

文章编号: 1000-0887(2003) 05-0715-08

纤维复合材料中弹性波散射与动应力^{*}

胡 超, 李凤明, 黄文虎

(哈尔滨工业大学 航天工程与力学系, 哈尔滨 150001)

(王彪推荐)

摘要: 基于弹性波动理论, 对纤维增强复合材料结构中弹性波多重散射与动应力集中问题进行了分析研究, 给出了介质各区域弹性波分析解的表达式。根据位移与应力在各区界面处的连续条件, 确定了未知弹性波模式系数。采用 Hankel 函数的加法定理, 将不同局部坐标系中散射波场的表达式变换到了同一个局部坐标系中, 以给出弹性波模式系数和动应力集中因子的表达式。分析了多相纤维基体中两个散射体的间距、界面区材料性质以及界面区和纤维核区截面尺寸的变化, 对各区界面动应力集中系数的影响。分析表明, 两个散射体的间距、界面区材料性质和结构尺寸的变化对复合材料的力学特性具有显著影响。作为算例, 给出了纤维增强复合材料结构中各区界面动应力集中系数的数值结果, 并对其进行了分析讨论。

关键词: 纤维增强复合材料; 多相界面; 弹性波多重散射; 动应力集中

中图分类号: O347.4 **文献标识码:** A

引 言

研究固体中弹性波的散射和动应力集中问题, 既有理论意义, 又有广阔的工程应用前景。在航空航天、复合材料力学、土木工程和地震工程等领域这个问题一直受到广泛的关注^[1~3]。弹性波在均匀介质中传播时, 传播速度和方向不会发生变化。但若介质中存在不连续处, 如夹杂物、裂纹或孔洞等, 弹性波就会发生散射。纤维增强型复合材料由嵌入到基体中的纤维核组成, 纤维核和基体之间存在多相界面区。界面会对结构的动力学性质产生影响, 因此, 有必要研究含界面结构弹性波多重散射与动应力集中问题。

20 世纪 60 年代, Y. H. Pao^[4,5] 采用波函数展开法, 曾对固体结构弹性波的散射及动应力集中问题进行了研究, 并给出了许多问题的分析解及数值结果。随着现代工业的发展, 工程中广泛采用复合材料结构。1989 年 Achenbach 等^[6] 采用边界元方法, 研究了界面区对纤维增强复合材料力学性质的影响, 给出了界面参数变化时应力分布和总体弹性模量的变化规律。1991 年 Datta^[7] 等采用有限元与特殊函数展开方法, 研究了复合材料圆柱中的导波并刻画了界面材料的性质。1996 年, R. B. Yang 和 A. K. Mal^[8] 对纤维增强型复合材料结构中弹性波的多重散射问题进行了研究, 通过采用一种均匀化和统计平均化技术, 给出了与频率相关的相速度和相干

* 收稿日期: 2001_12_10; 修订日期: 2002_12_18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972018)

作者简介: 胡超(1961—), 哈尔滨人, 男, 教授, 博士, 博导(E-mail: huchao@hope.nit.edu.cn);
黄文虎(1926—), 教授, 中国工程院院士, 博导。

波衰减的计算方法。1998年,胡超^[9]等利用复变函数及局部坐标系方法,分析研究了平板含双圆孔弹性波散射与动应力集中问题,并给出了数值结果。2001年,H. Sato和Y. Shindo^[10]研究了纤维增强型复合材料结构中弹性波的多重散射问题,分析了界面区的材料性质对相速度、相干波衰减和有效弹性模量的影响。以前人们主要针对纤维增强型复合材料结构中,界面区材料性质对弹性波散射的影响进行了分析研究。

本文基于弹性动力学理论,对纤维增强型复合材料结构中弹性波多重散射及动应力集中问题进行了研究,建立了求解此种结构弹性波多重散射问题的分析解法。分析研究了多相纤维基体中两个散射体的间距、界面区材料性质(弹性常数和密度)以及界面区和纤维核区截面尺寸的变化,对各区界面附近动应力集中系数的影响。

