应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2003) 11_1204_07

# 一类含非局部源的非线性退化扩散方程解的爆破性质*

邓卫兵, 刘其林, 谢春红

(南京大学 数学系, 南京 210093)

(我刊原编委江福汝推荐)

摘要: 研究了一类带非局部源的非线性退化抛物型方程• 在一定条件下, 证得方程的解在有限时刻爆破且爆破点集为整个区域• 积分方法被用来研究解的爆破性质•

关 键 词: 退化方程; 非局部源; 有限时刻爆破; 整体爆破
中图分类号: O175.26 文献标识码: A

## 1 引言和主要结论

设 $\Omega\subset R^N$ 为一个带光滑边界 $\partial\Omega$ 的有界区域• 记 $Q_T=\Omega\times(0,T]$, $S_T=\partial\Omega\times(0,T]$, 及 $Q_{t,T}=\Omega\times(t,T]$, 其中 $0<t<T<\infty$• 考虑如下非线性退化抛物型初边值问题:

$$\begin{cases} u_t=u^r\left(\Delta u+\int_\Omega f(u)\,\mathrm{d}x\right) & (x\in\Omega,\ t>0),\\ u(x,t)=0 & (x\in\partial\Omega,\ t>0),\\ u(x,0)=u_0(x) & (x\in\Omega),\end{cases}\tag{1}$$

其中 $0<r<1$• 上述问题描述了发生在液体通过齐次的各向同性的稀疏介质的流动及人口动力学当中的许多物理现象(见[1,2]), 且一些文献指出在方程中利用非局部增长项可以更好地模拟一类人口交流模型(见[3,4])•

近几年, 许多工作着力于带非局部源的半线性抛物型方程解的爆破性质的研究(参见[5,6,7,8]及其文献)• Chadam 等在[5]中讨论了(1)中 $r=0$ 的情形• 他们证得当

$$f(s)\geqslant 0,\ f'(s)\geqslant 0,\ f(s)\ \text{为凸函数},\ \int^\infty\frac{\mathrm{d}s}{f(s)}<\infty$$

以及 $u_0(x)$ 充分大时解在有限时刻爆破• 然而, 对退化非局部问题, 类似的结果很少(见[3])• 本文将引入非线性项 $u^r$(此时(1) 对应于慢扩散方程)• 在一些类似的假设条件下, 我们得到了与[5]相同的结论• 进一步, 我们证得(1)的解具有整体爆破性质(即在整个区域内同时爆破)以及在任意紧子集上具有一致渐近性态• 这些结论均改进了 Chadam 等[5]的工作• 文中研究渐近性的方法为[6]中方法的推广, 不同于[5]•

在叙述主要结论之前, 我们对初值 $u_0(x)$ 和 $f(s)$ 作如下假设:

---

* 收稿日期: 2001_10_26; 修订日期: 2003_06_09
作者简介: 邓卫兵(1971—), 男, 江苏人, 讲师, 博士(E_mail: wbdeng@nju.edu.cn)•

(H1) $u_0(x)\in C^1(\Omega)$, $u_0(x)|_{x\in\Omega}>0$, $u_0(x)|_{x\in\partial\Omega}=0$ 及 $\partial u_0/\partial\nu<0$, $x\in\partial\Omega$, 其中 $\nu$ 为边界上的外法向方向;

(H2) $\Delta u_0+\int_\Omega f(u_0)\,\mathrm{d}x\geqslant 0$, $(x\in\Omega)$;

(H3) $f(s)\in C([0,\infty))\cap C^2((0,\infty))$ 且在 $(0,\infty)$ 上 $f\geqslant 0$ 和 $f'\geqslant 0$;

(H4) $f(s)$ 为凸函数, $\int^\infty\frac{1}{f(s)}\mathrm{d}s<\infty$.

