

文章编号: 1000-0887(2003) 10-1049-08

两相流体非线性渗流模型及其应用*

邓英尔^{1,2}, 刘慈群³

- (1. 成都理工大学 油气藏地质及开发工程国家重点实验室, 成都 610059;
2. 成都理工大学 能源系, 成都 610059;
3. 中国科学院 渗流流体力学研究所, 河北廊坊 065007)

(我刊原编委刘慈群来稿)

摘要: 基于三参数非线性渗流运动定律、质量守恒定律及椭圆渗流的概念, 建立了低渗透介质中两相流体椭圆非线性渗流数学模型, 运用有限差分法与外推法求得了其解, 导出了两相流体椭圆非线性渗流条件下油井见水前后开发指标的计算公式, 进行了实例分析。结果表明: 非线性渗流对含水饱和度分布影响较大; 非线性渗流使得水驱油推进速度比线性渗流的快, 使油井见水时间提前, 使得石油开发指标变差; 非线性渗流使得同一时刻的压差比线性渗流的大, 使石油开发难度加大。这为低渗油藏垂直裂缝井开发工程提供了科学依据

关键词: 低渗透; 多孔介质; 两相流体; 非线性渗流; 有限差分法; 外推法
中图分类号: TE312 **文献标识码:** A

引 言

渗流力学与工程技术结合已成为科学技术发展史上的成功范例, 其影响面广及油气与煤炭及地下水资源开发、海水入浸与地面沉降及地质灾害防治、岩土工程与生物工程及航空工业等众多领域^[1-7]。低渗透介质中非线性渗流是现代渗流力学的前沿研究方向之一, 且为多种工程技术领域所涉及的重要基础问题。国外于 80 年代研究了低渗透介质渗流^[8], 但对其渗流规律方程未做报导。中科院渗流流体力学研究所等单位引进美国先进设备, 进行了 100 余次实验, 结果表明低渗透介质渗流为非线性渗流^[9, 10]。目前, 低渗非线性渗流数学模拟大多采用有启动压力梯度的近似模型^[11]。文献[10]用分段函数描述低渗透介质渗流规律。文献[12]基于实验结果, 建立了低渗透介质非线性渗流运动定律新模型。本文建立两相流体椭圆非线性渗流数学模型, 运用有限差分法与外推法求其解, 研究含水饱和度分布和压差随时间变化的规律, 并将其与按线性渗流计算的结果做对比, 为垂直裂缝井开发低渗油藏提供科学依据。

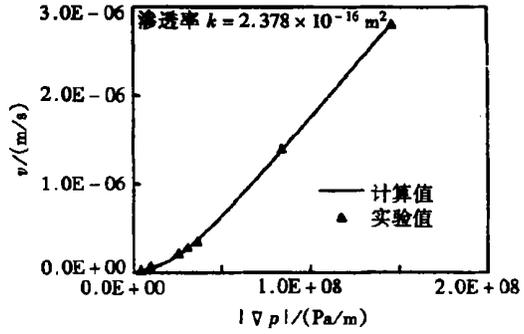
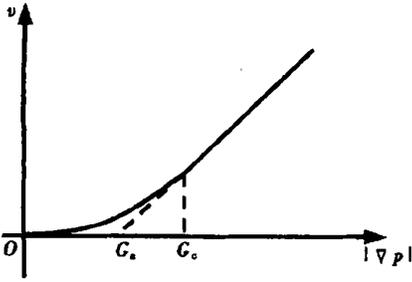
1 非线性渗流规律

大量实验结果表明: 低渗透介质中的渗流遵循非线性渗流定律^[9, 10, 12], 如图 1 中实线所示。

* 收稿日期: 2002_06_14; 修订日期: 2003_05_06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40202036); 国家 973 资助项目(2002CB211700)

作者简介: 邓英尔(1967—), 男, 湖南邵阳人, 副教授, 博士, 主要研究油气水地下渗流、数值模拟、油气藏工程(E-mail: DengYE6789@vip.sina.com)。



v 为渗流速度, m/s ; ∇p 为压力梯度, Pa/m ;
 G_a 为(拟)启动压力梯度, Pa/m ;
 G_c 为临界压力梯度, Pa/m

图 1 低渗透介质非线性渗流定律曲线

图 2 低渗透介质非线性渗流定律模型
计算值与实验值的比较

低渗透介质非线性渗流曲线特征为凹形曲线至直线,且直线延伸不过坐标原点。文献 [12] 基于实验结果,建立了低渗透介质中非线性渗流运动定律的新模型:

