

文章编号: 1000-0887(2003) 07-0661-08

热传导对气液射流界面不稳定性的作用机理研究*

王志亮, 周哲玮

(上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(本刊编委周哲玮来稿)

摘要: 研究了平面分层气液射流在非线性温度分布条件下的界面不稳定性性质。考虑了气体的可压缩性、液体的粘性、以及气体热导率和密度随温度变化等事实, 并应用正则模态方法将问题转化为四阶变系数常微分方程, 用数值积分和多重打靶法对模型的空间模式进行了计算, 研究了不稳定模态随各物理参数的变化趋势。计算表明模型所体现的不稳定性特征与其它模型的计算结果是一致的。同时计算还得出气体和液体的温差越小、雷诺数越大、热导率变大均将有利于液体射流有效雾化的结果。该结论与 HJE. Co. Inc (Glens Falls, NY, USA) 的实验数据是定性吻合的。

关键词: 热传导; 射流; 界面不稳定性; 喷射雾化

中图分类号: O358 **文献标识码:** A

引 言

近年来我国雾化粉末市场的繁荣^[1]和喷射成型技术的应用使得我们有必要对射流雾化的机理进行研究。自由下落的高温金属流体在周围高速气体的冲击下, 会破碎成大小各异的颗粒, 这就是所谓的喷射雾化(air blast atomization 或 spray atomization)过程。喷射雾化过程有着广泛的应用范围, 如气体涡轮机和飞机引擎中的燃料注射器、两相流体学反应器、喷涂等等。

人们基于 Kelvin-Helmholtz 稳定性理论对喷射雾化机理做了大量的研究工作(G. I. Taylor (1965)^[2], D. Bradley (1973)^[3], S. J. Leib 和 M. E. Goldstein (1986)^[4], S. P. Lin 和 D. J. Kang (1987)^[5], S. P. Lin 和 Z. W. Lian (1990)^[6], S. A. Berger (1988)^[7], Zhou Zhe_wei (1999)^[8], 马峥 (1998)^[9]等等), 他们对不同的流体相互作用方式和流动型式(压力脉动、流体性质等)作了细致而比较全面的研究, 使我们对这一现象有了初步的认识。同时, 我们也看到对实际问题, 如雾化制粉、喷射成型, 这些认识还是不够的。比如在上面所提及的工作中, 温度作为工艺过程中的客观因素, 并没有被涉及。

本文的工作将对过程中相关的热条件及其影响作进一步探讨与解释。本文着重考虑平面分层流动而非柱面流动, 其原因有二, 一是几何上的简单性, 二是可以给出基本状态的解析解

* 收稿日期: 2001_11_05; 修订日期: 2003_04_12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19772026); 上海市科委重点基金项目和上海市宝钢集团资助项目; 上海市重点学科建设资助项目

作者简介: 王志亮(1974—), 男, 湖北麻城人, 博士(E-mail: wangzl_one@sina.com.cn)。

• 目前,这方面的工作并不多见,而我们的工作是一个初步的探索•

1 问题的数学描述

在我们的模型中,液体为具有常物性(即其密度、热导和热容等均为常数)的不可压缩粘性液体;而气体则是可压缩的具有非常物性的无粘流体,其热导系数、密度均为温度的函数• 以下为模型的示意图:

如图所示, 流场外边界是有界的, 给的是自由滑移固壁条件• 图的右边是温度分布剖面示意图• 我们用符号 V, p, T, ρ 分别表示速度矢量、压力、温度和密度, 用“-”表示基本状态量, 则基本状态取为如下形式:

$$V_i(x, y; t) = (U_i, 0) = \text{const}; p_i =$$

const;

$$T_i = T_i(y); \rho_2 = \rho_2(T_g) \rho(y) = \rho_{20} \rho(y) \cdot$$

$i = 1, 2$, “1”表示液体, “2”表示气体• 令 $k_{20} = k_2(T_g)$, T_g 为气体外边界温度, 则热导系数为:

$$k_2 = k_{20} k(T_2(y)) \cdot$$

取气体速度 W , 液体厚度 a 及密度 ρ 为特征速度和气体外边界温度 T_g 、特征长度、特征密度和特征温度对以上各方程进行无量纲化:

$$t = \frac{tW}{a}; \quad V_i = \frac{V}{W} = (u_i, v_i); \quad (x, y, d, L, a) = \frac{(x, y, d, L, a)}{a};$$

$$P_i = \frac{P_i}{\rho_1 W^2}; \quad \rho_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1}; \quad T_i = \frac{T_i}{T_g}; \quad T_g = \frac{T_g}{T_g} = 1; \quad T_L = \frac{T_L}{T_g} \cdot$$

为了反映出问题的物理特性和客观上的不变特征, 我们引入无量纲化参数:

$$Q = \frac{\rho_{20}}{\rho_1}; \quad We = \frac{\sigma}{\rho_1 W^2 a}; \quad Pe_1 = \frac{k_1}{C_{p1} \rho_1 a W}; \quad U_1 = \frac{U_1}{W};$$

$$U_2 = \frac{U_2}{W}; \quad Pe_2 = \frac{k_{20}}{C_{v2} \rho_{20} a W}; \quad Re = \frac{\rho_1 a W}{\mu_1}; \quad r = \frac{k_2|_{y=a+d}}{k_1};$$

其中 $i = 1, 2$, V 为流体速度, t 为时间, P 为压力, ρ 为密度, μ 为黏度, C_{p1} 和 C_{v2} 为比热容, T_i 为温度, k_i 为热导率•

根据质量、动量守恒定律, 去掉“(”号之后, 无量纲形式的气体和液体的控制方程给出如下, 对于不可压缩粘性液体:

$$\begin{cases} \nabla \cdot V_1 = 0, \\ \frac{\partial V_1}{\partial t} + (V_1 \cdot \nabla) V_1 = - \nabla P_1 + \frac{1}{Re} \nabla^2 V_1, \end{cases} \quad (1a)$$

对于可压无粘气体:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + V_2 \cdot \nabla \rho_2 = - Q \rho(y) \nabla \cdot V_2, \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + (V_2 \cdot \nabla) V_2 = - \frac{1}{Q \rho(y)} \nabla P_2. \end{cases} \quad (1b)$$

式中 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j$ 为二维空间梯度算子• 同时, 根据能量守恒(不考虑压缩功、辐射等项), 我们的热导方程形式有

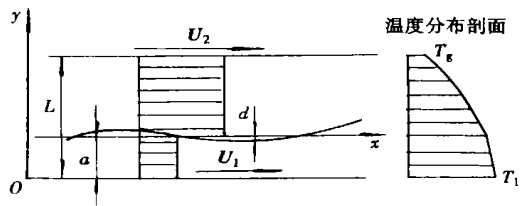


图 1 模型示意图

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + (V_1 \cdot \nabla) T_1 = Pe_1 \nabla^2 T_1 \quad (1c)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + (V_2 \cdot \nabla) T_2 = \frac{1}{\rho(y)} Pe_2 \nabla \cdot (\kappa(y) \nabla T_2) \quad (1d)$$

在此,我们认为边界上的温度为恒定的,法向速度为零,则:

$$y = 0: v_1 = 0; T_1 = T_L, \quad (1e)$$

$$y = L: v_2 = 0; T_2 = 1 \quad (1f)$$

相应的 $y = a + d$ 处的运动学、动力学界面条件和自由剪切条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial d}{\partial t} + V_i \cdot \nabla d = 0, \\ p_1 - p_2 - \frac{2}{Re_1} \frac{\partial v_1}{\partial y} + We d_{xx} = 0, \\ \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1g)$$

以及温度连续性条件、热流连续性等条件:

$$T_1 = T_2, \quad \frac{\partial T_1}{\partial y} = r \frac{\partial T_2}{\partial y} \quad (1h)$$