1 反平面剪切波动方程及分析求解

含有两个截面为圆形的增强纤维(散射体)的复合材料结构如图1所示,图中1,2,3区分别是基体区、界面区和纤维核区,且两个界面区和纤维核区的材料性质和截面尺寸分别相同。 λ_1, μ_1 和 ρ_1 分别为基体区的Lam弹性常数和材料密度; λ_2, μ_2 和 ρ_2 分别为两个界面区的Lam弹性常数和材料密度; λ_3, μ_3 和 ρ_3 分别为两个纤维核区的Lam弹性常数和材料密度。 (x, y, z) 为整体坐标系,它的柱坐标为 (r, θ, z) ; (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 为两个散射体的局部坐标系,它们的柱坐标为 (r_1, θ_1, z_1) 和 (r_2, θ_2, z_2) 。第一个散射体的局部坐标原点 O_1 在整体坐标系中的坐标为 $O_1(r_{10}, \theta_{10}, z_{10})$;第二个散射体的局部坐标原点 O_2 在整体坐标系中的坐标为 $O_2(r_{20}, \theta_{20}, z_{20})$ 。各区截面尺寸及两个散射体的相对位置均示于图1中。

反平面SH波的波动控制方程为^[11,12]

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (1)$$

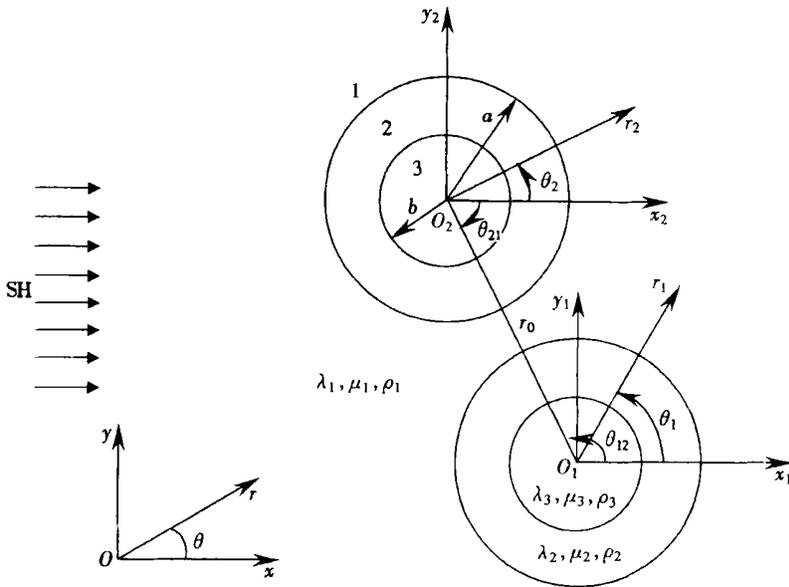


图1 含有两个圆形增强纤维的复合材料分区图

式中, w 为反平面问题的位移函数。

在各向同性介质中剪应力与位移的关系为

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (2)$$

式中, μ 为复合材料的剪切弹性模量; c 为复合材料中的剪切波波速, $c = \sqrt{\mu/\rho}$

研究弹性波问题的稳态解。设有单频波 $w = \text{Re}[W \exp(-i\omega t)]$ 入射。引进无量纲量 $x = x/a, y = y/a$, 则方程(1)用无量纲量表示为(为了简便, 以下略去无量纲变量上面的标记 \sim)

$$\Delta^2 W + \alpha^2 W = 0, \quad (3)$$

式中, ω 为介质中弹性波的圆频率; α 为无量纲波数, $\alpha = ka$; a 为纤维增强复合材料动力学问题的特征尺度, 取为 1 区与 2 区界面处截面圆的半径; k 为波数, $k = \omega/c$; Δ^2 为 Laplace 算子

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

在极坐标系 (r, θ) 中, 剪应力的表达式(2)又可表示为

$$\tau_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial r}, \quad \tau_{\theta z} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}. \quad (4)$$

由文献[11]可知, 方程(3)解的一般表达式为

$$W = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(\alpha r) \exp[in\theta], \quad (5)$$