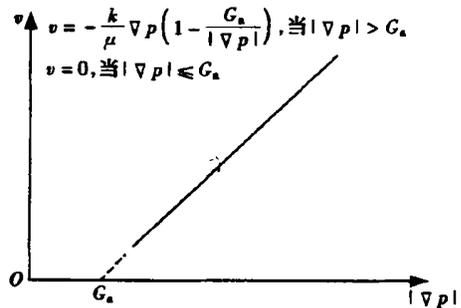
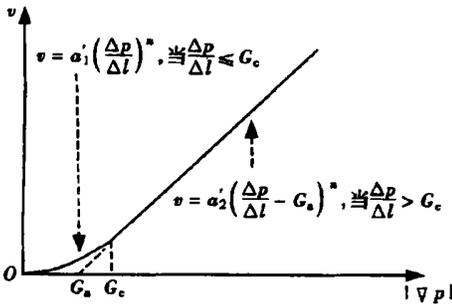
$$v \left(a_1 + \frac{a_2}{1 + bv} \right) = - \nabla p, \tag{1}$$

式中 a_1 、 a_2 、 b 分别为由实验确定的参数,其量纲分别为 $ML^{-3}T^{-1}$ 、 $ML^{-3}T^{-1}$ 、 $L^{-1}T$ 。可根据实验结果,运用数值逼近的方法 [13] 求得此 3 参数。对于 $k = 2.378 \times 10^{-16} m^2$ 的低渗透介质,得到的基本参数如表 1 所示

表 1 非线性渗流规律基本参数

$a_1 \times 10^{13}/(Pa \cdot s/m^2)$	$a_2 \times 10^{14}/(Pa \cdot s/m^2)$	$b \times 10^6/(s/m)$
4.298	2.439 8	9.38

新模型(1)与实验结果比较如图 2 所示。可见,3 参数非线性模型能精确地反映低渗透介质非线性渗流的实际全部运动过程,且模型较简单,参数量纲清楚,物理意义明确。因此,新模型(1)比图 3 中的 5 参数分段函数模型或图 4 中的有启动压力梯度的近似简化模型更具优越性。



a_1' 、 a_2' 、 n 为参数, Δp 为压差, Δl 为长度

图 3 5 参数分段函数描述的渗流曲线

图 4 具启动压力梯度模型描述的渗流曲线

2 两相流体椭圆非线性渗流数学模型

基本物理假设: 由于问题的复杂性, 本文做以下简化处理, 即暂不考虑毛管力与重力的影响, 假定油水不互溶, 不计弹性。

2.1 椭圆渗流坐标变换

垂直裂缝井工作时, 在地层中诱发平面二维椭圆渗流, 即形成以裂缝端点为焦点的共轭等压椭圆和双曲线流线族。直角坐标 x, y 和椭圆坐标 η, ξ 的关系为

$$x = a \cos \eta, \quad y = b \sin \eta, \tag{2}$$

$$a = c \operatorname{ch} \xi, \quad b = c \operatorname{sh} \xi \tag{3}$$

式中, a, b 分别为椭圆的半长、短轴, m ; c 是裂缝半长, m ; $\operatorname{ch}(\cdot)$ 和 $\operatorname{sh}(\cdot)$ 分别为双曲余弦和双曲正弦函数。从(2)式和(3)式易得等压椭圆和双曲线流线族

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \tag{4}$$

$$\frac{x^2}{c^2 \cos^2 \eta} - \frac{y^2}{c^2 \sin^2 \eta} = 1. \tag{5}$$

基于扰动椭圆的概念, 用发展的矩形族

$$\bar{x} = c \operatorname{ch} \xi, \quad \bar{y} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\eta/2} b \sin \eta d\eta = \frac{2c}{\pi} \operatorname{sh} \xi \tag{6}$$

来描述等压椭圆族。文献[14]用此方法与 Muskat 用复变函数方法^[15]得到的单相流产量公式完全相同, 表明此方法是正确的。令注入率为 Q_w (m^3/s), 则用椭圆坐标表示的渗流速度为

$$v = \frac{Q_w}{h 4c \operatorname{ch} \xi} \tag{7}$$

其中, h 为油层厚度, m 。

2.2 两相流体非线性渗流运动定律

在两相流体渗流的条件下, 需要引入相对渗透率的概念, 定义其为饱和度的函数。相对渗透率可由实验得到。在前述简化条件下, 油水两相流体非线性渗流运动方程分别为

$$v_o \left[a_{1o} + \frac{a_{2o}}{1 + b_o v_o} \right] = -k_{ro}(s_o) \nabla p, \tag{8}$$

$$v_w \left[a_{1w} + \frac{a_{2w}}{1 + b_w v_w} \right] = -k_{rw}(s_w) \nabla p, \tag{9}$$