2 线性稳定性分析

下面我们采用经典线性分析理论对问题进行分析。设各物理量的解具形式 $\phi = \phi_0 + \phi$, 其中 ϕ_0 为基本状态, ϕ 为扰动状态。将它代入控制方程,线性化后,令 $\phi = \phi(y) e^{i(kx + \omega t)}$, 即得到各扰动量的常微分方程组,“'”代表对 y 的微分:

$$\begin{cases} iku_1 + v_1' = 0, \\ i(\omega + U_1 k) u_1 = -ikP_1 + \frac{1}{Re} (-k^2 u_1 + u_1'') \end{cases} \quad (2a)$$

$$\begin{cases} i(\omega + U_1 k) v_1 = -P_1' + \frac{1}{Re} (-k^2 v_1 + v_1''), \\ i(\omega + U_1 k) T_1 = Pe_1 (-k^2 T_1 + T_1'') - v_1 (T_1(y))' \end{cases} \quad (2b)$$

$$\begin{cases} i(\omega + U_2 k) \rho_2 = -(\rho_2(y) (iku_2 + v_2) + (\rho_2(y))' v_2), \\ i(\omega + U_2 k) u_2 = -ik \frac{1}{\rho_2(y)} P_2 \end{cases} \quad (2c)$$

$$\begin{cases} i(\omega + U_2 k) v_2 = -\frac{1}{\rho_2(y)} P_2', \\ i(\omega + U_2 k) T_2 = Pe_2 \frac{1}{\rho_2(y)} \left[(\kappa(y))' T_2' + \kappa(y) (-k^2 T_2 + T_2'') \right] - v_2 (T_2(y))', \\ P_2 = H_k (\rho_2 T_2(y) + \rho_2(y) T_2), \end{cases} \quad (2d)$$

$$\begin{cases} v_1 = v_2 = 0, \\ T_1 = T_2 = 0 \quad (y = 0 \text{ 或 } L), \end{cases} \quad (2e)$$

$$\begin{cases} d_0 = \frac{1}{i(\omega + U_1 k)} v_1 = \frac{1}{i(\omega + U_2 k)} v_2, \\ P_1 - P_2 - \frac{2}{Re} v_1' = W e d_0 k^2 \quad (y = 1), \\ u_1 + i k v_1 = 0, \\ T_1 = T_2, \\ T_1' = i F_2' \quad (y = 1). \end{cases} \quad (2f)$$

$$\begin{cases} T_1 = T_2, \\ T_1' = i F_2' \quad (y = 1). \end{cases} \quad (2g)$$

对液体, 我们可以得到显示的解析解形式的解, 并令 $N_1 = i^* (\omega + U_1^* k)$, $\lambda_1 = \sqrt{k^2 + N_1^* Re}$, $\lambda_2 = \sqrt{k^2 + N_1/Pe_1}$, 则:

$$\begin{aligned} u_1 &= 2^* i^* \left[B_1^* \operatorname{ch}(ky) + A_1^* \frac{\lambda_1}{k} \operatorname{ch}(\lambda_1 y) \right], \\ v_1 &= 2^* (B_1^* \operatorname{sh}(ky) + A_1^* \operatorname{sh}(\lambda_1 y)) \cdot \\ P_1 &= -2^* B_1^* \frac{N_1}{k} \operatorname{ch}(ky), \\ T_1 &= -2^* B_1^* \frac{dt_1}{N_1} \operatorname{sh}(ky) + 2^* D_1^* \operatorname{sh}(\lambda_2 y) + \\ & 2^* A_1^* \frac{dt_1}{N_1(-1 + Pe_1^* Re)} \operatorname{sh}(\lambda_1 y), \end{aligned}$$

