。另外, 和已有的文献中的同类模型相比, 本模型在保证能够反映主要实验现象的前提下, 采用了最少的参数, 计算简单。

[参 考 文 献]

- [1] Goodman R E, Taylor R L, Brekke T L. A model for the mechanics of jointed rock[J]. Proc ASCE, 1968, **94**(SM3): 637—659.
- [2] Carol I, Prat P C, Lopez C M. Normal/shear cracking model: application to discrete crack analysis [J]. J Engng Mech, ASCE, 1997, **123**(1): 1—9.
- [3] Hohnborg J M. A Joint Element for the Nonlinear Dynamic Analysis of Arch Dams [M]. Berlin: Birkhaeuser Publishers Basel, 1992.
- [4] Fakharian K, Evgin E. Elasto_plastic modelling of stress_path_dependent behavior of joint surfaces [J]. Internat J Numer Anal Methods Geomech, 2000, **24**(1): 183—199.

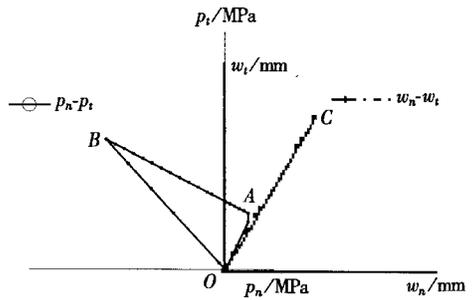


图 5 混合型位移加载的面力空间屈服面演化示意图

- [5] 徐秉业, 刘信声. 结构塑性极限分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.
- [6] Lofü H, Shing P. Interface model applied to fracture of masonry structures[J]. J Struc Engng AS-CE, 1994, 120(1): 63—80.

A Fracture Energy Based Elasto Softening Plastic Constitutive Model for Joints of Geomaterials

SHEN Xin_pu¹, SHEN Guo_xiao²

(1. Department of Architectural Engineering, Shenyang University
of Technology, Shenyang 110023, P R China;

2. Department of Applied Sciences, Taiyuan Institute of Heavy Machine,
Taiyuan 030024, P R China)

Abstract: On the basis of plasticity and fracture mechanics for quasi brittle materials, this article presented a constitutive model for gradual softening behavior of joints of geomaterials. Corresponding numerical tests are carried out at the local level. Characteristics of the model proposed are: 1) plastic softening and dilatancy behavior are directly related to the fracture process of joint, and much less material and model parameters are required compared with those proposed by references; 2) the process of decohesion coupled with frictional sliding at both micro_scale and macro_scale is described.

Key words: interface crack; quasi brittle fracture; joint element; dilatancy; non associated plasticity