式中, A_n 为弹性波模式系数, 可利用位移与应力的边界条件确定; $H_n^{(1)}(\cdot)$ 为第一类 Hankel 函数。

2 总弹性波场的确定

设在基体区的无穷远处, 有一条与 z 轴平行的线源产生的反平面剪切波, 沿 x 轴正方向传播, 略去时间因子后, 波动方程在整体坐标系中表示为

$$W^{(i)} = W_0 \exp(i\alpha_1 x) = W_0 \exp(i\alpha_1 r \cos\theta) = W_0 \exp(i\alpha_1 r_{m0} \cos\theta_{m0}) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\alpha_1 r_m) \exp(in\theta_m) \quad (m = 1, 2), \quad (6)$$

式中, W_0 为入射波幅值; α_1 为 1 区中剪切波的无量纲波数; $J_n(\cdot)$ 为第一类 Bessel 函数。

由式(5)知, 由 1 区与 2 区界面处在 1 区产生的散射波场为

$$W_{1m}^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^m H_n^{(1)}(\alpha_1 r) \exp(in\theta_m) \quad (m = 1, 2), \quad (7)$$

式中, $W_{1m}^{(s)}$ 中第 1 个下标代表 1 区, 第 2 个下标 m 代表第 m 个散射体; A_m^m 为第 m 个散射体产生的散射波模式系数。这样, 基体区的总弹性波场应由入射波场与两个散射体的散射波场叠加而成

$$W_1^{(1)} = W^{(i)} + \sum_{k=1}^2 W_{1k}^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [i^n W_0 \exp(i\alpha_1 r_{m0} \cos\theta_{m0}) J_n(\alpha_1 r_m) \exp(in\theta_m) + \sum_{k=1}^2 A_n^k H_n^{(1)}(\alpha_1 r_k) \exp(in\theta_k)] \quad (8)$$

在 2 区内有两组驻波, 它们分别代表入射波通过 1 区和 2 区界面折射到 2 区的折射波, 以及 2 区和 3 区界面处的反射波。因此, 2 区中总的弹性波场可表示为

$$W_{2m}^{(1)} = W_{2m}^{(i)} + W_{2m}^{(s)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [B_n^m J_n(\alpha_2 r_m) + C_n^m H_n^{(1)}(\alpha_2 r_m)] \exp(in\theta_m)$$

$$(m = 1, 2), \quad (9)$$

式中, $W_{2m}^{(1)}$ 中第 1 个下标代表 2 区, 第 2 个下标 m 代表第 m 个界层区; α_2 为 2 区中剪切波的无量纲波数; B_n^m 和 C_n^m 分别为第 m 个界层区中弹性波模式系数。

3 区内的总弹性波场即为通过 2 区和 3 区界面折射到 3 区的折射波场, 表示为

$$W_{3m}^{(1)} = W_{3m}^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n^m J_n(\alpha_2 r_m) \exp(in\theta_m) \quad (m = 1, 2), \quad (10)$$

式中, $W_{3m}^{(1)}$ 中的 1 个下标代表 3 区, 第 2 个下标 m 代表第 m 个纤维核区; D_n^m 为第 m 个纤维核区弹性波模式系数; α_3 为 3 区中剪切波的无量纲波数。

各区中的无量纲波数 $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$ 表示为

$$\alpha_i = k_i a,$$

其中 k_i 为第 i 区中剪切波的无量纲波数, $k_i = \omega / c_i$; c_i 为第 i 区中剪切波的波速, $c_i = \sqrt{\mu_i / \rho_i}$; μ_i 和 ρ_i 分别为第 i 区材料的剪切弹性模量和密度。

3 弹性波的多重散射

散射体的边界条件是位移与应力在界面处的连续条件, 对于受两个散射体散射的反平面 SH 波而言, 这些边界条件表示为

$$W_1^{(1)} \Big|_{r_m=1} = W_{2m}^{(1)} \Big|_{r_m=1}, \quad (11)$$

$$\mu_1 \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial r_m} \Big|_{r_m=1} = \mu_2 \frac{\partial W_{2m}^{(1)}}{\partial r_m} \Big|_{r_m=1}, \quad (12)$$

$$W_{2m}^{(1)} \Big|_{r_m=\eta} = W_{3m}^{(1)} \Big|_{r_m=\eta}, \quad (13)$$

$$\mu_2 \frac{\partial W_{2m}^{(1)}}{\partial r_m} \Big|_{r_m=\eta} = \mu_3 \frac{\partial W_{3m}^{(1)}}{\partial r_m} \Big|_{r_m=\eta} \quad (m = 1, 2), \quad (14)$$

