应用数学和力学, 第 24 卷 第 10 期(2003 年 10 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2003) 10_0991_07

重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅰ)——微极连续统*

戴天民

(辽宁大学 数学系和数学应用中心, 沈阳 110036)

(我刊原编委戴天民来稿)

摘要: 在对现有微极连续统理论已进行过再研究的基础上重新建立较为完整的微极连续统理论的基本均衡定律和方程体系· 在此重建的新体系中不但考虑了由于动量引起的附加动量矩、面力引起的附加面矩和体力引起的附加体矩, 而且还考虑了微角速度引起的附加速度, 从而可以建立起耦合型的动量、动量矩和能量的均衡定律· 从这些新的基本均衡定律可以很自然地推导出相应的局部和非局部均衡方程· 通过对比可以清楚地看到这些新结果较之现有的结果都完整·

关 键 词: 微极连续统; 耦合型; 基本均衡定律; 均衡方程

中图分类号: O33 文献标识码: A

引 言

微极连续统理论是广义连续统理论中的一个典型的和应用广泛的理论, 并早已被公认· 已经出版了这个领域的许多专著和大量学术论文·

我们曾对现有的诸极性连续统理论进行过再研究, 并发现它们的某些基本均衡定律和方程都不完整, 而且存在着需要消除的理论上的缺陷·

为了便于对比和阐明问题, 我们把传统的微极连续统理论的基本均衡定律和方程摘录如下:

1) 质量守恒定律

$$\dot{\rho} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \cdot \tag{1}$$

2) 微惯性守恒定律

$$\rho(\dot{\boldsymbol{j}} - \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{j}) = \mathbf{0} \cdot \tag{2}$$

3) 动量均衡定律和方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \mathbf{v}\,\mathrm{d}v - \int_A \boldsymbol{t}_{(\boldsymbol{n})}\,\mathrm{d}a - \int_V \rho \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}v = \mathbf{0}, \tag{3a}$$

* 收稿日期: 2002_04_11; 修订日期: 2003_05_09
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072024); 辽宁省教育委员会基础研究基金资助项目(99011 1001)
作者简介: 戴天民(1931—), 男, 满族, 辽宁开原人, 教授, 博士, 博士生导师, 已发表专著译著 12 部和论文 60 余篇(E_mail: tianmin_dai@ yahoo. com. cn)·

$$\rho(\dot{\mathbf{v}}-\boldsymbol{f})-\nabla\cdot\boldsymbol{t}=\mathbf{0}. \tag{3b}$$

4) 动量矩均衡定律和方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V\rho(\boldsymbol{x}\times\mathbf{v}+\sigma)\,\mathrm{d}v-\int_A(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)}+\boldsymbol{m}_{(n)})\,\mathrm{d}a-\int_V\rho(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}+\boldsymbol{l})\,\mathrm{d}v=\mathbf{0}, \tag{4a}$$

$$\rho(\dot{\sigma}-\boldsymbol{l})-\boldsymbol{g}_i\times\boldsymbol{t}_i-\nabla\cdot\boldsymbol{m}=\mathbf{0}. \tag{4b}$$

5) 能量守恒定律和方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V\rho\left[e+\frac{1}{2}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}+\sigma\cdot\nu)\right]\mathrm{d}v-\int_A(\boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\mathbf{v}+\boldsymbol{m}_{(n)}\cdot\boldsymbol{\nu})\,\mathrm{d}a-$$
$$\int_V\rho(\boldsymbol{f}\cdot\mathbf{v}+\boldsymbol{l}\cdot\nu)\,\mathrm{d}v-\int_A\boldsymbol{q}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}-\int_V\rho h\,\mathrm{d}v=0, \tag{5a}$$

$$\rho\dot{e}=\boldsymbol{t}:(\nabla\mathbf{v}-\varepsilon\cdot\nu)+\boldsymbol{m}:\nabla\nu+\nabla\cdot q+\rho h. \tag{5b}$$

