

文章编号: 1000-0887(2002) 12-1241-14

旋转壳在子午面内整体弯曲的几何非线性摄动有限元法及在波纹管计算中的应用(II)^{*}

朱卫平 黄黔

(上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(我刊编委黄黔来稿)

摘要: 利用(I)提出的旋转壳在子午面内整体弯曲的几何非线性摄动有限元法分析了波纹管在纯弯矩、横向力作用下的刚度和应力分布。首先, 将其中的一阶摄动解(线性解)和作者曾经提出的中细环壳一般解、初参数积分解进行了比较, 以及与他人的实验、有限元分析进行了比较, 表明本法具有良好的精度和可靠性, 且如(I)所指出的那样, 波纹管子午线曲率的突变不妨碍一般直线单元的应用。然后, 讨论了波纹管的非线性特征, 结果显示, 波纹管的非线性效应主要来自其环板, 而且环板愈宽非线性效应愈大, 例如, C型波纹管相当于环板宽度为零的U型波纹管, 因而其非线性效应几乎可以忽略不计。此外, 在纯弯矩作用下, 依线性解波纹管各个波的应力分布是相同的, 而依非线性解各个波的应力分布是不相同的, 但对于常见的波纹管, 在工程精度内线性解是有效的。

关键词: 旋转壳; 波纹管; 横向弯曲载荷; 几何非线性; 摄动法; 有限元法
中图分类号: O343.2 文献标识码: A

引言

本文用(I)提出的旋转壳在子午面内整体弯曲的几何非线性摄动有限元法分析波纹管在纯弯矩、横向力作用下的刚度和应力分布。首先, 将其中的一阶摄动解(线性解)和作者曾经提出的中细环壳一般解、初参数积分解进行比较, 以及与他人的实验、有限元分析进行比较, 以验证本文基本方法的正确性。然后, 讨论波纹管的非线性特征。

1 一阶摄动解——线性解

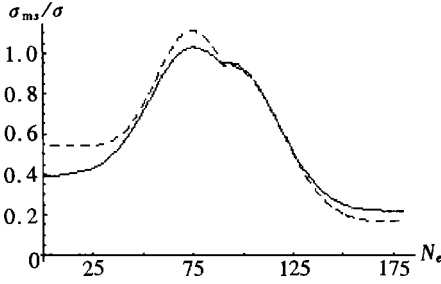
本法的一阶摄动解, 即(I)中式(42)和(43)所确定的解(52), 相当于一般的线性有限元法。下面我们通过具体算例来说明它的精度和可靠性。

例1 纯弯矩作用下的C型波纹管。模型尺寸和参数见表1, Turner和Ford(1957)用这3

* 收稿日期: 2001_09_29; 修订日期: 2002_05_20

作者简介: 朱卫平(1962—), 男, 江苏南通人, 副教授, 博士, 已发表论文20多篇, 曾获上海市科技进步奖(E-mail: wpzhu@mail.shu.edu.cn)。

个模型作了拉伸试验(见[1]),钱伟长^[1](1981)给出了相应的精确解。关于这3个模型在纯弯矩作用下的刚度和应力分布,作者曾用细环壳一般解^[2,3](1999,1998)、中细环壳一般解^[4](2002)、初参数法数值积分法^[5](2000)进行了计算,现在用本法的一阶摄动解(线性有限元法)进行计算。本解给出的弯曲刚度和其他解的比较见表2,本解给出的应力分布与其他解的比较见图1~12。有关说明如下:



模型 B 纯弯曲, ——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4]
图1 受拉侧子午向膜应力

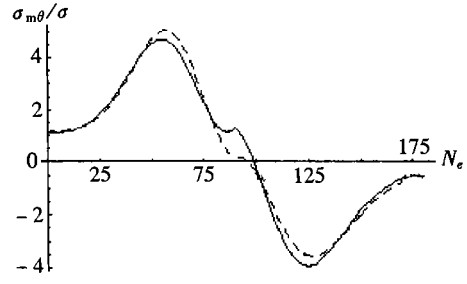
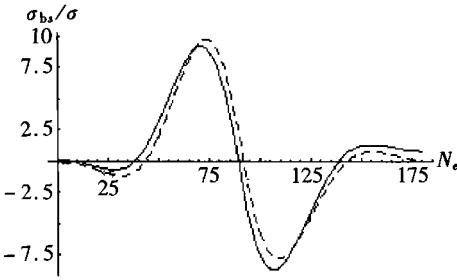


图2 受拉侧环向膜应力



模型 B 纯弯曲, ——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4]
图3 受拉侧子午向弯曲应力

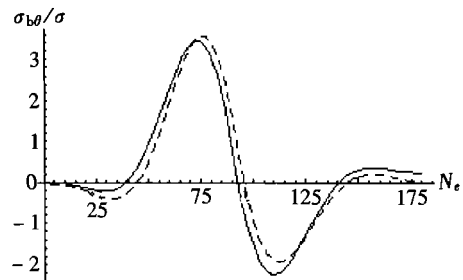
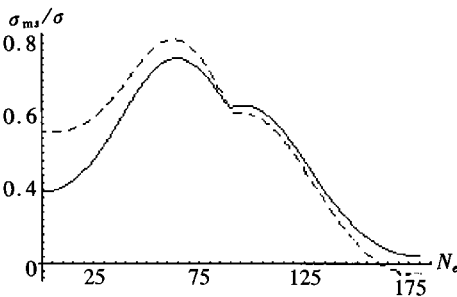


图4 受拉侧环向弯曲应力



模型 C 纯弯曲, ——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4]
图5 受拉侧子午向膜应力

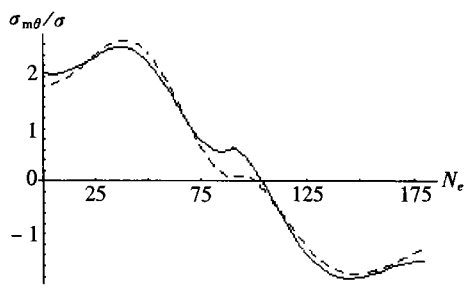


图6 受拉侧环向膜应力

在纯弯矩作用下,波纹管的变形关于赤道平面对称的,因此只需要考虑其中的半个波弧。应力分布见图的横坐标波纹管半个波弧长的等份数。由波谷到波峰(自左向右)分成180

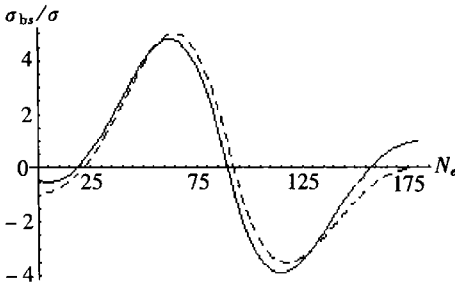
等份。纵坐标为波纹管受拉侧外表面的实际应力 (σ_{ms} — 子午向膜应力, $\sigma_{m\theta}$ — 环向膜应力, σ_{bs} — 子午向弯曲应力, $\sigma_{b\theta}$ — 环向弯曲应力) 与一具有应力量纲的参考值 $\sigma = L_y / \pi R_m b h$ 之比。