式中, $\eta = b/a$ 为 3 区与 2 区截面圆的半径之比。

通过满足界面连续的边界条件, 可确定各介质区弹性波模式系数。将式 (8) ~ (10) 代入满足界面边界条件的关系式 (11) ~ (14) 中, 并将所得表达式两端乘以 $\exp(-is\theta_m)$ (s 的取值为 $s = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$), 然而在区间 $[-\pi, \pi]$ 上积分, 可得如下表达式

$$W_0 i^s \exp(i\alpha_1 r_{m0} \cos\theta_{m0}) J_s(\alpha_1) + \sum_{k=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^k L_{kms} \Big|_{r_m=1} = B_s^m J_s(\alpha_2) + C_s^m H_s^{(1)}(\alpha_2), \quad (15)$$

$$W_0 i^s \exp(i\alpha_1 r_{m0} \cos\theta_{m0}) [s J_s(\alpha_1) - \alpha_1 J_{s+1}(\alpha_1)] + \sum_{k=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^k \frac{\partial L_{kms}}{\partial r_m} \Big|_{r_m=1} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \left\{ B_s^m [s J_s(\alpha_2) - \alpha_2 J_{s+1}(\alpha_1)] + C_s^m [s H_s^{(1)}(\alpha_2) - \alpha_2 H_{s+1}^{(1)}(\alpha_2)] \right\}, \quad (16)$$

$$B_s^m J_s(\alpha_2 \eta) + C_s^m H_s^{(1)}(\alpha_2 \eta) = D_s^m J_s(\alpha_3 \eta), \quad (17)$$

$$B_s^m [s J_s(\alpha_2 \eta) - \alpha_2 \eta J_{s+1}(\alpha_2 \eta)] + C_s^m [s H_s^{(1)}(\alpha_2 \eta) - \alpha_2 \eta H_{s+1}^{(1)}(\alpha_2 \eta)] = \frac{\mu_3}{\mu_2} D_s^m [s J_s(\alpha_3 \eta) - \alpha_3 \eta J_{s+1}(\alpha_3 \eta)] \quad (m = 1, 2), \quad (18)$$

其中, (15) 和 (16) 两式中的积分算子符号 L_{kms} 为

$$L_{kmns} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_n^{(1)}(\alpha_1 r_k) \exp(in\theta_k) \Big|_{r_m=1} \exp(-is\theta_m) d\theta_m & (k \neq m), \\ H_n^{(1)}(\alpha_1 r_k) \delta_{ns} & (k = m), \end{cases} \quad (19)$$

式中, δ_{ns} 为 Kronecker Delta 函数。

利用 Hankel 函数的加法定理^[10, 11, 13], 则式(19)可表示为

$$L_{kmns} = \begin{cases} H_{n-s}^{(1)}(\alpha_1 r_0) J_s(\alpha_1 r_m) \exp[-i(n-s)\theta_{mk}] & (k \neq m), \\ H_n^{(1)}(\alpha_1 r_m) \delta_{ns} & (k = m), \end{cases} \quad (20)$$

式中, r_0 为两个散射体局部坐标系原点间距离; θ_{mk} 角如图 1 所示。

将式(20)代入式(15)和(16)中, 可将式(15)~(18)整理成如下形式的矩阵方程

$$\begin{bmatrix} E_s^{11} & E_s^{12} & E_s^{13} & E_s^{14} \\ E_s^{21} & E_s^{22} & E_s^{23} & E_s^{24} \\ E_s^{31} & E_s^{32} & E_s^{33} & E_s^{34} \\ E_s^{41} & E_s^{42} & E_s^{43} & E_s^{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_s^m \\ B_s^m \\ C_s^m \\ D_s^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_s^1 \\ E_s^2 \\ E_s^3 \\ E_s^4 \end{bmatrix} \quad (m = 1, 2). \quad (21)$$

