

文章编号: 1000-0887(2002) 09-0968-07

速度_涡量法数值求解具有表面吹吸 圆柱的绕流问题*

凌国平, 方健雯

(苏州大学 数学系, 江苏 苏州 215006)

(林建忠推荐)

摘要: 用速度_涡量法数值求解了具有表面吹吸圆柱的绕流问题。所得高阶隐式差分方程, 采用以修正的不完全 LU 分解作预处理器的共轭梯度法(MILU_CG), 高效解出。研究了雷诺数 $Re = 100$ 时, 各种吹吸位置、吹吸强度对圆柱尾流涡旋结构和阻力、升力系数的影响规律。指出, 在圆柱肩部的吸气和在圆柱尾部的吹气, 可有效地抑制尾流涡旋结构在垂直来流方向上的非对称性, 达到减小升力的目的。对在圆柱肩部吸气的情形, 合适选择吸气强度, 还可有效减小圆柱在来流方向上所受的阻力。

关键词: 具有表面吹吸圆柱; 钝体分离旋涡运动及其控制; 速度_涡量法; 预处理共轭梯度法

中图分类号: O357; O241 **文献标识码:** A

引 言

对钝体分离旋涡运动特性和控制规律的研究, 一直是流体力学界和工程界十分关注的问题。控制措施之一是通过在钝体表面适当引入吹吸的方法, 来改变尾流的涡旋结构, 达到改善钝体受力状况的目的。由于具有表面吹吸钝体绕流问题的复杂性, 对它的研究主要是实验研究。Williams C R 等(1992)^[1]和 Lin J C 等(1995)^[2]对绕表面布有吹吸小孔圆柱的流动作了实验, 发现适当的吹吸可抑制尾流 Karman 涡街的形成, 甚至使其完全消失。也进行了一些数值研究。Ling Lisa M 等(1993)^[3]计算了由多孔介质组成的方柱的绕流问题, 讨论了表面吹吸对尾流涡旋脱落频率的影响。但在他们的工作中, 都未对吹吸口位置和吹吸强度对绕钝体分离流动的影响规律作更深入的分析。本文的目的是试图用数值的方法, 进一步研究并总结吹吸口位置和吹吸强度对圆柱绕流尾流结构, 以及圆柱受力状况影响的规律。

由于我们更关心的是流动的涡旋结构, 我们进一步的目标是研究表面吹吸对钝体尾流三维涡旋结构的影响(虽然本文计算的流动仍然是二维的), 本文决定采用速度_涡量法来求解圆柱的绕流问题。

* 收稿日期: 2001_01_13; 修订日期: 2002_05_28

基金项目: 江苏省自然科学基金资助项目(BK97056109)

作者简介: 凌国平(1945—), 男, 上海人, 教授(E-mail: sz_lgp@163.com)。

1 流动控制方程及其定解条件

不可压粘性流体以涡量、速度为变量的无量纲形式的控制方程为:

涡量输运方程

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \omega) + \frac{2}{Re} \nabla^2 \omega,$$

速度泊松方程

$$\nabla^2 \mathbf{u} = - \nabla \times \omega,$$

其中, \mathbf{u} 、 ω 分别为速度场和涡量场向量, 雷诺数

$Re = U_\infty \cdot R / \nu$, U_∞ 为来流速度, R 为圆柱半径, ν 为流体运动粘性系数。

对二维圆柱绕流问题, 用极坐标系 (r, θ) 表述比较方便。为使柱面附近网格加密, 再引入对数极坐标变换

$$r = \exp(2\pi\xi), \quad \theta = 2\pi\eta.$$

变换后的控制方程为:

$$E \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (E^{1/2} u \omega) + \frac{\partial}{\partial \eta} (E^{1/2} v \omega) = \frac{2}{Re} \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right], \quad (1)$$