6) 熵不等式

$$\rho\dot{\eta}-\nabla\cdot\boldsymbol{s}-\frac{\rho h}{\theta}\geqslant 0. \tag{6}$$

7) Clausius-Duhem 不等式

$$-\frac{\rho}{\theta}(\dot{\psi}+\dot{\theta}\eta)+\frac{1}{\theta}\boldsymbol{t}:(\nabla\mathbf{v}-\varepsilon\cdot\nu)+\frac{1}{\theta}\boldsymbol{m}:\nabla\nu+$$
$$\frac{1}{\theta^2}\boldsymbol{q}\cdot\nabla\theta+\nabla\cdot\boldsymbol{p}\geqslant 0. \tag{7}$$

从上面列出的微极连续统的基本均衡定律和方程可以看出这里至少存在着尚需解决的 3 个问题.

第 1 个问题是动量均衡方程定律和方程(3) 与经典连续统力学的和微态连续统理论的都一样, 也就是说不管是经典的, 也不管是带有什么样微结构的连续统的都一样, 这是一个明显的理论缺陷.

第 2 个问题是能量守恒定律(5a) 是非耦合的, 因此不可能直接从它推导出所期望的运动方程和能量均衡方程, 这是又一个明显的理论缺陷.

第 3 个问题是由于上述两个问题的存在而产生的, 亦即, 由于动量均衡定律和能量守恒定律都是非耦合的, 都是不完整的, 所以从传统的微极连续统理论既不可能自然地过渡到微态连续统理论, 也不可能自然地归结为非极的连续统理论.

我们曾在[1, 2] 中对现有的极性连续统理论进行过再研究, 提出所谓"半耦合型"的能量守恒定律, 并由此可以自然地推导出运动方程和能量均衡方程. 但这样推导出的动量均衡方程仍与经典连续统的相同, 因此只能说是部分地解决了上述第 2 个问题.

最近我们在[3] 中建立一个较为完整的连续统力学基本均衡定律和方程体系, 并在[4] 中对微极连续统理论提出一个耦合型的能量守恒定律. 这些新结果可以帮助给出连续统场论的基本均衡定律和方程结构的清晰形象和深刻理解, 并可给予更大的可能性去解决上述 3 个问题.

本文的目的是试图解决头两个问题. 第 3 个问题将在后续的论文中加以阐述.

1 基本均衡定律和方程

1.1 质量守恒定律和方程[5, 6]

A. 全局质量守恒定律

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \mathrm{d}v = 0. \tag{8a}$$

B. 局部质量守恒方程

$$\dot{\rho} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \tag{8b}$$

C. 非局部质量守恒方程

$$\dot{\rho} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = \hat{\rho}, \tag{8c}$$

为简单起见, 并不失一般性, 本文取非局部质量剩余 $\hat{\rho} = 0$.

1.2 微惯性守恒定律和方程[5, 6]

A. 全局微惯性守恒定律

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \chi^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{j} \cdot \chi \,\mathrm{d}v = \mathbf{0}. \tag{9a}$$

B. 局部微惯性守恒方程

$$\rho(\dot{\boldsymbol{j}} - \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{j}) = \mathbf{0}. \tag{9b}$$

C. 非局部微惯性守恒方程

$$\rho(\dot{\boldsymbol{j}} - \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\nu}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{j}) = \rho \hat{\boldsymbol{j}}, \tag{9c}$$

为简单起见, 本文假定 $\hat{\boldsymbol{j}} = \mathbf{0}$.