其中, v_o, v_w 分别为油、水相的渗流速度, m/s ; k_{ro}, k_{rw} 分别为油、水相相对渗透率; s_o, s_w 分别为油、水相的饱和度。 a_{1o}, a_{2o}, b_o 与 a_{1w}, a_{2w}, b_w 分别为油、水相的实验 3 参数。其中饱和度方程为

$$s_o + s_w = 1. \tag{10}$$

2.3 质量守恒定律

在前述简化条件下, 油、水两相流体连续性方程分别为

$$\frac{\partial v_o}{\partial y} + \phi \frac{\partial s_o}{\partial t} = 0, \tag{11}$$

$$\frac{\partial v_w}{\partial y} + \phi \frac{\partial s_w}{\partial t} = 0 \tag{12}$$

式中, ϕ 为孔隙度; t 为时间, s 。

2.4 两相流体非线性渗流分流量

求两相流体渗流的分流量时, 需要采用相对渗透率数据, 而相对渗透率通过实验获得, 总的渗流速度为

$$v = v_o + v_w, \quad (13)$$

水相分流量为

$$f_w = \frac{v_w}{v}, \quad (14)$$

得两相流体非线性渗流水相分流量 $f_w(s_w)$ 计算式

$$(1 - f_w(s_w)) k_{rw}(s_w) \frac{a_{1o}}{a_{1w}} \frac{1 + \frac{a_{2o}}{a_{1o}} \frac{1}{(1 + bw(1 - f_w(s_w)))}}{1 + \frac{a_{2w}}{a_{1w}} \frac{1}{(1 + bf_w(s_w))}} - k_{ro}(s_w) f_w(s_w) = 0, \quad (15)$$

式中, $b = b_o = b_w$. 根据相对渗透率实验数据, 由上式用数值方法求得 $f_w(s_w)$.

2.5 两相流体椭圆非线性渗流偏微分方程

两相流体椭圆渗流偏微分方程为

$$\frac{\partial}{\partial y} (f_w(s_w)) + \phi \frac{\partial s_w}{\partial t} = 0 \quad (0 < \bar{y} < \bar{y}_f, 0 < t < t_f) \quad (16)$$

其中, 下标 f 表示水驱油运动前沿, 注意到假设条件流体不可压缩和复合函数求导法则, 则

$$\frac{\partial s_w}{\partial t_D} + \frac{\pi f_w'(s_w)}{2 \text{ch}^2 \xi} \frac{\partial s_w}{\partial \xi} = 0 \quad (0 < \xi < \xi_f, 0 < t_D < t_{Df}), \quad (17)$$

其中, $f_w'(s_w) = df_w/ds_w$, 无量纲的量定义为 $t_D = (Q_w t)/(4\phi c^2)$.

2.6 初边条件

初始条件为

$$s_w(\xi, 0) = s_{wc}, \quad \xi_f(0) = 0 \quad (18)$$

其中, 下标 wc 表示地层介质中的束缚水, 内边界条件为

$$s_w(0, t_D) = 1 - s_{or}, \quad (19)$$

其中, 下标 or 表示地层介质中的残余油.

将水驱油运动前沿作为活动外边界条件处理, 即

$$s_w(\xi_f, t_D) = s_{wf}, \quad (20)$$

水驱油前沿含水饱和度为^[14, 15]

$$s_{wf} = s_{wc} + \frac{f_w f(s_{wf})}{f_w(s_{wf})}, \quad (21)$$

(21) 式为含 s_{wf} 的隐函数式, 可用作图法或数值法求解.

方程(17) ~ (20) 构成油水两相流体椭圆非线性渗流控制方程组.