表 1 C型波纹管模型尺寸和参数

Turner_Ford 模型	b / mm	R_m / mm	h / mm	$\alpha = b / R_m$	$\mu = b^2 \sqrt{3(1-\nu^2)} / h R_m$
B	49.53	176.02	1.40	0.281	16.431
C	50.04	176.02	4.32	0.284	5.458
D	24.89	176.02	1.37	0.142	4.191

表 2 端面转角与弯矩的关系

$\Omega_y / \left(\frac{8WL_y}{\pi b h R_m E} \right)$	Turner_Ford 模型		
	B	C	D
本法一阶摄动解	0.642	0.759	0.722
圆环壳初参数法 ^[9]	0.622	0.753	0.704
中细环壳一般解 ^[4]	0.653	0.753	0.731



模型 C 纯弯曲, ——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4]

图 7 受拉侧子午向弯曲应力

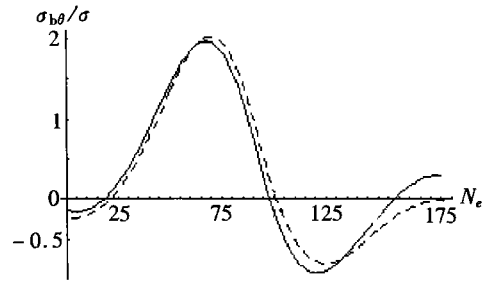
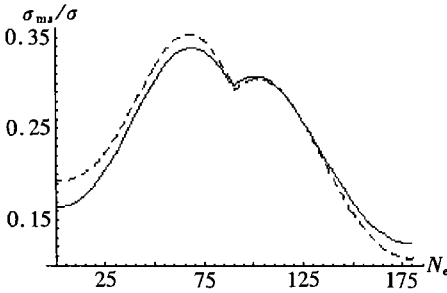


图 8 受拉侧环向弯曲应力



模型 D 纯弯曲, ——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4]

图 9 受拉侧子午向膜应力

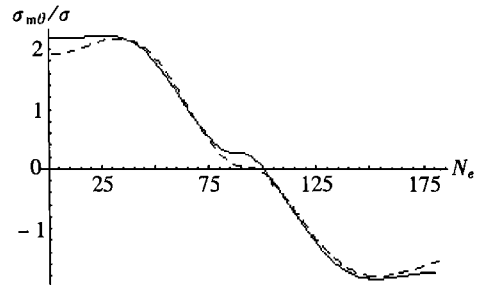
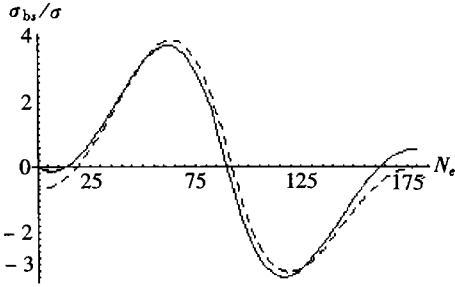


图 10 受拉侧环向膜应力

应力曲线横坐标的左端和右端分别对应于结构的支承端和载荷作用端, 支承端的节点号为 $N_j = 1$, 载荷作用端的节点号为 $N_j = 181$ 。结构左端的边界条件为 $\{u, v, \vartheta\}_{N_j=1} = \{0, 0, 0\}$, 右端的等效节点载荷由(I)中式(27)确定。在纯弯矩作用下波纹管 1 个波两端面的相对转角为 $\Omega_y =$

$$2(u)_{N_j} = 18V / (R_m + b) \cdot$$

计算结果表明,C型波纹管在纯弯矩作用下,无论是弯曲刚度还是应力分布,(I)中的一阶摄动解与作者以前提出的柔性壳理论的线性解^[3,4]是相当一致的。



模型 D 纯弯曲, ——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4]

图 11 受拉侧子午向弯曲应力

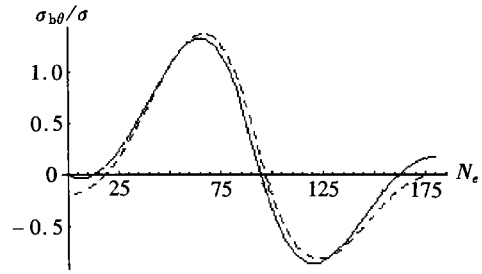
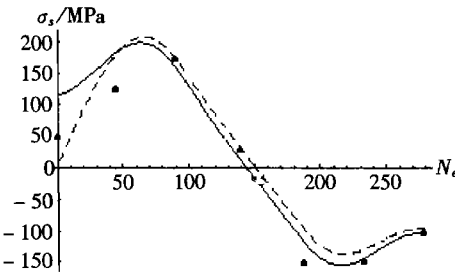


图 12 受拉侧环向弯曲应力

例2 角位移、横向位移作用下的U型波纹管。下面将一阶摄动有限元法对角位移、横向位移作用下的U型波纹管进行计算,并将计算结果与细环壳一般解^[2,6]、中细环壳一般解^[4]、EJ-MA^[7]标准及实验^[8]结果进行比较。



U型波纹管在给定角位移情况下,第一半波 ($N_e = 1 \sim 278$),受拉一侧

——本文一阶摄动解, ——中细环壳一般解^[4], • 实验^[8]

图 13 外表面子午向应力 ($\theta = \pi/4$)

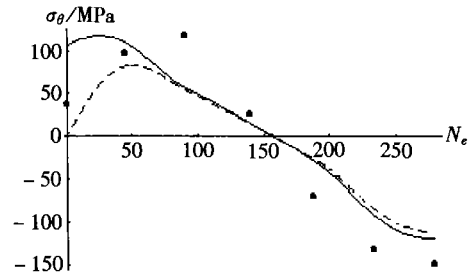
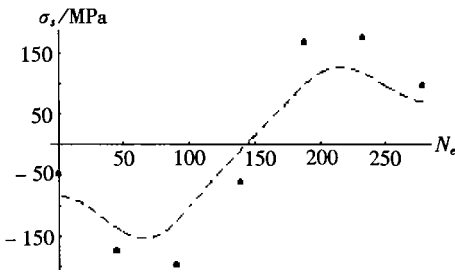


图 14 外表面环向应力 ($\theta = \pi/4$)



U型波纹管在给定横向位移情况下,第一半波 ($N_e = 1 \sim 278$),受拉一侧

——本文一阶摄动解, • 实验^[8]