1.3 动量均衡定律和方程

A. 全局动量均衡定律

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho(\mathbf{v} + \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{x})\mathrm{d}v - \int_A \boldsymbol{t}_{(n)}\mathrm{d}a - \int_V \rho \boldsymbol{f}\mathrm{d}v = \mathbf{0}. \tag{10a}$$

B. 局部动量均衡方程

$$\rho[(\mathbf{v} + \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{x})^{\boldsymbol{\cdot}} - \boldsymbol{f}] - \nabla \cdot \boldsymbol{t} = \mathbf{0}. \tag{10b}$$

C. 非局部动量均衡方程

$$\rho[(\mathbf{v} + \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{x})^{\boldsymbol{\cdot}} - \boldsymbol{f}] - \nabla \cdot \boldsymbol{t} = \rho \hat{\boldsymbol{f}}. \tag{10c}$$

这里我们考虑了由于微角速度 $\boldsymbol{\nu}$ 所引起的附加速度, 因此动量均衡定律(10a)和方程(10b)、(10c)都是带有耦合项的.

1.4 动量矩均衡定律和方程

A. 全局动量矩均衡定律

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho[\boldsymbol{x} \times (\mathbf{v} + \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{x}) + \sigma]\mathrm{d}v - \int_A (\boldsymbol{x} \times \boldsymbol{t}_{(n)} + \boldsymbol{m}_{(n)})\mathrm{d}a - \int_V \rho(\boldsymbol{x} \times \boldsymbol{f} + \boldsymbol{l})\mathrm{d}v = \mathbf{0}. \tag{11a}$$

B. 局部动量矩均衡方程

$$\rho(\dot{\sigma} - \boldsymbol{l}) - \boldsymbol{g}_i \times \boldsymbol{t}_i - \nabla \cdot \boldsymbol{m} = \mathbf{0}. \tag{11b}$$

C. 非局部动量矩均衡方程

$$\rho(\dot{\sigma} - \boldsymbol{l}) - \boldsymbol{g}_i \times \boldsymbol{t}_i - \nabla \cdot \boldsymbol{m} = \rho(\hat{\boldsymbol{l}} - \boldsymbol{x} \times \hat{\boldsymbol{f}}). \tag{11c}$$

这里既考虑了由于微角速度引起的附加速度, 又考虑了由于动量引起的附加角动量矩、面力引起的附加面矩和体力引起的附加体矩的影响, 所以均衡定律(11a)和方程(11b)、(11c)都是带有耦合项的. 由此可见, 传统的动量和动量矩均衡定律(3a)和(4a)均不完整, 但动量矩均

衡方程的形式却是完整的•

1.5 能量守恒定律和方程

A. 全局能量守恒定律

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho\left\{e+\frac{1}{2}[\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\xi})]\cdot[\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\xi})]\right\}\mathrm{d}v-$$
$$\int_A[\boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)}+\boldsymbol{m}_{(n)})\cdot\boldsymbol{\nu}]\mathrm{d}a-\int_A\boldsymbol{q}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}-$$
$$\int_V\rho[\boldsymbol{f}\cdot\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}+\boldsymbol{l})\cdot\boldsymbol{\nu}]\mathrm{d}v-\int_V\rho h\,\mathrm{d}v=0 \tag{12a}$$

上式可以整理成下列形式:

$$\int_V\Big\{\Big\{\rho[(\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})^{\bullet}-\boldsymbol{f}]-\nabla\cdot\boldsymbol{t}\Big\}\cdot\mathbf{v}-$$
$$\Big\{\boldsymbol{x}\times\Big\{\rho[(\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})^{\bullet}-\boldsymbol{f}]-\nabla\cdot\boldsymbol{t}\Big\}+$$
$$[\rho(\dot{\boldsymbol{\sigma}}-\boldsymbol{l})-\boldsymbol{g}_i\times\boldsymbol{t}_i-\nabla\cdot\boldsymbol{m}]\Big\}\cdot\boldsymbol{\nu}-$$
$$[\rho\dot{e}-\boldsymbol{t}:\nabla\mathbf{v}-(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}+\boldsymbol{m}):\nabla\boldsymbol{\nu}-\nabla\cdot\boldsymbol{q}-\rho h]\Big\}\mathrm{d}v=0 \tag{12a*}$$