式中 $dt_1 = T_1'(y)$, A_1, B_1, D_1 为积分常数。

对气体, 我们考虑的热导系数模型为 $\kappa_2 = \kappa_{20} K(T_2(y)) = \kappa_{20}(1 + \alpha(T_2 - T_g))$, 氮气和二氧化碳等的热导率数据拟合结果表明, 线性模型是合理的(温度分布的表达式见附录)。同时, 我们做变换 $\{u_2, v_2, T_2, P_2, \rho_2\} = \{u_2 \rho_2(y), v_2 \rho_2(y), T_2 \rho_2(y), P_2 \rho_2\}$, 将之代入方程, 化简后我们得到:

$$C_4(y) u_2'' + C_3(y) u_2'' + C_2(y) u_2'' + C_1(y) u_2' + C_0(y) u_2 = 0, \quad (3)$$

式中 $C_i(y)$ 的形式参见附录。

3 数值计算及结果

我们对所得到的气体四阶变系数常微分方程取两组满足边界条件正交的初值采用变步长四阶精度 Runge_Kutta 方法向界面积分, 然后在界面通过界面条件将系统整合, 通过多重打靶的方法来迭代求解(可参考文献 Conte. S. D(1966) 对打靶法的一般理论的论述)。具体上, 我们先将(3)改写成方程组的形式:

$$\frac{d\Psi}{dy} = A(y) \Psi.$$

其中:

$$\Psi = \begin{bmatrix} u_2 \\ u_2' \\ u_2 \\ u_2 \\ u_2 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad A(y) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{C_0(y)}{C_4(y)} & -\frac{C_1(y)}{C_4(y)} & -\frac{C_2(y)}{C_4(y)} & -\frac{C_3(y)}{C_4(y)} \end{bmatrix}.$$

在边界 $y = L$ 处我们的初值选为一组正交矢量如下:

$$\Psi_{01} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -(N^2/H_k - k^2) \\ 0 \end{bmatrix}; \Psi_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

同时,我们在积分过程中不断的采用正交化方法对积分得到的中间结果进行正交化处理,以确保所获得的解组是不相关的。

而我们的计算实际上是在求解一个特征问题,在流体力学中被称为色散关系:

$$P(k, \omega; \text{参数}) = 0.$$

我们的参数就是上面所得到的无量纲数,我们的目的就是要搞清扰动波增长与这些参数之间的关系。现在,我们认为扰动在时间上是简单的周期运动,空间主导扰动的发展,即只考虑扰动的空间模式。另外,由于模型类型的区别,我们的计算结果只能在定性的角度与其他的模型进行比较,这是我们的模型有待完善的一个方面。对于前人已经得到的类似结果我们将不做多的描述,而将重点放在我们所关心的热问题上。

与 S. P. Lin 和 D. J. Kang(1987)^[5], S. P. Lin 和 Z. W. Lian(1990)^[6], 马峥(1998)^[9] 等的结果相同,我们得到当密度比 Q 增大、速度差增大均将使得流动更加不稳定的结论。同时,对于 We 数两者却有着不同的表现。在他们的模型中 We 数同时具有抑制短波和加强长波不稳定性的作用,而我们的模型中, We 数的增大只会抑制扰动的发展,这一事实可以解释如下:对于他们的柱流模型来说,表面张力使得液柱有收缩成球的趋势,它在抑制大波数小波长扰动的同时,对小波数大波长扰动的增长有促进的作用,而对于平面的小扰动来说(这里,我们特意强调是“小”的扰动),表面张力使得表面面积有最小化的趋势。因而平面情况下表面张力抑制了所有的扰动波增长。所以这种区别是合理的。