图 15 外表面子午向应力 ($\theta = \pi/4$)

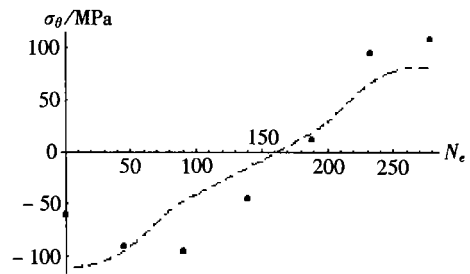


图 16 外表面环向应力 ($\theta = \pi/4$)

我们做了大量的例题,限于篇幅,这里仅列出了对黎廷新等人^[8]实验模型进行计算的结果。该模型的材料为 1Cr18Ni9Ti 不锈钢, $E = 1.95 \times 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$ 。尺寸和参数为: $D = 277.5$

mm, 波高 $w = 27.0$ mm, 波距 $q = 29.0$ mm, 名义壁厚 $t = 0.5$ mm, 层数 $n = 1$, 波数 $N = 4$, 这里采用了 EJMA 标准中的通用名称和符号, 它们与环壳参数的关系是 $b = q/4, h = t_p, R_{m2} = (D_b + nt)/2 + w - q/4, R_m = (R_{m1} + R_{m2})/2 = D_m/2, D_m = D_b + w + nt, R_{m1} = (D_b + nt)/2 + q/4, t_p = t \sqrt{D_b/D_m}$, 其中 t_p 为波纹管成形后的厚度, 小于设计的名义厚度 t , 考虑了机械加工过程中的减薄量。实验中波纹管一端固定, 另一端分别施加转角 $\Omega_j = 3^\circ$ 和横向位移 $\Delta_x = 1$ mm。假设模型垂直放置, 从波纹管的上端至中部取两个波作为研究对象进行计算。将研究对象分划成 $N_e = 834$ 个单元, 其中, 圆弧部分每隔 $\pi/180$ 弧度划一个单元, $1/4$ 圆弧有 90 个单元, 环板部分每隔约 $b\pi/180$ 一个单元, 每个环板 98 个单元。节点编号从第一个波纹的起点到第二个波纹的终点按顺序记为 $N_j = 1 \sim 835$ 。在给定角位移情况下, 设位移边界条件 $\{v, w\}_{N_j=1} = \{0, 0\}, \{u, \vartheta\}_{N_j=835} = \{0, 0\}$, 并在 $N_j = 1$ 的节点上施加弯矩 L_y (等效节点力按(I) 中式(27) 计算), 使 $\vartheta_{N_j=1} = \pi/120$ 。在给定横向位移情况下, 由变形的反对称性可知, 整个波纹管的中央断面上弯矩为零, 横向位移为端面的一半。因此, 对半个波纹管进行研究时, 可设起点的位移边界条件为 $\{u, v, \vartheta\}_{N_j=1} = \{0, 0, 0\}$, 并在整个波纹管的中央断面, $N_j = 835$ 的节点上施加横向力 P_x (等效节点力按(I) 中式(28) 计算), 使 $v_{N_j=835} = 0.5$ mm。

表 3 U 型波纹管单波端面转角与弯矩的关系

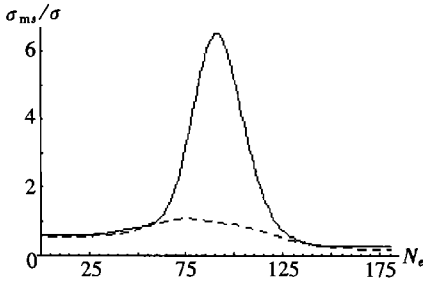
$$(D = Eh^3/12(1 - \nu^2), E \text{ 为弹性模量}, \nu \text{ 为泊松比})$$

公式	本文一阶摄动解	中环壳解 ^[4]	细环壳解 ^[3]	EJMA 标准 ^[7]
$\Omega_j \sqrt{\left(\frac{q^2 L_y}{4\pi D_m^2 D}\right)}$	1.645	1.650	1.712	1.856

表 4 U 型波纹管横向位移与横向力及波数之间的关系

$$(D = Eh^3/12(1 - \nu^2), E \text{ 为弹性模量}, \nu \text{ 为泊松比})$$

本文一阶摄动解	波数 N	1	2	4
	$\Delta_x \sqrt{\left(\frac{q^2 P_x}{16\pi D_m D}\right)}$		1.075	6.670



模型 B 半波 纯弯曲, -----本文一阶摄动解, —— 本文非线性解

图 17 子午向膜应力 ($\theta = 0$)

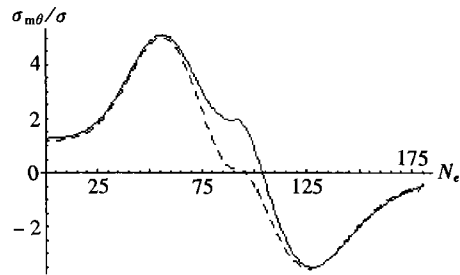
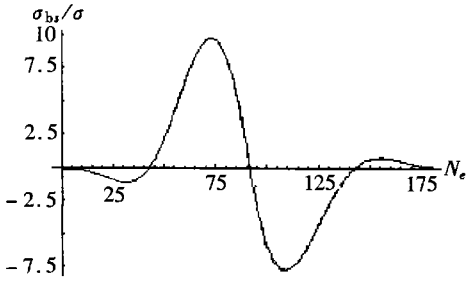


图 18 环向膜应力 ($\theta = 0$)

按照上述方法计算, 得到该模型的弯曲刚度和横向刚度(表 3, 4) 及应力分布(见图 13, 14)。

我们取第一半波外表面上 7 个测点^[8] (从波谷到波峰顺序编号 1~7) 的应力值进行比较, 这 7 个测点所在的子午线离波纹管拉伸侧成 $\theta = 45^\circ$ 。在给定角位移的情况下, 应力分布存在局部的边缘效应, 但各波的变形基本上是均匀的, 所以在表 3 中只给出其中一个波的刚度值, 可见几种解



模型 B 半波 纯弯曲, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解
图 19 子午向弯曲应力 ($\theta = 0$)

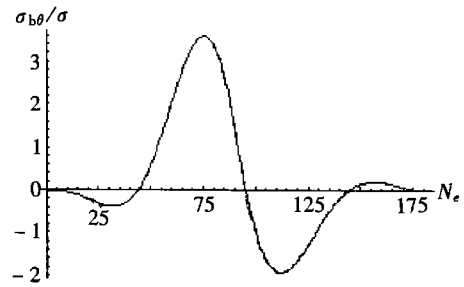
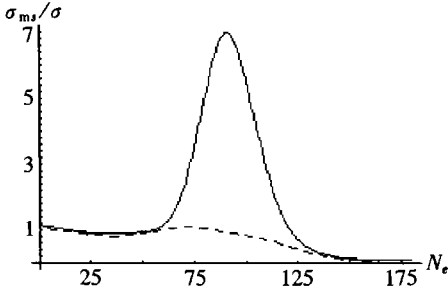