和

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} = - E^{1/2} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - 4\pi \frac{\partial u}{\partial \xi} - 4\pi^2 u, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} = E^{1/2} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + 4\pi E^{1/2} \omega - 4\pi \frac{\partial v}{\partial \xi} - 4\pi^2 v, \quad (3)$$

其中, $E = 4\pi^2 \cdot \exp(4\pi\xi)$, ω 为涡量, u 为 r 方向的径向速度, v 为 θ 方向的周向速度。

在柱面上 ($\xi = 0$) 有,

$$\left. \begin{aligned} u &= u_B, \\ v &= 0, \\ \omega &= \frac{1}{E} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (E^{1/2} v) - \frac{\partial}{\partial \eta} (E^{1/2} u) \right] \Big|_B, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, 下标 B 表示相应量在柱面的值。 $u_B > 0$ 表示柱面有流体流出, 即吹的情形; $u_B < 0$ 表示柱面有流体流入, 即吸的情形; $u_B = 0$ 表示柱面无吹吸的情形。

在无穷远处, 圆柱表面吹吸对流场速度和涡量分布的影响可忽略不计, 即流场可取无吹吸时圆柱绕流的势流解。初始流场也设为势流解。

由于不可压流的连续性方程未被显式满足, 从速度泊松方程求得的速度场 \hat{u} 的散度往往

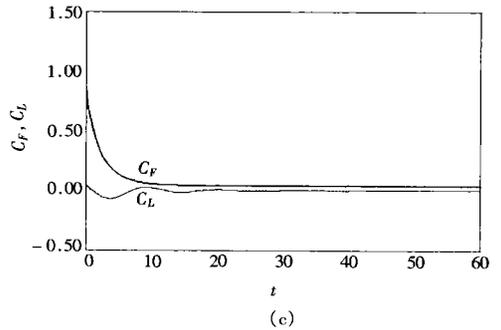
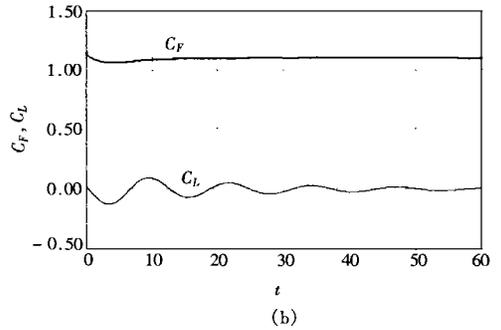
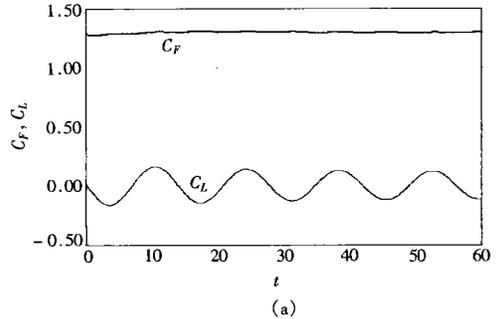


图 1 表面吸气位置在圆柱肩部 ($72^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$), 吸气强度分别为 (a) $\beta = -0.1$, (b) $\beta = -0.3$, (c) $\beta = -0.5$ 时的阻力、升力系数 C_F 、 C_L 随时间的变化曲线(粗线— C_F , 细线— C_L)