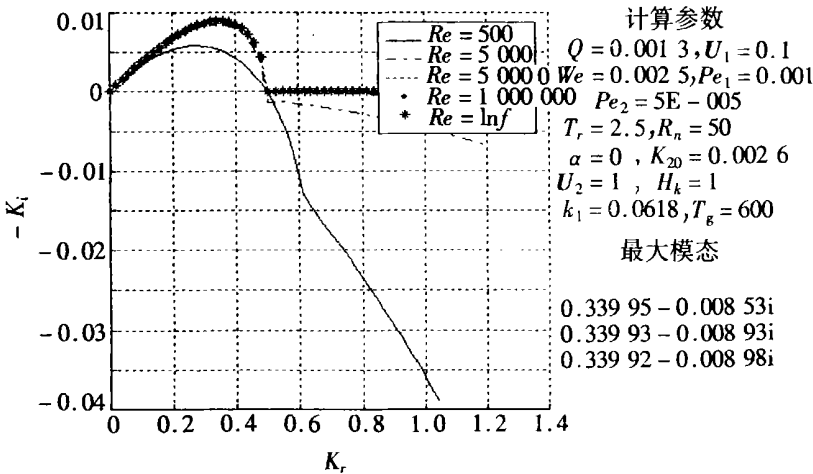


图2 雷诺数 Re 对不稳定性的影响

由图2我们看到雷诺数越大,对同一流体状态不稳定性越是增加。当我们增加雷诺数时,图形中的最大的不稳定波的波幅增大,不稳定性增加。该图形与马峥(1998)^[9]所获得的结果是相似的。同时在雷诺数较小时,扰动波在横轴截断波数处并没有截断。