图 20 环向弯曲应力 ($\theta = 0$)



模型 B 半波 横向位移, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解
图 21 子午向膜应力 ($\theta = 0$)

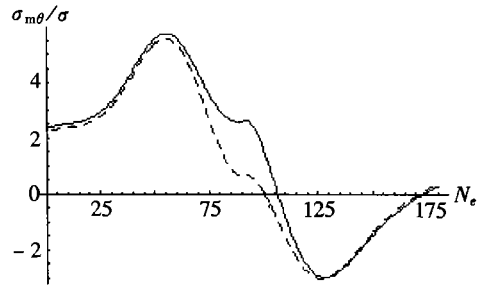
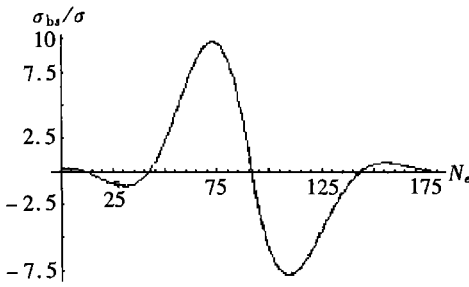


图 22 环向膜应力 ($\theta = 0$)

的结果基本一致。值得注意的是,按 EJMA^[7]标准计算的结果总是偏柔,这是由于该标准以曲梁为模型,放松了环向侧面的约束所致。图 15、16 的应力分布表明,一阶摄动有限元、中细环壳一般解及实验结果是一致的。在给定横向位移的情况下,各波的变形不均匀,波纹管的整体横向刚度大致与波纹管长度的 3 次方成反比,表 4 中给出了不同波数下由一阶摄动有限元计算的刚度值。从图 15、16 看到用有限元法计算的应力值偏小,这是由于在横向位移情况下壳的横向剪力起着比较重要的作用,而锥壳单元没有计及横向剪力的影响,导致离散结构偏柔造成的。



模型 B 半波 横向位移, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解
图 23 子午向弯曲应力 ($\theta = 0$)

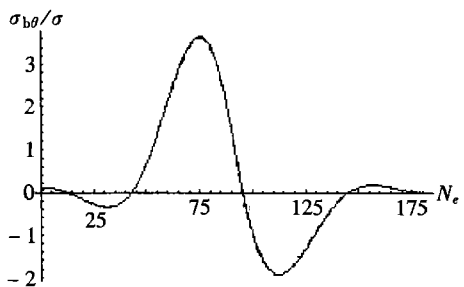
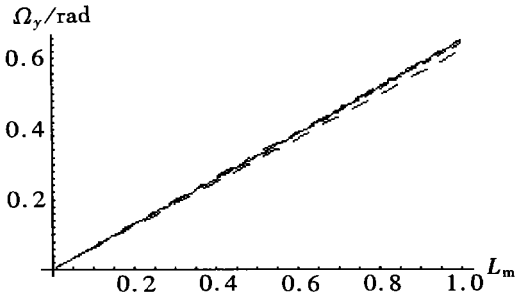


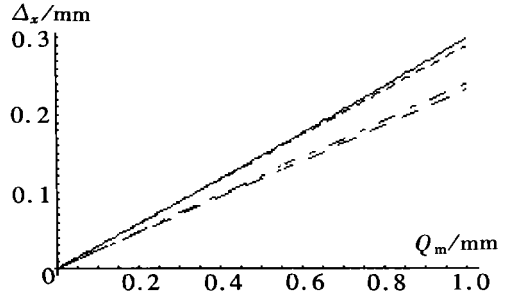
图 24 环向弯曲应力 ($\theta = 0$)

2 波纹管的几何非线性特征

非线性解由(I)中式(51)~(61)确定。我们还是通过具体的例子看一看波纹管在角位移、横向位移作用下的非线性特征。



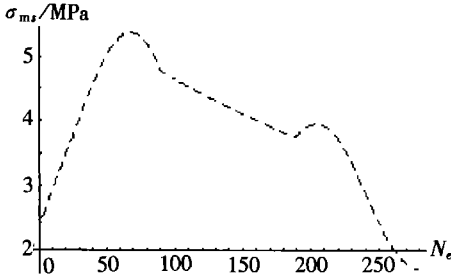
$$L_m = 8\mu L_y / \pi b h R_m E$$



$$Q_m = 2\mu R_m P_x / \pi b h E$$

-----本文一阶摄动解, ——本文非线性解, - - - 中细环壳一般解^[4] --- 圆环壳初参数法^[5]

图 25 力矩与转角(模型 B 单波 纯弯曲) 图 26 横向力与横向位移(模型 B 单波 横向位移)



U 型波纹管第一半波, 给定角位移, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解

图 27 子午向膜应力 ($\theta = \pi/4$)

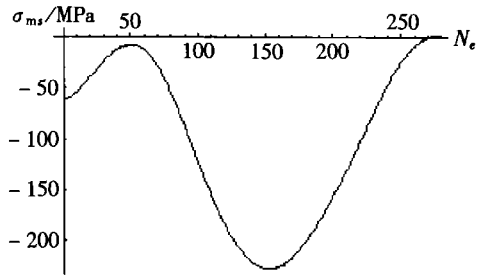
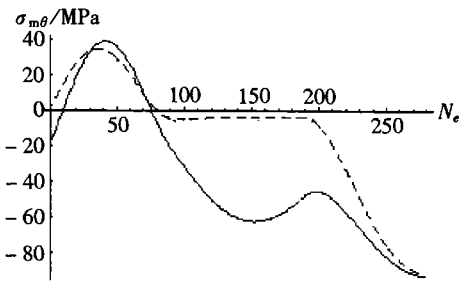


图 28 子午向膜应力 ($\theta = \pi/4$)



U 型波纹管第一半波, 给定角位移, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解

图 29 环向膜应力 ($\theta = \pi/4$)

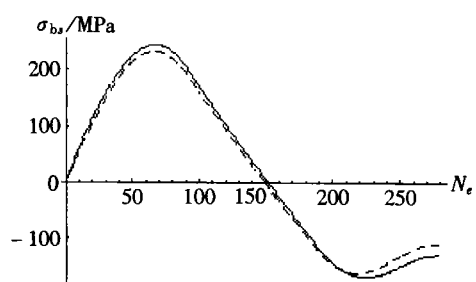
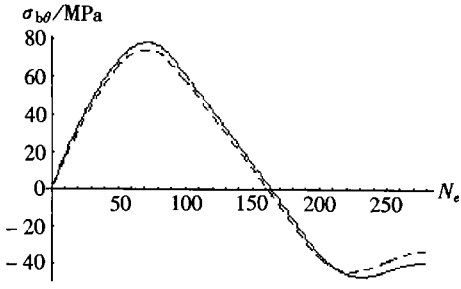