3 有限差分解

方程(17) ~ (20) 属于活动边界模型, 可采用有限差分法^[11]离散得(省略无量纲符号)

$$-\frac{\mathbb{I}(t_{n+1} - t_n) f_w'(s_j^{n+1})}{4\Delta \xi \text{ch}^2 \xi_j} s_{j-1}^{n+1} + s_j^{n+1} + \frac{\mathbb{I}(t_{n+1} - t_n) f_w'(s_j^{n+1})}{4\Delta \xi \text{ch}^2 \xi_j} s_{j+1}^{n+1} = s_j^n, \quad (22)$$

$$s_j^0 = s_{wc}, \quad \xi_0 = 0, \quad (23)$$

$$s_0^{n+1} = 1 - s_{or}, \tag{24}$$

$$s_{n+1}^{n+1} = s_{wf}, \tag{25}$$

式中, j 为对空间离散化的下标, n 为对时间离散化的上下标。对于上述方程组, 运用外推法线性化处理后再进行求解。

4 石油工程中的应用

4.1 见水前开发指标计算公式

初始时刻, 油层中只有油和束缚水, 故初始时刻压差为

$$\Delta p_{iD} = \int_0^{\xi_e} d\xi = \xi_e, \tag{26}$$

此后存在油水两相区和纯油区, 两区的压差分别为

$$\Delta p_{1D} = \int_0^{\xi_i} \frac{f_w(s_w(\xi, t_D))}{k_{rw}(s_w(\xi, t_D))} d\xi + \frac{a_{2w}}{a_{1w}} \int_0^{\xi_i} \frac{ch\xi}{k_{rw} \left(b_{wD} + \frac{ch\xi}{f_w(s_w(\xi, t_D))} \right)} d\xi \tag{27}$$

$$\Delta p_{2D} = \int_{\xi_i}^{\xi_e} d\xi = \xi_e - \xi_i \tag{28}$$

总的压差为

$$\Delta p_D = \Delta p_{1D} + \Delta p_{2D}, \tag{29}$$

其中, $\Delta p_D = (2\pi h \Delta p) / (a_{1w} Q)$, $b_{wD} = (Qb) / (4hc)$; 下标 e 为外边界。

4.2 见水后开发指标计算公式

见水后, 油层中只存在油水混合区。在整个水淹区内压差为

$$\Delta p_D = \int_0^{\xi_e} \frac{f_w(s_w(\xi, t_D))}{k_{rw}(s_w(\xi, t_D))} d\xi + \frac{a_{2w}}{a_{1w}} \int_0^{\xi_e} \frac{ch\xi}{k_{rw} \left(b_{wD} + \frac{ch\xi}{f_w(s_w(\xi, t_D))} \right)} d\xi \tag{30}$$

5 实例分析

一低渗透油层基本参数如下: 绝对渗透率为 $2.378 \times 10^{-16} \text{ m}^2$, 孔隙度为 0.12, 原油粘度为 $8.26 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 地层水粘度为 $9.30 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 油层厚度为 8.2 m, 裂缝半长为 50 m。油水相对渗透率曲线如图 5 所示。

按照线性渗流与非线性渗流计算的含水率及其导数分别如图 6、图 7。可知, 线性渗流与非线性渗流的含水率及其导数存在一定的差别。从而, 按传统的线性渗流计算含水率及其导数将对开发指标(饱和度分布、压差等)的计算产生一定影响。

在前述简化条件(忽略毛管力)下, 求含水饱和度会存在多值性^[7,16], 而在物理上这是不可能的。可引入突变界面的概念, 消除多值性。突变界面的位置是使图 8 中的阴影面积 A_1 等于 A_2 。