图3反映了热导系数变化对稳定性的作用,我们看到,当 α 较小时,最大增长波随 α 增大而变小,而随着 α 逐渐的增大,最大增长波的幅度随 α 增大而逐渐增大。

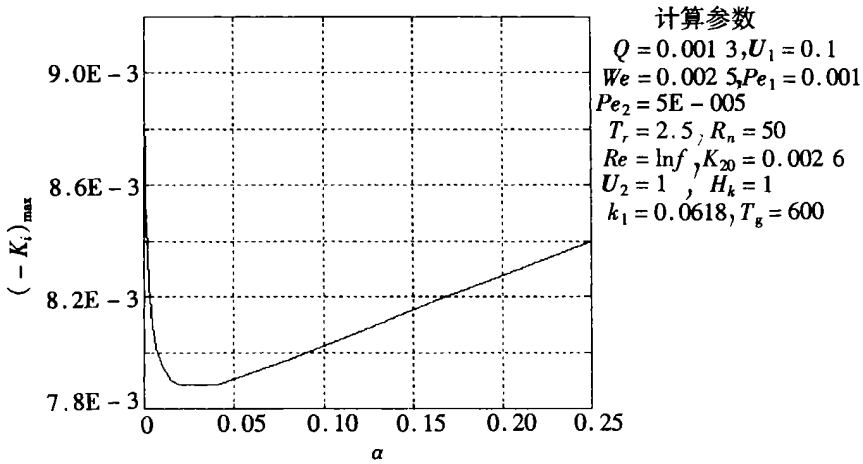


图 3 最大不稳定波随 α 的变化曲线

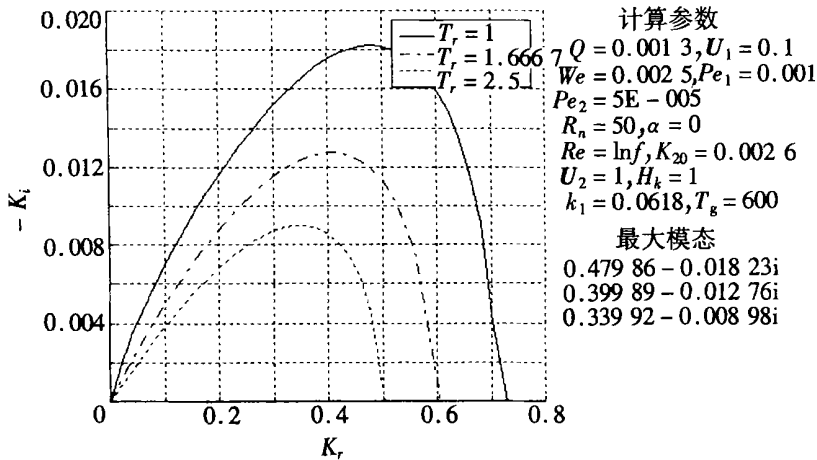


图 4 温度比 T_r 对稳定性的影响

图 4 描述了温度比对稳定性的影响。我们看到温度比越大,稳定性越强,即当液体的温度与气体温度相差越大时系统越稳定。Rayleigh(1894)在研究 Rayleigh_Benard 对流的时候指出热传导对流体的有致稳定作用。同时,HJE. Co. Inc(Glens Falls, NY, USA)^[10]的实验(参见 Joseph, Tunich 和 Strauss(1999))数据也定性反映了我们所描述的事实。该公司的实验对封闭式气体喷射雾化技术进行了研究,在给定供气压力的前提下,改变气体的温度,同时保持其他初始条件不变,如液体金属过热度等。实验数据表明通过加热气体的确可以使得所获得的金属颗粒平均粒径有比较大的减小。

4 结束语

本文考虑了射流雾化阶段研究工作中很少被涉及的因素温度,气液射流作了线性稳定性分析发现大雷诺数流动、热导率变化大、预热气体均将带来更细的颗粒和更充分的雾化的结论,并且这些结果定性上得到了初步的证实。另外,由于国内外公开发表的关于扰动初始发展的温度方面的实验数据较少,所以模型的正确性和我们的论断有待进一步实践证明。

附 录

变系数四阶微分方程的系数为(其中 $N = i(\omega + U_2 k)$):

$$C_4(y) = \frac{iPe_2 K(y) T_2(y)}{kN \rho_2(y)}$$

$$C_3(y) = \frac{iPe_2(2K(y)\rho_2(y)T_2'(y) + T_2(y)(\rho_2(y)K'(y) - 2K(y)\rho_2'(y)))}{kN \rho_2(y)^3}$$

$$C_2(y) = -\frac{1}{H_k k N \rho_2(y)^4} (i(H_k \rho_2(y)(T_2(y)(N \rho_2(y)^2 + Pe_2 K'(y)\rho_2'(y)) - Pe_2 \rho_2(y)K'(y)T_2'(y)) + Pe_2 K(y)((2H_k T_2(y)k^2 + N^2 - H_k T_2''(y))\rho_2(y)^2 + H_k(2T_2'(y)\rho_2'(y) + T_2(y)\rho_2''(y))\rho_2(y) - 2H_k T_2(y)\rho_2'(y)^2)),$$

$$C_1(y) = -\frac{1}{H_k k N \rho_2(y)^3} (i(H_k N T_2'(y)\rho_2(y)^2 + Pe_2(2H_k K(y)T_2'(y)k^2 + (H_k T_2(y)k^2 + N^2)K'(y))\rho_2(y) - 2Pe_2 K(y)(H_k T_2(y)k^2 + N^2)\rho_2(y)),$$

$$C_0(y) = -\frac{1}{H_k k N \rho_2(y)^4} (i(\rho_2(y)(N^3 + H_k N k^2 T_2(y))\rho_2(y)^2 - H_k k^2 Pe_2 K'(y)\rho_2(y)T_2'(y) + Pe_2(H_k T_2(y)k^2 + N^2)\rho_2'(y)K'(y)) + Pe_2 K(y)(k^2(H_k T_2(y)k^2 + N^2 - H_k T_2''(y))\rho_2(y)^2 + (2H_k T_2'(y)\rho_2'(y)k^2 + H_k T_2(y)\rho_2''(y)k^2 + N^2\rho_2'(y))\rho_2(y) - 2(H_k T_2(y)k^2 + N^2)\rho_2'(y)))$$

我们的温度具有如下的形式(有量纲,无量纲除 T_g):

$$T_1(y) = a_1 + b_1 y$$

$$T_2(y) = \frac{\sqrt{k_{20}^2(2 - 2T_g \alpha)^2 - 4k_{20}(-2a_2 - 2b_2 y)\alpha - k_{20}(2 - 2T_g \alpha)}}{2k_{20}\alpha}$$