图 30 外表面子午向弯曲应力 ($\theta = \pi/4$)

例 3 Turner_Ford C 型波纹管实验模型 B 在纯弯矩、横向力作用下的非线性特征。用本法进行计算, 得到的应力分布 (σ_{m1} — 子午向膜应力, σ_{m0} — 环向膜应力, σ_{b1} — 子午向弯曲应力, σ_{b0} — 环向弯曲应力。纯弯矩作用时为实际应力与 $\sigma = L_y / \pi R_m b h$ 之比, 横向力作用时为实际应力与 $\sigma = P_x / \pi R_m h$ 之比) 如图 17~ 24 所示, 载荷位移关系曲线如图 25、26 所示。从图 17~ 24 可见, 对于 C 型波纹管, 子午向膜应力的非线性效应最大, 环向次之, 弯曲应力几乎不受几何非线性效应的影响, 此外, 载荷与位移之间的非线性关系也不明显。因为从壳的几何非线性关系看, 弯曲应变关系式本身仍然是线性的, 直接的非线性因素是曲率的变化对膜应变的影响。所以, 弯曲应力没有直接的非线性效应, 而壳曲率的变化程度将直接影响膜应力的分布。例如, 在正负



U 型波纹管第一半波, 给定角位移, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解
-.-中细环壳一般解^[4], • 实验^[8]

图 31 外表面环向弯曲应力 ($\theta = \pi/4$)

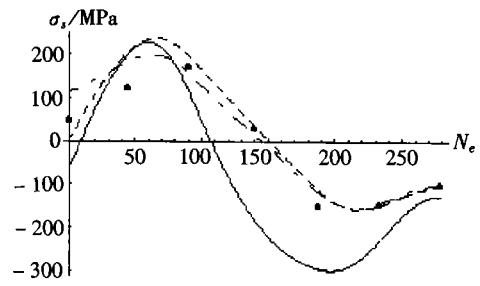
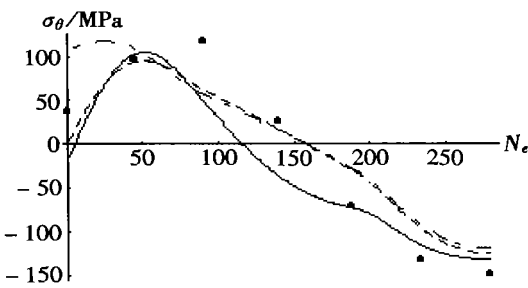
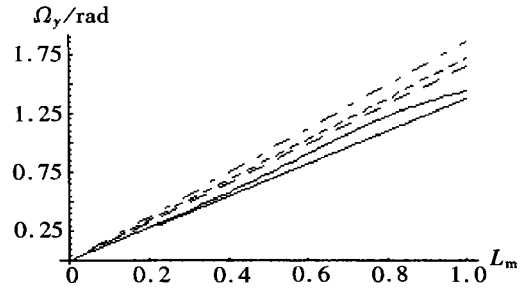


图 32 外表面子午向合应力 ($\theta = \pi/4$)



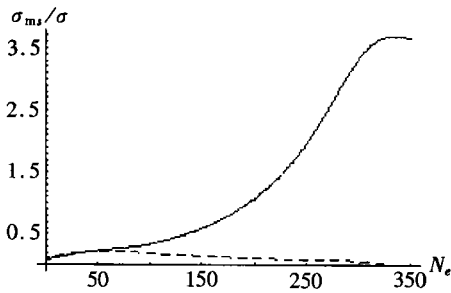
U 型波纹管第一半波, 给定角位移, -----本文线性解, ——本文非线性解
-.-中细环壳一般解^[4], • 实验^[8]

图 33 外表面环向合应力 ($\theta = \pi/4$)



U 型波纹管一个波, --- 中细环壳一般解^[4]
-----本文线性解, 非线性解, -----细环壳一般解^[6]
-.- EMA 标准^[7], $L_m = q^2 L_y / 4\pi D_m^2 D$

图 34 弯矩转角关系



模型 4 半波 横向力作用, -----本文线性解, ——本文非线性解

图 35 子午向膜应力 ($\theta = 0$)

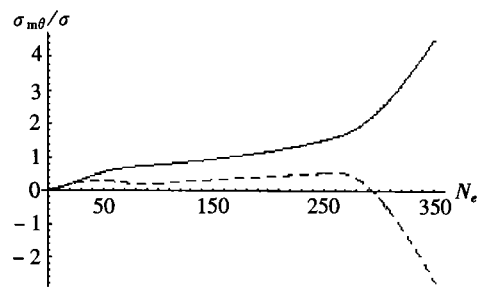
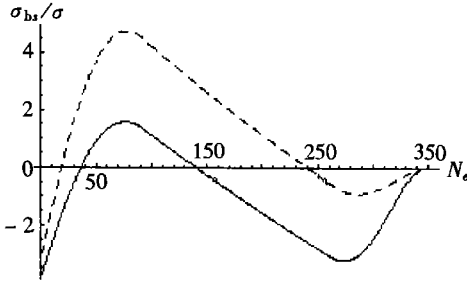


图 36 环向膜应力 ($\theta = 0$)

圆弧的连接处 ($N_e = 90$), 曲率发生突变, 膜应力的变化最为显著。并且, 对于在子午面内整体弯曲的环壳, 子午向的曲率变化大于环向, 因此, 子午向膜应力的非线性效应大于环向应力的非线性效应。还可以推断, 由于对于 C 型波纹管, 曲率的突变只是局部的, 而局部的非线性膜应变只产生较小的非线性应变能, 因而对整个结构的应变能贡献不大, 即对节点位移的影响不可能大, 故弯曲应力的非线性效应不明显, 载荷与位移之间的非线性关系也不明显(图 25, 26)。

例 4 黎廷新等^[8]U 型波纹管实验模型在角位移作用下的几何非线性特征。用本法进行计



模型4 半波 横向力作用, -----本文线性解, ——本文非线性解
图 37 子午向弯曲应力 ($\theta = 0$)