方程(21)右端含有未知系数 A_s^m , 因此需要通过精度控制, 迭代求解方程(21)。这样, 便可获得未知弹性波模式系数 A_s^m , B_s^m , C_s^m 和 D_s^m ($m = 1, 2; s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)。

4 界面上的动应力集中

动应力集中系数的定义为各区界面上的环向剪应力与入射波产生的剪应力幅值之比, 其表达式为

$$\gamma = |\tau_{\theta} / \tau_0|, \quad (22)$$

式中, τ_0 为入射波剪应力幅值, 将式(6)代入式(4)中得 $\tau_0 = \mu_1 \alpha_1 W_0$; τ_{θ} 为界面周边上任一点的环向剪应力。由式(8)和式(4)可得第 m 个增强纤维中, 1 区和 2 区界面上的环向剪应力为

$$\begin{aligned} \tau_{\theta}^{m_1} &= \mu_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n [i^{n+1} W_0 \exp(i\alpha_1 r_{m0} \cos\theta_{m0}) J_n(\alpha_1) + i A_n^m H_n^{(1)}(\alpha_1)] \exp(in\theta_m) + \\ &\mu_1 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^k \sum_{u=-\infty}^{+\infty} i u H_{n-u}^{(1)}(\alpha_1 r_0) J_u(\alpha_1) \exp(iu\theta_m) \quad (k \neq m), \end{aligned} \quad (23)$$

式中, 利用了 Hankel 函数的加法定理, 将第 k 个局部坐标系中散射波场的表达式变换到了第 m 个局部坐标系中。

由式(9)和式(4)可得第 m 个增强纤维中, 2 区和 3 区界面上的环向剪应力为

$$\tau_{\theta}^{m_2} = \frac{\mu_2}{\eta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i n [B_n^m J_n(\alpha_2 \eta) + C_n^m H_n^{(1)}(\alpha_2 \eta)] \exp(in\theta_m). \quad (24)$$

由式(23)和(24)可知, 环向剪应力 τ_{θ} 可以写成 $A + iB$ 的形式。添上时间因子后, 真实的 τ_{θ} 为 $(A + iB) \exp(-i\omega t)$, 其实部与虚部分别代表在一个周期 $T = 2\pi/\omega$ 内, $t = T/4$ 和 $t = T/2$ 时 τ_{θ} 的值。 τ_{θ} 的幅值即为 $|\tau_{\theta}|$ 。

5 算例与分析讨论

作为算例, 研究了图 1 所示含有两个增强纤维的复合材料结构中, 多相界面附近的弹性波散射与动应力集中问题。研究时取 $\theta_{12} = \theta_{21} = \pi/2$, 为了计算简便, 将整体坐标系原点 O 取在两个局部坐标系原点 O_1 和 O_2 连线的中点处, 并且 Ox 轴、 O_1x_1 轴和 O_2x_2 轴互相平行。假

定反平面剪切波从基体区的无穷远处,沿 x 轴正方向传播。迭代求解方程(22),确定出了未知弹性波模式系数。计算散射波时,通过精度控制,级数项截取21项。根据动应力集中系数的表达式,在两个散射体的间距不同、界面区和纤维核区截面尺寸不同时,计算了以碳化硅(SiC)为纤维核、碳(C)为界面以及金属钛(Ti)为基体,所构成的复合材料中各区界面附近动应力集中系数。碳化硅、碳和钛的材料特性常数如表1所示^[8]。

表1 复合材料各组成部分的材料常数

性质	$\mu/(\text{GPa})$	$\rho/(\text{kg/m}^3)$	$c/(\text{m/s})$
SiC	172.0	3200	7331.4
C	14.3	1400	3196.0
Ti	37.1	4500	2871.3