由(H3)和(H4), 我们有 $\lim_{s\to\infty}f(s)=\infty$ 和

$$\lim_{s\to\infty}\frac{f(s)}{s}=\infty \tag{2}$$

成立. 第一个极限很显然, 我们考虑第二个. 记 $k=\lim_{s\to\infty}f'(s)$. 由洛比达法则, 有

$$\lim_{s\to\infty}\frac{f(s)}{s}=\lim_{s\to\infty}f'(s)=k,$$

如果 $k<\infty$, 则存在 $s_0>0$ 使得对任意的 $s\geqslant s_0$ 成立 $f(s)\leqslant 2ks$. 于是

$$\int_{s_0}^\infty\frac{\mathrm{d}s}{f(s)}\geqslant\int_{s_0}^\infty\frac{\mathrm{d}s}{2ks}=\infty,$$

这与(H4)相矛盾.

记 $\lambda_1$ 为 Dirichlet 问题

$$-\Delta\varphi(x)=\lambda\varphi(x)\qquad(x\in\Omega),$$
$$\varphi(x)=0\qquad(x\in\partial\Omega)$$

的第一特征值, $\varphi(x)$ 为相应的特征函数且规范化为 $\varphi(x)>0$, $x\in\Omega$ 和 $\int_\Omega\varphi(x)\,\mathrm{d}x=1$.

我们的主要结论是,

**定理 1.1**　假设 $u_0(x)$ 和 $f(s)$ 满足(H1) ~ (H4), 则当 $u_0(x)$ 充分大时(1)的解在有限时刻爆破.

**定理 1.2**　在定理 1 的假设条件下, (1)的爆破点集为整个区域.

定理 1.1 表明在 $s$ 很大时如果 $f(s)/s$ 是超线性的(例如 $f(s)/s\sim\varepsilon(\ln s)^p$, 其中 $\varepsilon>0$, $p>1$), 则(1)对一定的初值具有有限时刻爆破解.

## 2　局部存在性

因为在边界上 $u=0$, (1)中方程不是严格的抛物型, 古典的抛物型理论不能够直接证明(1)的解的局部存在性. 我们将采用标准的正则化方法来克服上述困难(见[9]).

首先, 我们给出一个极值原理(见[8, 引理 2.1]).

**引理 2.1**　假设 $w(x,t)\in C^{2,1}(Q_T)\cap C(\overline{Q_T})$ 且满足,

$$w_t-d(x,t)\Delta w\geqslant c_1(x,t)w+c_3(x,t)\int_\Omega c_2(x,t)w(x,t)\,\mathrm{d}x\qquad((x,t)\in Q_T),$$
$$w(x,t)\geqslant 0\qquad((x,t)\in S_T),$$
$$w(x,0)\geqslant 0\qquad(x\in\Omega),$$

其中 $c_1(x,t)$, $c_2(x,t)$, $c_3(x,t)$ 均为 $Q_T$ 上的有界函数, 且 $c_2(x,t)\geqslant 0$, $c_3(x,t)\geqslant 0$, 以及 $d(x,t)>0$, 那么在 $\overline{Q_T}$ 上 $w\geqslant 0$.

为了证明(1)的解的存在性, 我们考虑如下正则化问题

$$\begin{cases} u_{\varepsilon t} = (u_\varepsilon)^r\left(\Delta u_\varepsilon + \int_\Omega f(u_\varepsilon)\mathrm{d}x\right) & (x \in \Omega, t > 0), \\ u_\varepsilon(x,t) = \varepsilon & (x \in \partial\Omega, t \geqslant 0), \\ u_\varepsilon(x,0) = u_0 + \varepsilon & (x \in \Omega), \end{cases} \tag{3}$$

其中 $0 < \varepsilon \leqslant 1$•

下述引理给出了问题(3)古典解的存在唯一性•

**引理 2.2** 假设(H1)和(H3)成立• 则存在定义在 $\Omega \times [0, T_\varepsilon^*)$ 上的最大存在时间函数 $u_\varepsilon(x,t) \geqslant \varepsilon$, 其中 $T_\varepsilon^* \in (0, \infty]$• 且对所有的 $0 < \tau < T < T_\varepsilon^*$, 某个 $\alpha \in (0,1)$, $u_\varepsilon \in C(\overline{Q_T}) \cap C^{2+\alpha}(\overline{Q_{\tau,T}})$, 为问题(3)唯一的古典解•