根据广义的 Piola 定理([7]、[1,2]),由式(12a)* 可以自然地给出运动方程(10b)、(11b)和下列局部和非局部能量均衡方程•

B. 局部能量均衡方程

$$\rho\dot{e}-\boldsymbol{t}:\nabla\mathbf{v}-(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}+\boldsymbol{m}):\nabla\boldsymbol{\nu}-\nabla\cdot\boldsymbol{q}-\rho h=0 \tag{12b}$$

C. 非局部能量均衡方程

$$\rho\dot{e}-\boldsymbol{t}:\nabla\mathbf{v}-(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t})\cdot\nabla\boldsymbol{\nu}-\nabla\cdot\boldsymbol{q}-\rho h=$$
$$-\rho[\hat{\boldsymbol{f}}\cdot\mathbf{v}+(\hat{\boldsymbol{l}}-\boldsymbol{x}\times\hat{\boldsymbol{f}})\cdot\boldsymbol{\nu}]+\rho\hat{h} \tag{12c}$$

在式(12a)~(12c)中令 $\boldsymbol{q}=\mathbf{0}$ 和 $h=0$, 即得我们在[4]中给出的结果•

有些作者为了证明传统的非耦合的能量守恒定律成立而采取利用运动方程和线性本构关系来进行反证• 例如, J.Wang 和 R.S.Dhaliwa[8] 对均匀的和各向同性非局部微极弹性体就是预先采用线性本构方程和几何关系, 对动量均衡方程点乘以 $\mathbf{v}$ 和对动量矩均衡方程点乘以 $\boldsymbol{\nu}$ 相加并积分后反证出传统的能量守恒定律, 亦即在式(5a) 中取 $\boldsymbol{q}=\mathbf{0}$ 和 $\rho h=0$ 的形式•

我们也可以这样来反证• 不难看出, 若对动量均衡方程(10b)点乘以 $(\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})$ 和对动量矩均衡方程(11b) 点乘以 $\boldsymbol{\nu}$ 后相加并进行积分即得能量守恒定律, 亦即在式(12a) 中取 $\boldsymbol{q}=\mathbf{0}$ 和 $\rho h=0$ 的形式• 需要强调指出的是我们在这里并没有利用任何附加的要求• 这个事实再次表明本文提出的耦合型能量守恒定律(12a)是较为完整的•

1.6 熵不等式[5,6]

A. 全局熵不等式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V\rho\eta\,\mathrm{d}v-\int_A\boldsymbol{s}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}+\int_V\frac{\rho h}{\theta}\mathrm{d}v\geqslant 0 \tag{13a}$$

B. 局部熵不等式

$$\rho\dot{\eta}-\nabla\cdot\boldsymbol{s}-\frac{\rho h}{\theta}\geqslant 0 \tag{13b}$$

C. 非局部熵不等式

$$\rho\dot{\eta}-\nabla\cdot\boldsymbol{s}-\frac{\rho h}{\theta}-\frac{\rho\hat{h}}{\theta}\geqslant 0 \tag{13c}$$

1.7 Clausius_Duhem 不等式

由式(12b)和式(13b)消去 h，则得下列

A. 局部 C_D 不等式

$$-\frac{\rho}{\theta}(\dot{\psi}+\dot{\theta}\eta)+\frac{1}{\theta}[\boldsymbol{t}:\nabla\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}+\boldsymbol{m}):\nabla\boldsymbol{\nu}]+$$
$$\frac{1}{\theta^{2}}(\boldsymbol{q}\cdot\nabla\theta)+\nabla\cdot\boldsymbol{p}\geqslant 0. \tag{14a}$$