不为零, 须作修正. 方法如下^[5]: 将速度场 \hat{u} 分解为无散部分 u 和无旋部分 $\nabla \cdot \phi$ 两部分之和, 即

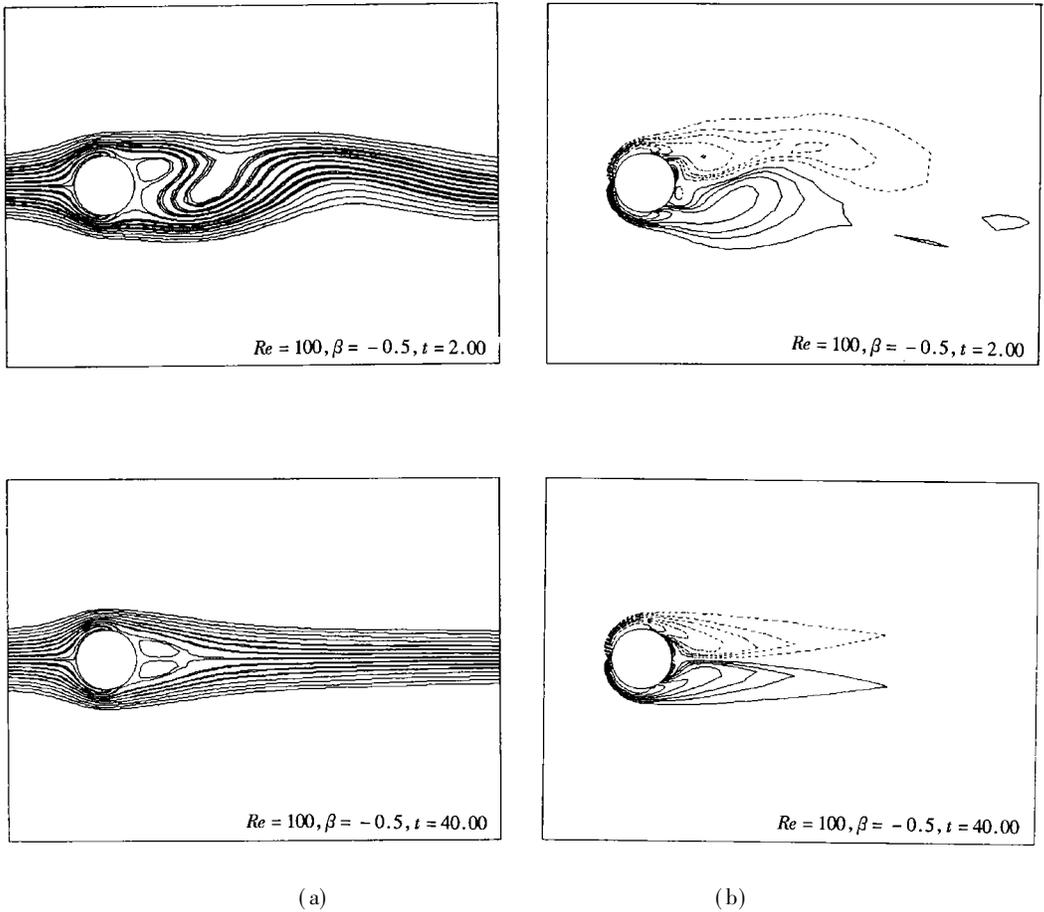


图2 表面吸气位置在圆柱肩部 ($72^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$), 吸气强度为 $\beta = -0.5$ 时, 在不同时刻 t 的(a) 流线分布图, 和(b) 涡量分布图

$$\hat{u} = u - \nabla \cdot \phi$$

对上式求散度, 得到关于 ϕ 的泊松方程,

$$\nabla^2 \phi = - \nabla \cdot \hat{u} \tag{5}$$

利用边界条件 $\frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_B = 0$, 求得 ϕ , 进而得到无散度的速度场,

$$\begin{aligned} u &= \hat{u} + \frac{\partial \phi}{\partial r} = \hat{u} + \frac{1}{E^{1/2}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}, \\ v &= \hat{v} + \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} = \hat{v} + \frac{1}{E^{1/2}} \frac{\partial \phi}{\partial \eta}. \end{aligned} \tag{6}$$