该引理证明类似于[7]中定理A.4的证明, 略•

利用引理2.1, 对问题(3), 我们给出一个比较定理•

**引理 2.3** 假设 $u_\varepsilon(x,t) \in C^{2,1}(Q_T) \cap C(\overline{Q_T})$ 为问题(3)的古典解, 非负函数 $w(x,t) \in C^{2,1}(Q_T) \cap C(\overline{Q_T})$, 且满足

$$\begin{aligned} & w_t \geqslant (\leqslant) w^r\left(\Delta w + \int_\Omega f(w)\mathrm{d}x\right) && ((x,t) \in Q_T), \\ & w(x,t) \geqslant (\leqslant) \varepsilon && ((x,t) \in S_T), \\ & w(x,0) \geqslant (\leqslant) u_0(x) + \varepsilon && (x \in \Omega), \end{aligned}$$

那么, 在 $\overline{Q_T}$ 上 $w(x,t) \geqslant (\leqslant) u_\varepsilon(x,t)$•

利用引理2.3, 推得 $u_\varepsilon$ 关于 $\varepsilon$ 具有如下单调性质,

**引理 2.4** 假设(H1), (H3)成立• 设 $1 \geqslant \varepsilon_1 \geqslant \varepsilon_2 > 0$, $u_{\varepsilon_1}$ 和 $u_{\varepsilon_2}$ 为(3)对应于 $\varepsilon_1$ 和 $\varepsilon_2$ 的古典解, 那么在 $(0, T_{\varepsilon_1}^*)$ 上 $u_{\varepsilon_1} \geqslant u_{\varepsilon_2}$ 且 $T_{\varepsilon_1}^* \leqslant T_{\varepsilon_2}^*$•

由引理2.4知 $u_\varepsilon$ 关于 $\varepsilon$ 单调, 且下有界, 故极限

$$T^* \equiv \lim_{\varepsilon \to 0} T_\varepsilon^*$$

和

$$u(x,t) \equiv \lim_{\varepsilon \to 0} u_\varepsilon(x,t) \tag{4}$$

存在, 且对任意的 $(x,t) \in \overline{Q_T}$, $T < T^*$ 极限(4)逐点收敛•

要证明由(4)定义的 $u(x,t)$ 为问题(1)的古典解, 我们还需要如下引理, 该引理给出 $u_\varepsilon$ 一个一致下界,

**引理 2.5** 假设(H1), (H3)成立• 令函数 $\phi(x,t) = k\mathrm{e}^{-\rho t}\varphi(x)$, 其中 $k$ 充分小使得 $k\varphi(x) \leqslant u_0(x)$, 且 $\rho = \lambda_1(k+1)^r$, 那么对任意的 $0 < \varepsilon \leqslant 1$, (3)在 $(0, T_\varepsilon^*)$ 上的解成立 $u_\varepsilon \geqslant \phi(x,t)$•

将 $\phi(x,t) + \varepsilon$ 代入(3), 由引理2.3易得结论, 证明略•

于是, 由标准的讨论方法(见[9, 10]), 推出 $u_\varepsilon$ 及其二阶导数在 $\Omega$ 的紧子集上一致收敛到 $u$ 及其二阶导数, 且 $u$ 在边界和 $t = 0$ 处连续• 即 $u$ 为(1)在 $\Omega \times [0, T^*)$ 上的解•

解的唯一性可由标准的方法证得(见[11])•

综上, 我们有如下定理,

**定理 2.1** 假设(H1)和(H3)成立• 则(1)具有唯一的古典解 $u \in C^{2,1}(\Omega \times (0, T^*)) \cap C(\Omega \times [0, T^*))$• 如果 $T^* < \infty$ 则 $\limsup\limits_{t \to T^*} \max\limits_{x \in \Omega} u(x,t) = \infty$•

## 3　主要结论的证明

由引理2.1和标准的上下解方法[12]可证得

引理3.1　假设(H1)~(H3)成立, $u_\varepsilon(x,t)$ 为(3)在 $\Omega\times[0,T_\varepsilon^*)$ 上的解. 则在 $\Omega\times(0,T_\varepsilon^*)$ 上 $u_{\varepsilon t}\geqslant 0$.