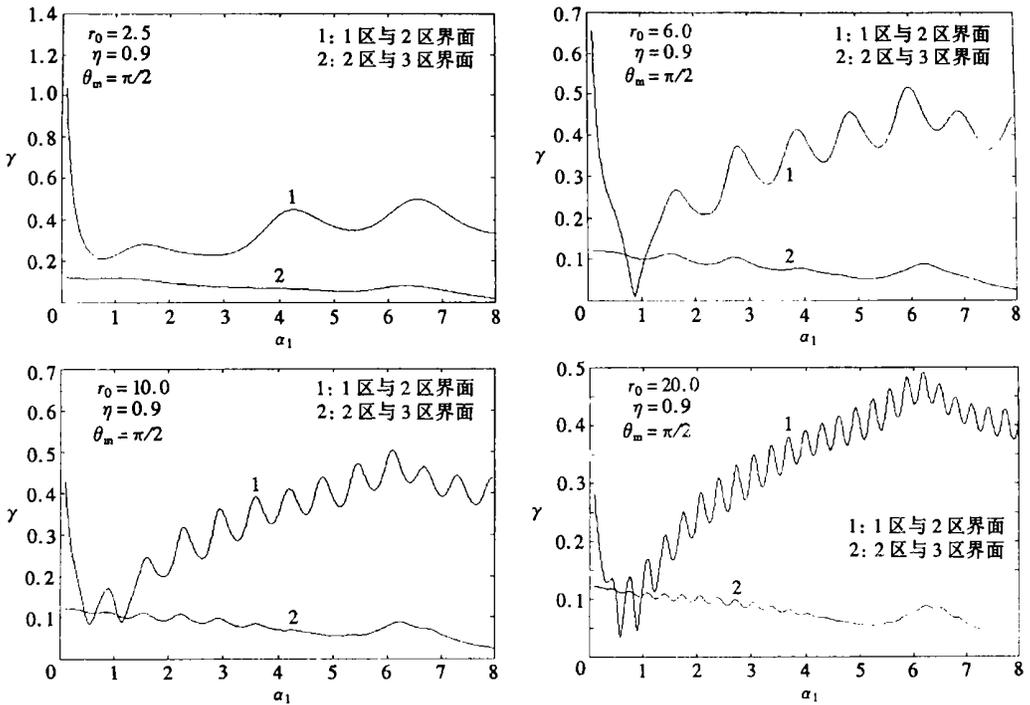


图2 各区界面处动应力集中系数随入射波波数的变化 ($\theta_m = \pi/2$)

由表1中的值可以算得各介质区无量纲波数及剪切弹性模量之比为: $\alpha_2/\alpha_1 = 0.8984$, $\alpha_3/\alpha_1 = 0.3916$, $\mu_2/\mu_1 = 0.3854$ 和 $\mu_3/\mu_2 = 12.028$ 。图2在 $\eta = 0.9$, r_0 取不同值时,给出了各区界面处动应力集中系数 γ 随入射波波数变化的情况。图3在 $r_0 = 3.0$, η 取不同值时,给出了各区界面处 γ 值随入射波波数变化的情况。基于本文研究可以得出如下结论:

1) SH波对含有两个增强纤维的复合材料结构中,各区界面附近波散射与动应力集中系数的影响,不但与无量纲入射波波数 α_1 以及各区介质的参数比 μ_2/μ_1 、 μ_3/μ_2 有关,而且与两个散射体横截面圆的中心距 r_0 有关。而图2可见,当 α_1 取不同值时,随着 r_0 的增加,1区与2区界面处的 γ 值变化较大,而2区与3区界面处的 γ 值变化较小。

2) 由图2可见,在 r_0 超过20.0时各区界面附近的DSCF值变化很小,认为两散射体的互不

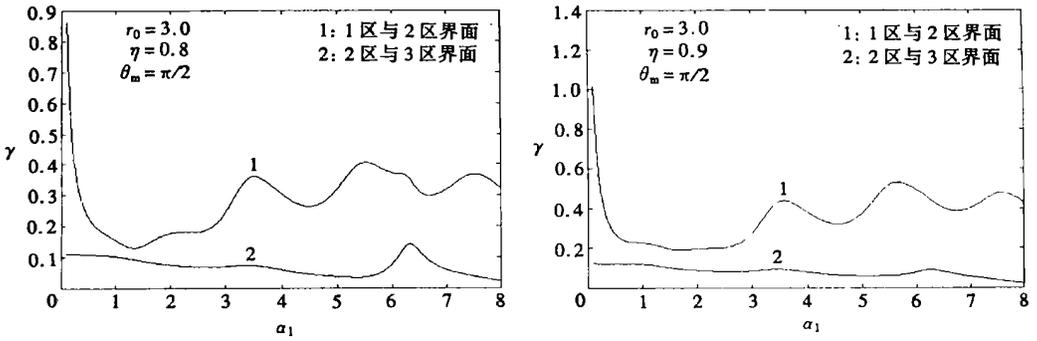


图3 各区界面处动应力集中系数随入射波波数的变化 ($\theta_m = \pi/2$)