其中,系数为

$$a_1 = T_1$$

$$b_1 = \frac{1}{\alpha k_{20}} \left\{ (-1 + T_g \alpha - T_l \alpha) k_{20} + \left[\frac{1}{\alpha^2} (a^2(2k_1^2 + 2k_1(-1 + T_g \alpha - T_l \alpha)k_{20} + k_{20}^2) + L(2k_1^2 L - S)) + a(-4k_1^2 L + 2k_1(-1 + T_g \alpha - T_l \alpha)k_{20} + S) \right]^{1/2} \right\},$$

$$a_2 = \frac{1}{2a^2 \alpha k_{20}} \left(a^2 T_g \alpha (2 - T_g \alpha) k_{20}^2 - 2a k_1 L (k_1 + (-1 + T_g \alpha - T_l \alpha) k_{20}) + L(2k_1^2 L - S) \right),$$

$$b_2 = \frac{1}{2a^2 \alpha k_{20}} \left(-2k_2^1 L + 2\alpha k_1 (k_1 + (-1 + T_g \alpha - T_l \alpha) k_{20}) S \right),$$

$$S = \sqrt{(k_1^2(-4a(T_g - T_l)\alpha(-2 + T_g \alpha - T_l \alpha)k_{20}^2 + 4(k_1 L + a(-k_1 + k_{20} - T_g \alpha k_{20} + T_l \alpha k_{20}))^2))}$$

[参 考 文 献]

- [1] 王善春. 我国钢铁粉末的发展和展望[J]. 粉末冶金工业, 2001, 1 (2): 25—31.
- [2] Taylor G I. Generation of ripples by wind blowing over viscous fluid[A]. In: Batchelor G K, Ed. The Scientific Papers of G I Taylor [C]. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1965, 3: 952.
- [3] Bradley D. On the atomization of liquid by high-velocity gases (I) & (II)[J]. Phys Fluids, 1973, 6: 1724—2267.
- [4] Leib S J, Goldstein M E. The generation of capillary instabilities of a liquid jet[J]. J Fluid Mech, 1986, 168: 479.

- [5] Lin S P, Kang D J. Atomization of a liquid jet[J]. *Phys Fluids*, 1987, **3** (7): 2000.
- [6] Lin S P, Lian Z W. Mechanisms of the breakup of liquid jet[J]. *AIAA Journal*, 1990, **28**(1): 120.
- [7] Berger S A. Initial value stability analysis of a liquid jet[J]. *SIAM J Appl Math*, 1988, **48**(5): 973.
- [8] ZHOU Zhe_wei, TANG Xiao_dong. The effect of the pulsation in gas flow on the stability of melted metal jet[A]. In: *Appear as C D. Fourth International Conference on Spray Forming USA [C]*. University of Maryland, 1999, 35—41.
- [9] 马峥, 周哲玮. 气流雾化问题中的流动稳定性研究[J]. *应用数学和力学*, 1998, **2** (10): 991—996.
- [10] Joseph, Tunick, Strauss. Hotter gas increases atomization efficiency[R]. *Metal Powder Report*, Nov, 1999: 24—32.

Effect of Heat Exchange on the Interfacial Instability of Gas-Liquid Jet

WANG Zhi_liang, ZHOU Zhe_wei

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,
Shanghai University, Shanghai 200072, P. R. China)

Abstract: The classical linear instability theory was applied to the planar stratified two-layer flow with high speed compressible gas layer impacting on incompressible viscous liquid layer. The walls were kept at different temperatures, resulting in heat transfer across the layers. The thermal conductivity and the density of the gas were altered when the temperature changes. After some treatment, a four-order stiff ordinary differential equation was derived, and numerical integration and multi-shooting method were used to solve this equation for its spatial mode calculation. The numerical results of characteristic parameters show good coincidence with other models. At the same time, when the wall temperature ratio decreases, as well as the Reynolds number and the gas thermal conductivity change increases, the atomization would be more efficient and producing finer droplets. And the results show good fit with the experimental datum of HJE. Co. Inc (Glens Falls, NY, USA).

Key words: heat exchange; jet; interfacial instability; spray forming