采用上述方法得到的线性渗流与非线性渗流的含水饱和度分布分别如图 9、图 10 所示。由图可

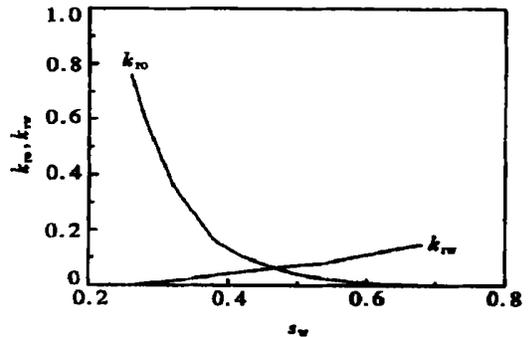


图 5 油水相对渗透率曲线

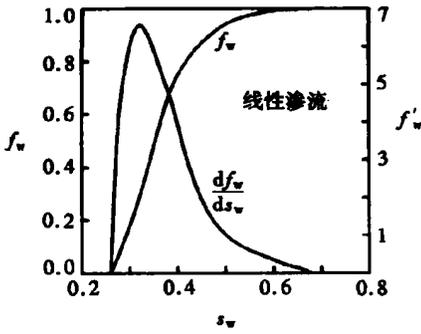


图 6 线性渗流含水率及其导数

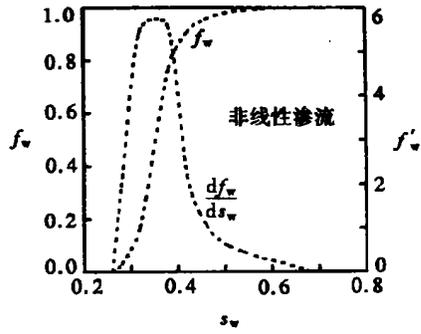


图 7 非线性渗流含水率及其导数

知, 线性渗流与非线性渗流的含水饱和度分布有较大的差别。

水驱油运动前沿随时间变化如图 11 所示。可知, 非线性渗流使得水驱油运动前沿的推进速度比线性渗流的快。从而, 非线性渗流使得油井见水时间提前, 使得开发指标变差。

压差随时间的变化如图 12 所示。可知, 无论线性渗流还是非线性渗流, 在见水以前, 压差都随时间增加而逐渐增大, 在见水以后, 压差都随时间增加而逐渐减小。但在相同的时刻, 非线性渗流使压差比线性渗流的大。

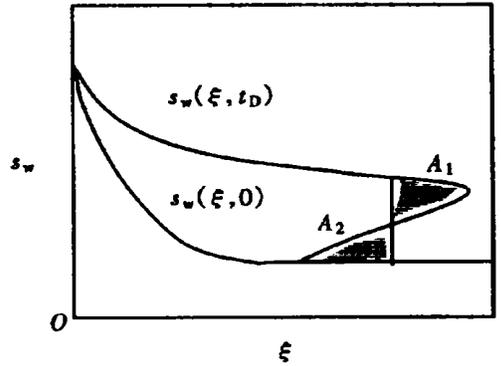
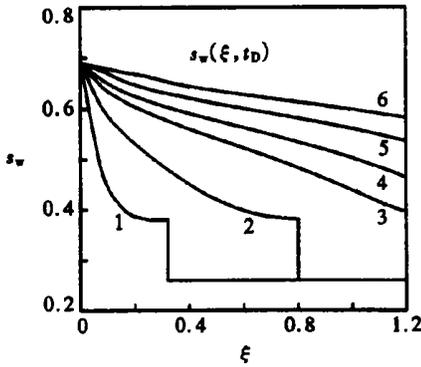


图 8 含水饱和度突变界面示意图



1 至 6 分别为 $t_D = 0.0199, 0.0949, 0.2948, 0.4949, 0.9949, 1.9949$

图 9 线性渗流含水饱和度分布

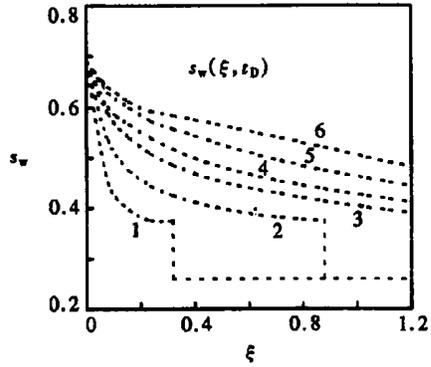


图 10 非线性渗流含水饱和度分布

6 结 论

1. 基于非线性渗流运动定律、质量守恒定律及椭圆渗流的概念, 建立了两相流体椭圆非线性渗流模型。运用有限差分法与外推法求得了其解
2. 导出了石油工程中两相流体椭圆非线性渗流条件下油井见水前后开发指标的计算公式。
3. 非线性渗流对含水饱和度分布和压差变化规律的影响较大, 非线性渗流使得水驱油推

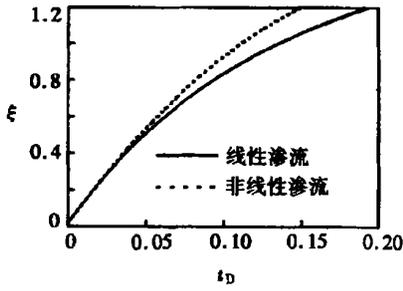


图 11 水驱油运动前沿变化图

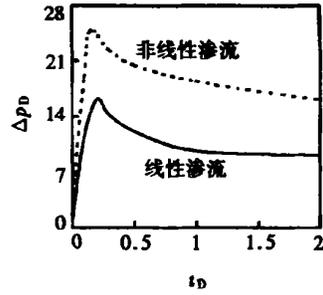


图 12 压差随时间的变化

进速度比线性渗流的快,使油井见水时间提前,使得开发指标变差。非线性渗流使得同一时刻的压差比线性渗流的大,使开发难度加大。在进行低渗透油气田开发计算时应考虑非线性渗流的影响。这为垂直裂缝井开发低渗油藏提供了科学依据。