影响间距为 $r_0 = 20.0$ 。另外, 在 $\eta = 0.9$ 、 r_0 取不同值时, 1区与2区界面处的 DSCF 的峰值频率接近 $\alpha_1 = 6.0$ 。

3) 由图3可见, 当 r_0 值一定时, 随着 η 值的不同, 1区与2区界面处的 DSCF 值变化较小, 而2区与3区界面处的 DSCF 值变化较大。

[参 考 文 献]

[1] Yang Y, Norris A. Shear wave scattering from a debonded fiber[J]. J Mech Phys Solids, 1991, 39(2): 273—294.

[2] Norris A, Yang Y. Dynamic stress on a partially bonded fiber[J]. J Appl Mech, 1991, 58(2): 404—409.

[3] 王铎, 马兴瑞, 刘殿魁. 弹性动力学最新进展[M]. 北京: 科学出版社, 1995.

[4] Pao Y H. Dynamic stress concentrations in an elastic plate[J]. J Appl Mech, 1962, 29(2): 299—305.

[5] Pao Y H, Mao C C. Diffractions of flexural waves by a cavity in an elastic plate[J]. AIAA J, 1964, 2(11): 2004—2010.

[6] Achenbach J D, Zhu H. Effect of interfacial zone on mechanical behavior and failure of fiber_reinforced composites[J]. J Mech Phys Solids, 1989, 37(3): 381—393.

[7] Xu P C, Datta S K. Characterization of fiber_matrix interface by guided waves: axisymmetric case[J]. J Acoust Soc Am, 1991, 89(6): 2573—2583.

[8] Yang R B, Mal A K. Elastic waves in a composite containing inhomogeneous fibers[J]. Int J Engng Sci, 1996, 34(1): 67—79.

[9] 胡超, 马兴瑞, 黄文虎. 含双圆孔平板弹性波散射与动应力分析[J]. 力学学报, 1998, 30(5): 587—595.

[10] Sato H, Shindo Y. Multiple scattering of plane elastic waves in a fiber_reinforced composite medium with graded interfacial layers[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(15): 2549—2571.

[11] 鲍亦兴, 毛昭宙. 弹性波的衍射与动应力集中[M]. (刘殿魁, 苏先榭译)北京: 科学出版社, 1993.

[12] 阿肯巴赫. 弹性固体中波的传播[M]. (徐植信, 洪锦如译). 上海: 同济大学出版社, 1992.

[13] Cai L W, Williams Jr J H. Large_scale multiple scattering problems[J]. Ultrasonics, 1999, 37(7): 453—462.

Elastic Wave Scattering and Dynamic Stress in Composite With Fiber

HU Chao, LI Feng_ming, HUANG Wen_hu

(Department of Aerospace Engineering & Mechanics, Harbin Institute of Technology,
Harbin 150001, P. R. China)

Abstract: Based on the theory of elastic dynamics, multiple scattering of elastic waves and dynamic stress concentrations in fiber_reinforced composite were studied. The analytical expressions of elastic waves in different region were presented and an analytic method to solve this problem was established. The mode coefficients of elastic waves were determined in accordance with the continuous conditions of displacement and stress on the boundary of the multi_interfaces. By making use of the addition theorem of Hankel functions, the formulations of scattered wave fields in different local coordinates were transformed into those in one local coordinate to determine the unknown coefficients and dynamic stress concentration factors. The influence of distance between two inclusions, material properties and structural size on the dynamic stress concentration factors near the interfaces was analyzed. It indicates in the analysis that distance between two inclusions, material properties and structural size has great influence on the dynamic properties of fiber_reinforced composite near the interfaces. As examples, the numerical results of dynamic stress concentration factors near the interfaces in a fiber_reinforced composite are presented and discussed.

Key words: fiber_reinforced composite; multi_interfaces; scattering of elastic waves; dynamic stress concentration