求得流场中的涡量和速度分布后, 由原始变量形式的 N-S 方程, 可得到有吹吸时沿柱面的压力变化率 $\partial p / \partial \eta$. 将其沿柱面积分, 可得沿柱面的压力分布 p . 再由应力-应变关系, 求出有吹吸时沿柱面的正应力分布 P , 和切应力分布 τ . 进而得到作用在圆柱上的阻力系数 C_F 和升力系数 C_L ,

$$C_F = 2\pi \int_0^{2\pi} (-P \cdot \cos(2\pi\eta) + \tau \cdot \sin(2\pi\eta)) d\eta, \tag{7}$$

$$C_L = 2\pi \int_0^1 (P \cdot \sin(2\pi\eta) + \tau \cdot \cos(2\pi\eta)) d\eta \quad (8)$$

2 数值方法

本文采用预估-校正型的有限差分法^[6], 求解方程组(1), (2), (3)和(5). 在预估步, 先由 n 时刻的 $\omega^{(n)}, u^{(n)}, v^{(n)}$ 通过解方程(1) 求得 $n + \frac{1}{2}$ 时刻的 $\omega^{(n+1/2)}$. 方程(1) 中的对流项采用一阶迎风差分格式离散, 粘性项采用二阶中心差分格式离散, 用交替方向隐式时间推进(ADI)方法求解. 再由 $\omega^{(n+1/2)}$ 通过解方程(2), (3)和(5), 求得 $n + \frac{1}{2}$ 时刻的 $u^{(n+1/2)}$ 和 $v^{(n+1/2)}$. 方程(2), (3)和(5) 都采用二阶中心差分格式离散, 用交替方向线松弛迭代(LSOR)方法求解. 预估步所得差分方程的系数矩阵都是三对角的, 可用追赶法迅速解出. 预估步的计算精度是时间一阶精度, 空间一阶至二阶精度的.

在校正步, 对方程(1) 中的对流项采用三阶偏心差分格式离散, 方程(1) 中的粘性项和方程(2), (3), (5) 仍采用二阶中心差分格式离散. 方程(1) 的时间推进为隐式的, 其差分形式可表示为

$$E \frac{\omega^{(n+1)} - \omega^{(n)}}{\Delta t} = f \left[\frac{1}{2} (\omega^{(n+1)} + \omega^{(n)}), u^{(n+1/2)}, v^{(n+1/2)} \right],$$

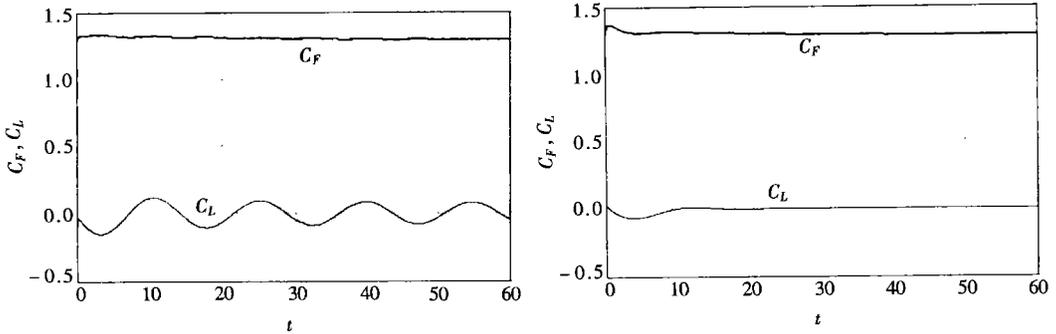


图 4 表面吹气位置在圆柱尾部 ($0^\circ \leq \phi \leq 18^\circ$), 吹气强度分别为 (a) $\beta = 0.1$, (b) $\beta = 0.5$ 时的阻力、升力系数 C_F, C_L 随时间的变化曲线(粗线— C_F , 细线— C_L)

其中 $f(\omega, u, v)$ 表示方程(1) 中除 $E \frac{\partial \omega}{\partial t}$ 外所有移至等号右边的项. 校正步后计算精度可达到时间二阶精度, 空间二阶至三阶精度. 但此时得到的差分方程, 其系数矩阵分别为 9 对角和 5 对角的. 我们统一采用对宽带大型稀疏矩阵特别有效的以修正的不完全 LU 分解作为预处理器的共轭梯度法(MILU_CG) 进行求解^[6].