结合定理2.1得到如下结论.

引理3.2　假设(H1)~(H3)成立, 则(1)的解 $u_\varepsilon(x,t)$ 在 $\Omega\times[0,T^*)$ 的任一紧子集内满足 $u_t\geqslant 0$.

定理1.1的证明

令 $H(t)=\int_\Omega u^{1-r}\varphi\mathrm{d}x$, 于是

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-r}H'(t)=&\int_\Omega \Delta u\varphi\mathrm{d}x+\int_\Omega f(u)\mathrm{d}x\int_\Omega\varphi\mathrm{d}x=\\&-\lambda_1\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x+\int_\Omega f(u)\mathrm{d}x\geqslant\\&-\lambda_1\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x+\frac{1}{C}f\left(\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x\right),\end{aligned}\tag{5}$$

其中 $C=\max\limits_{x\in\Omega}\{\varphi(x)\}$ 且用到Jensen不等式. 由(2)可推得, 对某个 $A>2C\lambda_1$, 存在 $s_0>0$ 使得对任意的 $s\geqslant s_0$ 成立 $f(s)\geqslant As$. 如果 $u_0$ 充分大, 满足 $\int_\Omega u_0\varphi\mathrm{d}x\geqslant s_0$, 则由 $u_t\geqslant 0$ 推出 $\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x\geqslant s_0$. 于是, 由(5), 推出

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-r}H'(t)\geqslant&\left(\frac{A}{2C}-\lambda_1\right)\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x+\frac{1}{2C}f\left(\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x\right)\geqslant\\&\frac{1}{2C}f\left(\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x\right),\end{aligned}$$

即

$$H'(t)\geqslant\frac{1-r}{2C}f\left(\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x\right).\tag{6}$$

在(6)中令 $v=u^{1-r}$, 得

$$\int_\Omega v_t(x,t)\varphi\mathrm{d}x\geqslant\frac{1-r}{2C}f\left(\int_\Omega v^{1/(1-r)}\varphi\mathrm{d}x\right),$$

又若 $u_0$ 充分大满足 $\int_\Omega u_0^{1-r}\varphi\mathrm{d}x>1$, 由 $1/(1-r)>1$, 利用Jensen不等式推出

$$\int_\Omega u\varphi\mathrm{d}x=\int_\Omega v^{1/(1-r)}\varphi\mathrm{d}x\geqslant\left(\int_\Omega v\varphi\mathrm{d}x\right)^{1/(1-r)}\geqslant\int_\Omega v\varphi\mathrm{d}x.$$

结合(6), 推得

$$H'(t)\geqslant\frac{1-r}{2C}f(H(t)).\tag{7}$$

对(7)从0到 $T$ 积分得

$$\int_{H(0)}^{H(T)}\frac{\mathrm{d}s}{f(s)}\geqslant\frac{1-r}{2C}T.$$

即

$$T\leqslant\frac{2C}{1-r}\int_{H(0)}^{\infty}\frac{\mathrm{d}s}{f(s)}<\infty,\tag{8}$$

这表明 $u$ 在有限时刻发生爆破• □

在下面的讨论中记

$$g(t) = \int_\Omega f(u)\mathrm{d}x,\quad G(t) = \int_0^t g(s)\mathrm{d}s,$$

且用 $C_0, C_1, C'$, …代表各种不同的正常数• 另外, 我们假设(1) 的解 $u(x, t)$ 在有限时刻 $T^* < \infty$ 爆破• 整体爆破结论可由如下定理推出•