由式(12c)和式(13c)消去 h，则得下列

B. 非局部 C_D 不等式

$$-\frac{\rho}{\theta}(\dot{\psi}+\dot{\theta}\eta)+\frac{1}{\theta}[\boldsymbol{t}:\nabla\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}+\boldsymbol{m}):\nabla\boldsymbol{\nu}]+\frac{1}{\theta^{2}}(\boldsymbol{q}\cdot\nabla\theta)+$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{p}-\frac{\rho}{\theta}[\hat{\boldsymbol{f}}\cdot\mathbf{v}+(\hat{\boldsymbol{l}}+\boldsymbol{x}\times\hat{\boldsymbol{f}})\cdot\boldsymbol{\nu}]\geqslant 0. \tag{14b}$$

这里 Helmholtz 自由能 ψ 和 $\boldsymbol{p}$ 定义如下:

$$\psi=e-\theta\eta,\quad \boldsymbol{p}=(\boldsymbol{q}/\theta)-\boldsymbol{s}. \tag{15}$$

上述这些结果已把半耦合型的和传统的非耦合型基本均衡定律和方程均作为特殊情形包括在内. 下节将以能量守恒定律问题为例加以论述.

2 特殊情形

2.1 半耦合型的能量守恒定律

为了对比和清晰起见, 我们把式(12a)改写成下列形式:

$$\int_V \rho\left\{\dot{e}+(\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})\cdot[\dot{\mathbf{v}}+(\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})^{\cdot}]+\dot{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nu}\right\}\mathrm{d}v-$$
$$\int_A[\boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)}+\boldsymbol{m}_{(n)})\cdot\boldsymbol{\nu}]\mathrm{d}a-\int_A\boldsymbol{q}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}-$$
$$\int_V\rho[\boldsymbol{f}\cdot\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}+\boldsymbol{l})\cdot\boldsymbol{\nu}]\mathrm{d}v-\int_V\rho h\,\mathrm{d}v=0. \tag{12a}^{**}$$

取 $(\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})^{\cdot}=\mathbf{0}$, 则式(12a)** 归结为

$$\int_V \rho\left\{\dot{e}+(\mathbf{v}+\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x})\cdot\dot{\mathbf{v}}+\dot{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nu}\right\}\mathrm{d}v-$$
$$\int_A[\boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)}+\boldsymbol{m}_{(n)})\cdot\boldsymbol{\nu}]\mathrm{d}a-\int_A\boldsymbol{q}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}-$$
$$\int_V\rho[\boldsymbol{f}\cdot\mathbf{v}+(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}+\boldsymbol{l})\cdot\boldsymbol{\nu}]\mathrm{d}v-\int_V\rho h\,\mathrm{d}v=0. \tag{16}$$

这便是我们在[1,2]中给出的半耦合型能量守恒定律. 由式(16)可以自然地推导出下列微极连续统理论的运动方程和局部能量均衡方程:

$$\rho(\dot{\mathbf{v}}-\boldsymbol{f})-\nabla\cdot\boldsymbol{t}=\mathbf{0}, \tag{17}$$

$$\rho(\dot{\boldsymbol{\sigma}}-\boldsymbol{l})-\boldsymbol{g}_i\times\boldsymbol{t}_i-\nabla\cdot\boldsymbol{m}=\mathbf{0}; \tag{18}$$

$$\rho\dot{e}-\boldsymbol{t}\cdot\nabla\mathbf{v}-(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}+\boldsymbol{m}):\nabla\boldsymbol{\nu}-\nabla\cdot\boldsymbol{q}-\rho h=0. \tag{19}$$

2.2 非耦合型的能量守恒定律和方程

考虑到关系式 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}$, 并取 $\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{x}=\mathbf{0}$, 则式(12a)** 归结为非耦合型能量守衡定律, 即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho\left[e+\frac{1}{2}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}+\sigma\cdot\nu)\right]\mathrm{d}v-\int_A(\boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\mathbf{v}+\boldsymbol{m}_{(n)}\cdot\nu)\mathrm{d}a-$$
$$\int_A \boldsymbol{q}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}-\int_V\rho(\boldsymbol{f}\cdot\mathbf{v}+\boldsymbol{l}\cdot\nu)\mathrm{d}v-\int_V\rho h\,\mathrm{d}v=0 \tag{20}$$