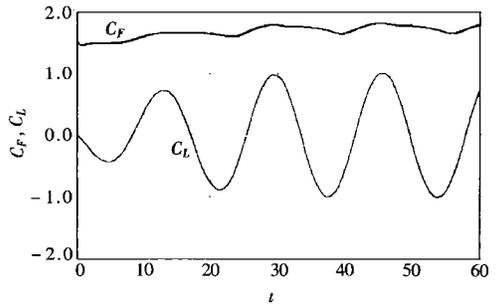


图 3 表面吸气位置在圆柱尾部 ($0^\circ \leq \phi \leq 18^\circ$), 吸气强度为 $\beta = -0.5$ 时的阻力、升力系数 C_F, C_L 随时间的变化曲线(粗线— C_F , 细线— C_L)

3 结果分析

本文计算了 $Re = 100$ 时, 在不同吹吸条件下均匀流绕圆柱的流动。计算平面网格数为 240×180 , 对应物理平面区域为 $1 \leq r \leq 60, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。时间步长为 $\Delta t = 0.01$ 。

先计算无吹吸圆柱绕流, 待柱后尾流涡街的变化趋于稳定后, 开始加入吹吸。本文算例中, 吹吸口的张角固定为 18° , 对称分布在圆柱上下表面。改变吹吸的强度 β (> 0 时为吹, < 0 时为吸), 和吹吸口的位置 ϕ (从后驻点量起), 观察其对柱后尾流涡旋结构, 以及阻力、升力系数变化的影响。