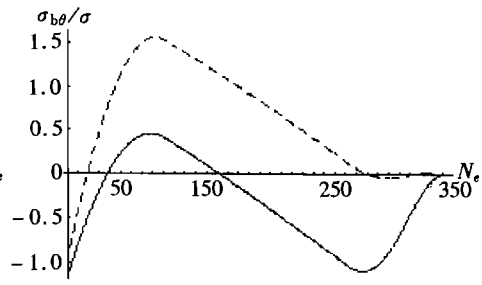
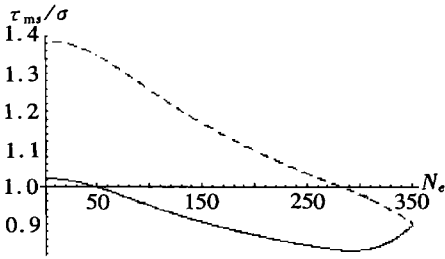
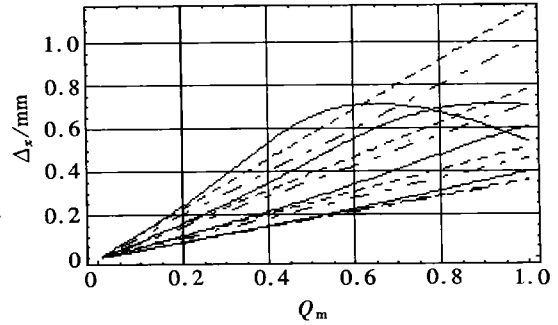


图 38 环向弯曲应力 ($\theta = 0$)



模型4 半波 横向力作用,
-----本文线性解, ——本文非线性解



— ANSYS (8_node 3D Curved E) 线性解
-----本文线性解, ——本文非线性解
自下而上分别对应模型 1~ 4

图 39 子午向膜剪应力 ($\theta = \pi/2$) 图 40 模型4单波横向载荷位移关系 $Q_m = qP_s / 16^v D_m D$

算, 应力分布如图27~33所示。图中同时列出了本法的线性解、非线性解, 中细环壳一般解及黎廷新等实测值。载荷位移关系如图34所示, 该图中也同时列出了多种解法的结果^[4,6-8], 以便比较。常见的U型波纹管, 其环壳较细较刚, 环板则较宽较柔。本例中环板的宽度大于1/4圆弧长, 占结构的1/3强。因此, 模型在变形过程中, 有较大的区域曲率发生显著的变化, 在几何关系中的非线性项不仅直接增加了膜应力的非线性效应, 而且对整个结构的节点位移开始起作用。故一般情况下, U型波纹管非线性效应大于C型波纹管非线性效应。尽管如此, 由比较和常识可知, 对于常规的波纹管, 在实用的范围内, 线性解仍可用。

表 5 U型波纹管参数 $E = 195 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$

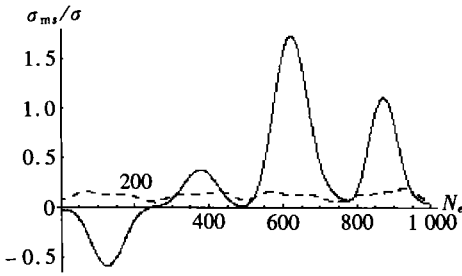
B. Skoczen 模型	内径 D_0 / mm	波高 w / mm	波距 q / mm	壁厚 t / mm	层数 n	波数 N
1	80.0	4.5	8.0	0.3	1	1
2	80.0	6.0	8.0	0.3	1	1
3	80.0	8.0	8.0	0.3	1	1
4	80.0	10.0	8.0	0.3	1	1

例5 B. Skoczen^[9] (1999) 数值试验模型在横向力作用下的非线性特性。B. Skoczen 在文[9]中指出, 波纹管的轴向刚度和弯曲刚度按EJMA标准计算有足够的精度, 但是, 横向刚度还没有公认的公式。为了计算波纹管的单波横向刚度, 他用ANSYS(1997版)进行了有限元数值试验。具体做法是, 取波纹管的一个波, 两端与平板固定, 平板可以作相对横向移动。采用8节点3D曲

面单元, 作线性分析。将单波横向刚度定义为 $c_t = qP_x / \Delta_x$, 其中 q 为波距, P_x 和 Δ_x 为端面横向力和横向位移。模型参数见表 5, 计算结果见表 6。

表 6 单波横向载荷和位移关系

B. Skoczen 模型	$c_t / (N / rad)$		$\Delta_x \sqrt{\left(\frac{q^2 P_x}{16 \pi^2 D_m D} \right)}$		本文非线性项占线性项与非线性项之和的百分比 $F / (\%)$
	ANSYS	本文一阶摄动解	ANSYS	本文一阶摄动解	
1	1 449 275.5	1 420 450.8	0.354 512	0.361 706	9.7
2	1 136 363.5	1 025 478.9	0.460 128	0.509 882	15.9
3	751 879.5	685 778.0	0.711 538	0.780 124	- 10.6
4	549 450.5	478 622.8	0.995 737	1.143 088	- 110.3



模型 5 纯弯曲 2 波, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解

图 41 子午向膜应力 ($\theta = 0$)

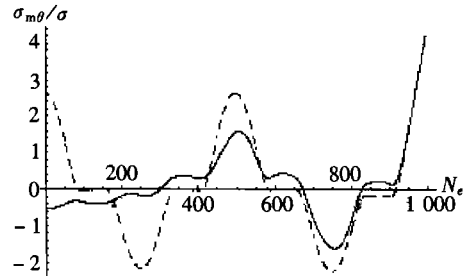
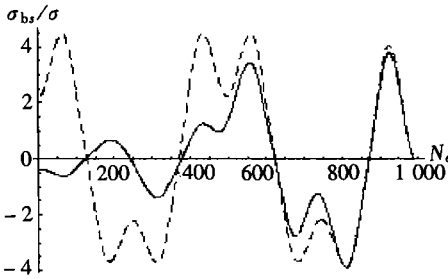


图 42 环向膜应力 ($\theta = 0$)



模型 5 纯弯曲 2 波, -----本文一阶摄动解, ——本文非线性解

图 43 子午向弯曲应力 ($\theta = 0$)

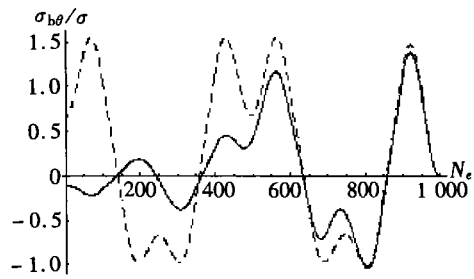
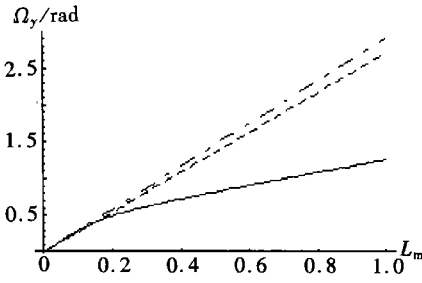


图 44 环向弯曲应力 ($\theta = 0$)