定理 3. 1 假设 $u_0(x)$ 和 $f(s)$ 满足(H1) ~ (H4), 则

$$\lim_{t\to T^*}\frac{u^{1-r}(x,t)/(1-r)}{G(t)} = \lim_{t\to T^*}\frac{|u(\cdot,t)|_\infty^{1-r}/(1-r)}{G(t)} = 1, \tag{9}$$

在 $\Omega$ 的任意紧子集上一致收敛•

在证明定理 3. 1 之前, 我们先给出一些预备引理•

引理 3. 3 在定理 1. 1 的假设条件下, $u_\varepsilon(x, t)$ 为(3) 在 $\Omega\times[0, T_\varepsilon^*)$ 上的解• 则在 $\Omega\times[T_\varepsilon^*/2, T_\varepsilon^*)$ 上 $\Delta u_\varepsilon \leqslant C'$•

该引理的证明类似于[6, 引理 4. 1], 略•

结合定理 2. 1 推出•

引理 3. 4 在定理 1. 1 的假设条件下, $u(x, t)$ 为(1) 在 $\Omega\times[0, T^*)$ 上的解• 则存在 $C_0 > 0$ 和 $T_0 \in (0, T^*)$ 使得在 $\Omega\times[T_0, T^*)$ 的任意紧子集上 $\Delta u \leqslant C_0$•

引理 3. 5 在定理 1. 1 的假设条件下, 当 $t\to T^*$ 时 $G(t)\to\infty$•

证明 由( 1) 中方程得

$$u^{-r}u_t = \Delta u + g(t)\text{•} \tag{10}$$

在 $T_0$ 到 $t\in(T_0, T^*)$ 上对(10) 积分得

$$u^{1-r}(x,t)/(1-r) \leqslant u^{1-r}(x,T_0)/(1-r) + \int_{T_0}^t \Delta u(x,s)\mathrm{d}s + G(t)\text{•}$$

于是由引理3. 4, 对所有的 $x\in\Omega$, $T_0 < t < T^*$, 有

$$u^{1-r}(x,t)/(1-r) \leqslant G(t) + C_1, \tag{11}$$

其中 $C_1 = \sup\limits_\Omega u^{1-r}(x,T_0)/(1-r) + C_0T^*$ 有界, 结论得证• □

定理 3. 1 的证明

令

$$z(x,t) = G(t) - \frac{1}{1-r}u^{1-r}(x,t)$$

和

$$\beta(t) = \int_\Omega z(y,t)\varphi(y)\mathrm{d}y\text{•}$$

由格林公式得

$$\begin{aligned}\beta'(t) &= \int_\Omega (g(t) - u^{-r}u_t)\varphi(y)\mathrm{d}y = -\int_\Omega \Delta u(y,t)\varphi(y)\mathrm{d}y = \\ &\lambda_1\int_\Omega u(y,t)\varphi(y)\mathrm{d}y\text{•}\end{aligned} \tag{12}$$

在 0 到 $t$ 上对( 12) 积分得

$$\beta(t) \leqslant C_2\Big(1 + \lambda_1\int_0^t\int_\Omega u(y,s)\varphi(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}s\Big), \tag{13}$$

由(11)有

$$\inf_{\Omega} z(x,t) \geqslant -C_1 \quad (\text{对任意 } t \in (T_0, T^*))\text{.} \tag{14}$$

记 $\Phi(t) = \lambda_1 \int_0^t \int_\Omega u(y,s)\varphi(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}s$. 利用(13)和(14)推出

$$\int_\Omega |z(y,t)|\varphi(y)\mathrm{d}y \leqslant C_3(1+\Phi(t)) \quad (\text{对任意 } t \in (T_0, T^*))\text{.} \tag{15}$$