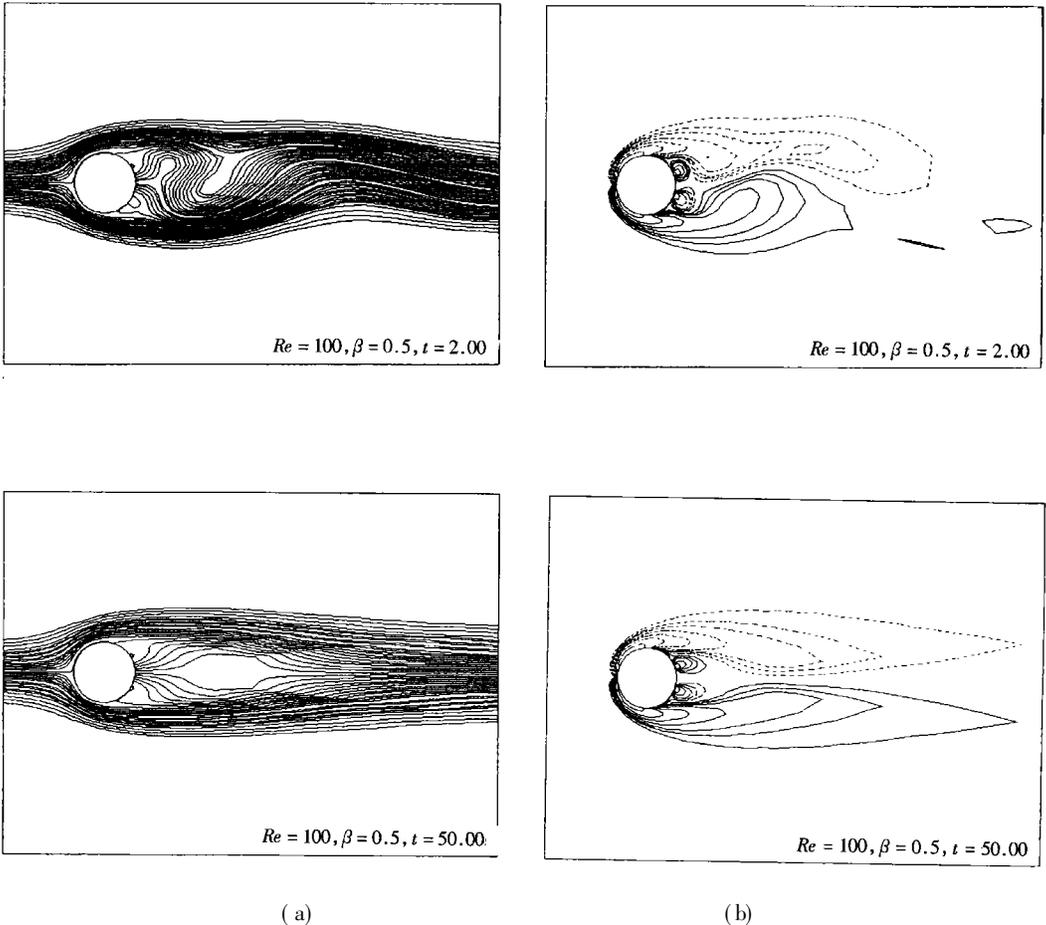


图5 表面吹气位置在圆柱尾部 ($0^\circ \leq \phi \leq 18^\circ$), 吹气强度为 $\beta = 0.5$ 时, 在不同时刻 t 的 (a) 流线分布图, 和 (b) 涡量分布图

1 吸气的情形

1) 固定吸气口位置在 $72^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$, 即在圆柱背风面的肩部, 改变吸气的强度。图 1 是吸气强度分别为 $\beta = -0.1, -0.3$ 和 -0.5 时的 C_F, C_L 随时间的变化曲线。可见随着吸气强度的增加, C_L 的变化, 幅度迅速减小, 到 $\beta = -0.3$ 时 C_L 已接近零, C_F 的值先是减小, 到 $\beta = -0.5$ 时 C_F 已近似等于零。

通过比较, 我们选 $\beta = -0.5$ 为该吸气位置时的最佳吸气强度。图 2 是该吸气条件下, 在不同时刻流动的流线与涡量分布图。它清楚地显示了, 随着时间的增加, 柱后交替脱落的涡

形成的Karman 涡街逐渐消失。到 $t = 40$ 时, 柱后形成一个由一对对称涡组成的稳定的涡尾流区, 此时的 C_F, C_L 皆近似为零 ($C_F \approx 0.043, C_L \approx -0.001$)。

2) 固定吸气口位置在 $0^\circ \leq \phi \leq 18^\circ$, 即在圆柱尾部(后驻点附近)。图 3 是吸气强度为 $\beta = -0.5$ 时的 C_F, C_L 随时间的变化曲线。可见, 在尾部的吸气起不到抑制尾涡交替脱落, 以及减小升力、阻力的作用。

2 吹气的情形

1) 固定吹气口位置在 $0^\circ \leq \phi \leq 18^\circ$ 。图 4 中是吹气强度分别为 $\beta = 0.1, 0.5$ 时的 C_F, C_L 随时间变化的曲线。可见随着吹气强度的增加, C_L 的变化幅度也会减小, 到 $\beta = 0.5$ 时 C_L 已接近零, C_F 趋于定常值。图 5 是吹气强度 $\beta = 0.5$ 时, 在不同时刻流动的流线与涡量分布图。可见, 随着时间的增加, 柱后交替脱落的涡形成的 Karman 涡街也会逐渐消失。到 $t = 50$ 时, 柱后也形成一个由一对对称涡组成的稳定的涡尾流区。但此时涡尾流区的长度, 明显大于图 2 中在肩部吸气时的涡尾流区的长度。

2) 固定吹气口位置在 $72^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ 。图 6 是吹气强度为 $\beta = 0.5$ 时的 C_F, C_L 随时间的变化曲线。可见, 在肩部的吹气也得不到抑制尾涡交替脱落, 以及减小升力、阻力的效果。