我们的做法是, 取波纹管的半个波, 波谷完全固定, 在波峰所在的截面作用横向力, 等效节点力按(1)中式(28)处理, 采用锥壳单元, 作几何非线性摄动分析。将载荷加至使子午向最大弯曲应力按一阶摄动解(线性解)计算, 约为 200 MPa。单波线性横向刚度按式 $c_t = 2qP_x / \Delta_x$ 计算, 计算结果及对比值见表 6。可见, 线性刚度值, 本文的计算结果与用 ANSYS 计算的结果基本一致。4 个模型的载荷位移关系曲线, 线性的和非线性的及 B. Skoczen^[9]的计算结果汇集在图 40。应力分布见图 35~ 39(为实际应力: σ_{ms} — 子午向膜应力, σ_{m0} — 环向膜应力, σ_{bz} — 子午向弯曲应力, σ_{b0} — 环向弯曲应力, 与参考值 $\sigma = 2P_x / \pi D_m h$ 之比), 限于篇幅仅列出模型 4。B. Skoczen^[9]没有给出应力分布。可以看到, 随着波高的增加(环板加宽)非线性效应逐渐增强。各模型非线性项产生的位移占总位移的百分比见表 6 最后一列, 其中, 模型 4 非线性项产生的位移超过了线性项产生的位移, 此时应考虑更高阶的摄动项的作用。须指出, 实用上, 模型 3 尤其是模型 4 是很

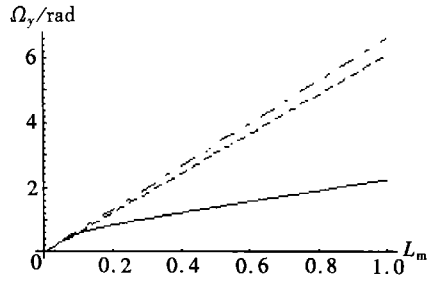
少见的,波高的波纹管虽然补偿量大,但承压能力低,综合性能不优,此外,高波在制造上是困难的



模型 5 纯弯曲 2 波 1 层

-----本文一阶摄动解, ——本文非线性解, - EJMA 标准^[7], $L_m = 8M_y/\pi bhR_m E$

图 45 弯矩和转角的关系



模型 6 纯弯曲 2 波 2 层

图 46 弯矩和转角的关系

例 6 本例考察波纹管的波数与应力分布的关系及层数与刚度的关系。模型结构参数见表 7。将波纹管水平放置, 设左端支承, 边界上 $\{u, v, \vartheta\} = \{0, 0, 0\}$ 是齐次的, 右端作用顺时针转动的弯矩 L_y , 等效节点力按(I)中式(27)处理。一般认为, 波纹管在纯弯矩作用下每个波的变形是均匀的, 并且关于波谷和波峰是对称的, 因此, 常任取其中的半个波作代表进行分析。本例我们放弃这一习惯性的做法, 试取两个波进行计算。计算结果如图 41~ 46 所示。从应力分布(有关应力与一参考值 $\sigma = L_y/\pi R_m bh$ 之比, 图 41~ 44)可见, 用线性解计算(虚线), 每个波的应力分布是相同的, 但计入非线性项的作用后, 应力分布(实线)随着离开载荷作用端而衰减。这是我们发现的一个重要现象。从载荷位移关系曲线(图 45, 46)可见, 总厚度相同的波纹管, 双层的刚度比单层的小一半, 和经验是吻合的。

表 7

U 型波纹管结构参数 $E = 195 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$

模型	内径 D_b/mm	波高 w/mm	波距 q/mm	壁厚 t/mm	层数 n	波数 N
5	108.0	12.0	15.0	0.30	1	2
6	108.0	12.0	15.0	0.15	2	2

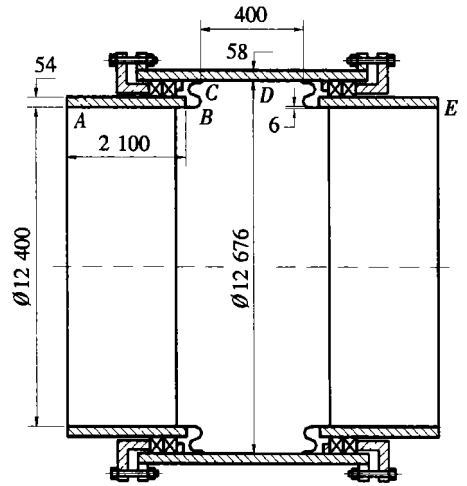
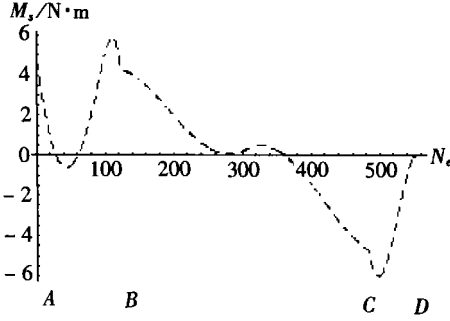


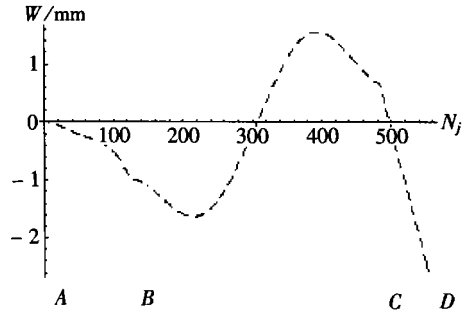
图 47 引水管伸缩节示意图

例 7 工程实例 图 47 是我们为长江三水利枢纽工程设计的一种新型引水管伸缩节示意图(方案之一)。该伸缩节安装在从水库大坝到水轮机房的引水管上, 直径达 12.5m, 承受水落差压力 1.4 MPa。伸缩节的作用是补偿管道由于气温变化引起的轴向位移及地基沉降引起的横向位移。该伸缩节的关键部件是由两个半圆环壳组成的 S 型水封环(图 47 中 BC), 具有密封和位移补偿双重功能, 这是以往同类产品所没有的, 无法套用现有的设计标准和规范进行设计。为此, 我们进行了大量的计算和实验, 这里只摘要讨论其中由横向位移引起的内力和变形。考虑伸缩节的一半 ABCD, 在左端 A 的边界节点上 $\{u, v, \vartheta\}_A = \{0, 0, 0\}$, 在中点 D 的横截面上作用向下