[参 考 文 献]

- [1] 郭尚平. 序. 重庆大学学报[J], 2000, 23(增刊): 1—1.
- [2] 刘慈群. 双重介质非线性渗流[J]. 科学通报, 1980, (17): 1081—1085.
- [3] 陈钟祥, 姜礼尚. 双重孔隙介质渗流方程组的精确解[J]. 中国科学, 1980, (2): 152—165.
- [4] 陈钟祥, 刘慈群. 双重孔隙介质二相驱替理论[J]. 力学学报, 1980, 12(2): 109—119.
- [5] 刘慈群, 郭尚平. 多重介质渗流研究进展[J]. 力学进展, 1982, 12(4): 360—364.
- [6] 郭尚平, 刘慈群, 阎庆来, 等. 渗流力学的新发展[J]. 力学进展, 1986, 16(4): 441—454.
- [7] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1999, 325—326.
- [8] Горбунгов А Т. 异常油田开发[M]. 张树宝译. 北京: 石油工业出版社, 1987: 27—28.
- [9] 中国石油天然气总公司开发生产局. 低渗透油田开发技术[M]. 北京: 石油工业出版社, 1994, 353—354.
- [10] 阮敬, 何秋轩. 低渗非达西渗流临界点及临界参数判别法[J]. 西安石油学院学报, 1999, 14(3): 9—10.
- [11] DENG Ying_er, LIU Ci_qun. Numerical simulation of unsteady flow through porous media with moving boundary[A]. In: ZHANG Feng_gan Ed. Proceedings of the Third International Conference on Fluid Mechanics [C]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1998. 759—765.
- [12] 邓英尔, 刘慈群. 低渗油藏非线性渗流规律数学模型及其应用[J]. 石油学报, 2001, 22(4): 72—77.
- [13] Marquart D W. An algorithm for least_squares estimation of nonlinear parameters[J]. J SIAM, 1963, 11(2): 431—441.
- [14] 刘慈群. 单相和两相流体多维渗流问题[A]. 见: 周连第, 邵维文, 陆煜 编. 第十届全国水动力学学术会议论文集[C]. 北京: 海洋出版社, 1996, 439—445.
- [15] Muskat M. The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media [M]. New York: McGraw_Hill, 1937, 158—160.
- [16] Collins R E. 流体通过多孔材料的流动[M]. 陈钟祥, 吴望一译. 北京: 石油工业出版社, 1984, 158—159.

Mathematical Model of Two-Phase Fluid Nonlinear Flow in Low-Permeability Porous Media With Applications

DENG Ying_er^{1,2}, LIU Ci_qun³

(1. State Key Laboratory of Oil-Gas Reservoir Geology and Development Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, P. R. China;

2. Department of Energy, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, P. R. China;

3. Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Langfang, Hebei 065007, P. R. China)

Abstract: A mathematical model of two-phase fluid nonlinear flow in the direction of normal of ellipse through low-permeability porous media was established according to a nonlinear flow law expressed in a continuous function with three parameters, a mass conservation law and a concept of turbulent ellipses. A solution to the model was obtained by using a finite difference method and an extrapolation method. Formulas of calculating development index not only before but also after water breaks through an oil well in the condition of two-phase fluid nonlinear flow in the media were derived. An example was discussed. Water saturation distribution was presented. The moving law of drainage front was found. Laws of change of pressure difference with time were recognized. Results show that there is much difference of water saturation distribution between nonlinear flow and linear flow; that drainage front by water moves faster, water breaks through sooner and the index gets worse because of the nonlinear flow; and that dimensionless pressure difference gets larger at the same dimensionless time and difficulty of oil development becomes bigger by the nonlinear flow. Thus, it is necessary that influence of nonlinear flow on development indexes of the oil fields be taken into account. The results provide water-flooding development of the oil fields with scientific basis.

Key words: low permeability; porous media; two-phase fluid; nonlinear flow; finite difference method; extrapolation method