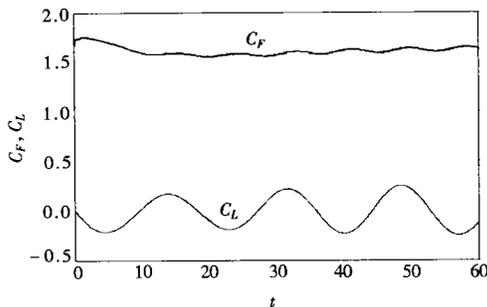


图 6 表面吹气位置在圆柱肩部 ($72^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$), 吹气强度为 $\beta = 0.5$ 时的阻力、升力系数 C_F, C_L 随时间的变化曲线(粗线 — C_F , 细线 — C_L)

4 结 论

1. 在圆柱肩部的吸气和在圆柱尾部的吹气, 可有效地抑制尾流涡旋结构在垂直来流方向上的非对称, 达到减小升力的目的。而在圆柱尾部的吸气和在圆柱肩部的吹气, 无助于抑制尾流涡旋结构在垂直来流方向上的非对称性, 得不到减小升力的效果。

2. 对在圆柱肩部吸气的情形, 合适选择吸气强度, 还可有效减小圆柱在来流方向上所受的阻力。

3. 圆柱肩部吸气时, 形成的稳定的涡尾流区的长度, 明显小于尾部吹气时形成的稳定的涡尾流区的长度。

致谢 感谢江苏省自然科学基金对本文工作的资助。

[参 考 文 献]

[1] Williams C R, Mansy H, Amato C. The response of asymmetry properties of a cylinder wake subjected to localized surface excitation[J]. J Fluid Mech, 1992, 234: 71—96.

[2] Lin J C, Towfighi J, Rockwell D. Near_wake of a circular cylinder: Control by steady and unsteady surface injection[J]. J Fluids & Structures, 1995, 9(5): 659—669.

[3] Ling L M, Ramaswamy B, Cohen R D, et al. Numerical analysis on Strouhal frequencies in vortex shedding over square cylinders with surface suction and blowing[J]. Internat J Numer Methods Heat Fluid Flow, 1993, 3(3): 357—375.

[4] Gatski T B. Review of incompressible fluid flow computations using the vorticity_velocity formulation

- [J]. Appl Num Mathematics, 1991, 7(2): 227—239.
- [5] YUAN Li, FU De_xun, MA Yan_wen. Numerical simulation of axisymmetric unsteady incompressible flow by a vorticity_velocity method[J]. Internat J Numer Methods Fluids, 1995, 21(3): 401—411.
- [6] LING Guo_ping, Shih T M. Numerical study on the vortex motion patterns around a rotating circular cylinder and their critical characters[J]. Internat J Numer Methods Fluids, 1999, 29(2): 229—248.

Numerical Study on the Flow Around a Circular Cylinder With Surface Suction or Blowing Using Vorticity_Velocity Method

LING Guo_ping, FANG Jian_wen

(Department of Mathematics, Suzhou University, Suzhou 215006, P R China)

Abstract: A vorticity_velocity method was used to study the incompressible viscous fluid flow around a circular cylinder with surface suction or blowing. The resulted high order implicit difference equations were efficiently solved by the modified incomplete LU decomposition conjugate gradient scheme (MILU_CG). The effects of surface suction or blowing's position and strength on the vortex structures in the cylinder wake, as well as on the drag and lift forces at Reynolds number $Re = 100$ were investigated numerically. The results show that the suction on the shoulder of the cylinder or the blowing on the rear of the cylinder can efficiently suppress the asymmetry of the vortex wake in the transverse direction and greatly reduce the lift force; the suction on the shoulder of the cylinder, when its strength is properly chosen, can reduce the drag force significantly, too.

Key words: circular cylinder with surface suction or blowing; separated vortex flow around bluff body and its control; vorticity_velocity method; preconditioned conjugate gradient method