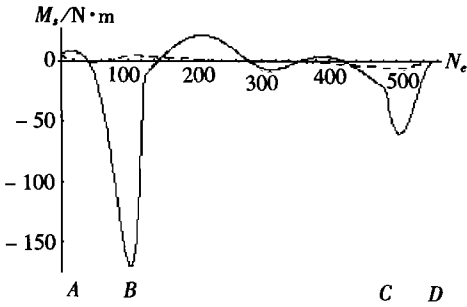
的集中力 P_x , 使该截面的形心产生向下的位移 1.5 mm(按线性解计算), D 点的等效节点力按(I)中式(28)处理。按本文摄动有限元法得到的子午向弯矩、节点垂直位移、节点转角及载荷位移关系如图 48~ 53 所示。该问题的非线性特征是: P_x 与 Δ_x 之间的非线性效应不明显; 但非线性项对内力分布、位移分布的影响很大。因此, 对这类结构进行设计时如果只按照常规的线性公式计算, 可能会在安装、运行和使用寿命等方面出现意想不到的严重后果。



-----本文一阶摄动解
图 48 子午向弯矩

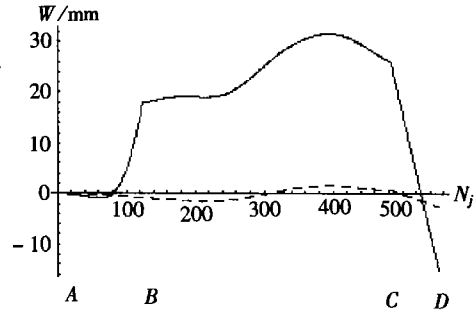


-----本文一阶摄动解
图 49 节点垂直位移



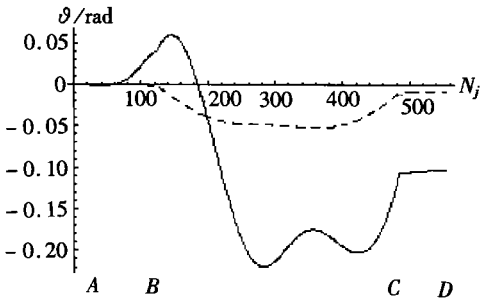
-----本文一阶摄动解, ————本文非线性解

图 50 子午向弯矩线性解与非线性解对比



-----本文一阶摄动解, ————本文非线性解

图 51 节点垂直位移线性解与非线性解对比



-----本文一阶摄动解, ————本文非线性解

图 52 节点转角

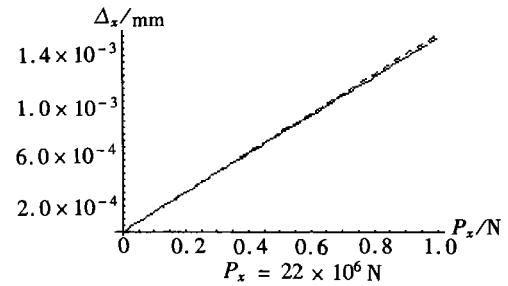


图 53 D 截面形心位移和横向力关系

3 结 论

波纹管的非线性效应主要来自其环板,而且环板愈宽非线性效应愈大。C型波纹管相当于环板宽度为零的U型波纹管,因而其非线性效应几乎可以忽不计。在纯弯矩作用下,依线性解各个波的应力分布是相同的,而非线性解各个波的应力分布是不相同的。对于常见的波纹管,在工程精度内线性解是有效的。

本文提出的旋转壳在子午面内整体弯曲的几何非线性摄动有限元法具有良好的精度和可靠性,波纹管子午线的突变不会妨碍本法的应用,本法不止用于波纹管的分析。

[参 考 文 献]

- [1] 钱伟长,郑思梁.半圆弧波纹管的计算——环壳一般解的应用[J].应用数学和力学,1981,2(1):97—111.
- [2] 朱卫平,黄黔,郭平.柔性圆环壳在子午面内整体弯曲的复变量方程及细环壳的一般解[J].应用数学和力学,1999,20(9):889—895.
- [3] ZHU Wei_ping, HUANG Qian, GUO Ping, et al. General solution for C-shaped bellows overall bending problems[A]. In: N E Shanmugam, J Y Richard Liew, V Thevendran Eds. Thin Walled Structures — Research and Development, 2nd ICTWS 1998, Singapore[C]. Oxford, UK: Elsevier Science Ltd, 1998, 477—484.
- [4] 朱卫平,黄黔.中细柔性圆环壳整体弯曲的一般解及在波纹管计算中的应用(III)[J].应用数学和力学,2002,23(10):1025—1034.
- [5] 朱卫平.用初参数法解C型波纹管在子午面内整体弯曲[J].力学季刊,2000,21(3):311—315.
- [6] 朱卫平,郭平,黄黔.U型波纹管整体弯曲问题的一般解[J].应用数学和力学,2000,21(4):331—341.
- [7] Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association(EJMA)[S]. EJMA, INC, Seventh Edition, New York, 1998.
- [8] 黎廷新,李天祥,胡坚,等.膨胀节的各种位移应力[J].华南理工大学学报(自然科学报),1994,22(3):94—102.
- [9] Skoczyn B. Effect of shear deformation and relaxation of support conditions on elastic buckling of pressurized expansion bellows[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, Transaction of the ASME, 1999, 121(2): 127—132.
- [10] 钱伟长,郑思梁.轴对称圆环壳的复变量方程和轴对称细环壳的一般解[J].清华大学学报,1979,19(1):27—47.
- [11] 钱伟长,郑思梁.轴对称圆环壳的一般解[J].应用数学和力学,1980,1(3):287—299.

Finite Element Displacement Perturbation Method for Geometric Nonlinear Behaviors of Shells of Revolution Overall Bending in a Meridional Plane and Application to Bellows(II)

ZHU Wei_ping, HUANG Qian

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Shanghai University, Shanghai 200072, P R China)

Abstract: The finite element displacement perturbation method (FEDPM) for the geometric nonlinear behaviors of shells of revolution subjected to pure bending moments or lateral forces in one of their meridional planes (I) was employed to calculate the stress distributions and the stiffness of the bellows. Firstly, by applying the first order perturbation solution (the linear solution) of the FEDPM to the bellows, the obtained results were compared with those of the general solution and the initial parameter integration solution proposed by the present authors earlier, as well as of the experiments and the FEA by others. It is shown that the FEDPM is with good precision and reliability, and as it was pointed out in (I) the abrupt changes of the meridian curvature of bellows would not affect the use of the usual straight element. Then the nonlinear behaviors of the bellows were discussed. As expected, the nonlinear effects mainly come from the bellows ring plate, and the wider the ring plate is, the stronger the nonlinear effects are. Contrarily, the vanishing of the ring plate, like the C-shaped bellows, the nonlinear effects almost vanish. In addition, when the pure bending moments act on the bellows, each convolution has the same stress distributions calculated by the linear solution and other linear theories, but by the present nonlinear solution they vary with respect to the convolutions of the bellows. Yet for most bellows, the linear solutions are valid in practice.

Key words: shell of revolution; bellows; deflection by lateral force; geometrical nonlinearity; perturbation technique; finite element method