这便是传统的能量守恒定律• 由式(20)只能推导出下列非耦合的"运动方程"和"局部能量均衡"方程:

$$\rho(\dot{\mathbf{v}}-\boldsymbol{f})-\nabla\cdot\boldsymbol{t}=\mathbf{0}, \tag{21}$$
$$\rho(\dot{\sigma}-\boldsymbol{l})-\nabla\cdot\boldsymbol{m}=\mathbf{0}; \tag{22}$$
$$\rho\dot{e}-\boldsymbol{t}:\nabla\mathbf{v}-\boldsymbol{m}:\nabla\nu-\nabla\cdot\boldsymbol{q}-\rho h=0 \tag{23}$$

显然,这些结果并不是我们所期望的•

3 结 语

把传统的质量守恒定律、微惯性守恒定律、熵不等式和本文提出的动量均衡定律、动量矩均衡定律、能量守恒定律加在一起就构成微极连续统理论的基本均衡定律体系• 由此基本均衡定律体系可以很自然地推导出所有的局部和非局部均衡方程• 通过对比和分析不但可以看出这些基本均衡定律和方程体系是相当完整的,而且还可以弄清传统的和半耦合型的结果的不完整性层次•

有关从本文的结果自然地过渡到微态连续统理论和归结为偶应力理论问题将在后续论文中加以论述•

[参 考 文 献]

[1] 戴天民. 带有微结构的连续统中新的能量守恒定律和 C_D 不等式[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(2): 119—126.

[2] 戴天民. 广义连续统场论中新的功能及功率能率原理[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(11): 1111—1118.

[3] DAI Tian-min. New laws and principles for continuum mechanics_Part Ⅰ: Balance laws and equations [A]. In: CHIEN Wei_zang Ed. Proceedings of the 4th International Conference on Nonlinear Mechni-acs [C]. Shanghai: Shanghai University Press, 2002, 206—209.

[4] DAI Tian_min. On basic laws and principles for continuum field theories[A]. In: CHIEN Wei_zang Ed. Proceedings of the 4th International Conference on Nonlinear Mechniacs [C]. Shanghai: Shanghai University Press, 2002, 29—41.

[5] A C 爱林根, C B 卡法达. 微极场论[M]. 戴天民 译. 南京: 江苏科学技术出版社, 1982, 17—23.

[6] Eringen A C. Microcontinuum Field Theories [M]. New York: Springer_Verlag, 1999.

[7] Stojanovic R. On the principle of virtual work in the theory of oriented elastic media [J]. Z Angew Math Mech, 1973, **53**: T79—T82.

[8] Wang J, Dhaliwa R S. On some theorems in the nonlocal theory of micropolar elasticity [J]. Int J Solids Structures, 1993, **30**(10): 1331—1338.

Renewal of Basic Laws and Principles for Polar Continuum Theories(Ⅰ)—Micropolar Continua

DAI Tian_min
(Department of Mathematics & Center for the Application of Mathematics,
Liaoning University, Shenyang 110036, P. R. China)

Abstract: Based on the restudies of existing polar continuum theories rather complete systems of basic balance laws and equations for micropolar continuum theory are presented. In these new systems not only the additional angular momentum, surface moment and body moment produced by the linear momentum, surface force and body force, respectively, but also the additional velocity produced by the angular velocity are considered. The new coupled balance laws of linear momentum, angular momentum and energy are reestablished. From them the new coupled local and nonlocal balance equations are naturally derived. Via contrast it can be clearly seen that the new results are believed to be rather general and complete.

Key words: micropolar continuum; coupled; basic law; balance equation