令 $K_\rho = \left\{y \in \Omega; \mathrm{dist}(y, \partial\Omega) \geqslant \rho\right\}$. 我们有 $-\Delta z \leqslant C_4\rho^{-r}$. 事实上, 利用 $\inf_{K_\rho}\varphi \geqslant C_5\rho$ 和在 $K_\rho$ 上 $u_0 \geqslant C(K_\rho)\varphi$, 可得 $u_0 \geqslant C_6\rho$. 又由 $u_t \geqslant 0$ 有 $u \geqslant C_6\rho$. 于是,

$$-\Delta z = -ru^{-r-1}|\nabla u|^2 + u^{-r}\Delta u \leqslant C_4\rho^{-r},$$

其中 $C_4 = C_6^{-r}C_0$. 从而利用[6, p.387]引理 4.5, 得到

$$\sup_{x\in K_\rho} z(x,t) \leqslant \frac{C_7}{\rho^{N+1+r}}(1+\Phi(t)) \quad (\text{对任意 } t \in (T_0, T^*))\text{.}$$

结合(11), 推出对任意 $x \in K_\rho$ 和 $t \in (T_0, T^*)$, 有

$$-\frac{C_1}{G(t)} \leqslant 1 - \frac{1/(1-r)u^{1-r}}{G(t)} \leqslant \frac{C_7}{\rho^{N+1+r}}\frac{(1+\Phi(t))}{G(t)}\text{.} \tag{16}$$

由 $f$ 的凸性和单调不减性假设可得

$$f\left(\frac{1}{t}\int_0^t\int_\Omega u(y,s)\varphi(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}s\right) \leqslant \frac{1}{t}\int_0^t\int_\Omega f(u(y,s))\varphi(y)\mathrm{d}y\mathrm{d}s \leqslant \frac{C}{t}G(t),$$

其中 $C = \max_{x\in\Omega}\left\{\varphi(x)\right\}$. 于是 $\Phi(t) \leqslant t\lambda_1 f^{-1}(CG(t)/t)$, 从而推出, 当 $G(t) \to \infty$(即 $t \to T^*$)时,

$$\frac{\Phi(t)}{G(t)} \leqslant C\lambda_1 \frac{f^{-1}(CG(t)/t)}{CG(t)/t} \to 0\text{.}$$

事实上, 由(H3)和(H4), 易知 $f^{-1}(s)$ 单调不减且 $\lim_{s\to\infty} f^{-1}(s) = \infty$ 于是

$$\lim_{s\to\infty}\frac{f^{-1}(s)}{s} = \lim_{y\to\infty}\frac{y}{f(y)} = 0\text{.}$$

从而我们证得当 $t \to T^*$ 时 $(1+\Phi(t))/G(t) \to 0$. 综上, 由(16)推出(9)成立. □

定理 3.1 表明(1)的爆破解的渐近性态由平衡 $u^{-r}u_t$ 和非局部源产生, 且呈现出一个扁平的爆破轮廓. 该结论对半线性抛物型方程, 在[6]中已得到论证.

定理 1.2 可由定理 3.1 和引理 3.5 直接推出.

## [参 考 文 献]


[1] Cantrell R S, Cosner C. Diffusive logistic equations with indefinite weights: population models in disrupted environments Ⅱ[J]. SIAM J Math Anal, 1991, **22**(4): 1043—1064.

[2] Diaz J I, Kersner R. On a nonlinear degenerate parabolic equation in infiltration or evaporation through a porous medium[J]. J Differential Equations, 1987, **69**(3): 368—403.

[3] Anderson J R, Deng K. Global existence for degenerate parabolic equations with a non_local forcing [J]. Math Mech Appl Sci, 1997, **20**(13): 1069—1087.

[4] Furter J, Grinfeld M. Local vs. non_local interactions in population dynamics[J]. J Math Biology, 1989, **27**(1): 65—80.

[5] Chadam J M, Peirce A, Yin H M. The blow_up property of solutions to some diffusion equations with localized nonlinear reactions[J]. J Math Anal Appl, 1992, **169**(2): 313—328.

[6] Souplet Ph. Uniform blow_up profiles and boundary behavior for diffusion equations with nonlocal nonlinear source[J]. J Differential Equations, 1999, **153**(2): 374—406.

[7] Souplet Ph. Blow up in nonlocal reaction_diffuson equations[J]. SIAM J Math Anal, 1998, **29**(6): 1301—1334.

[8] WANG Ming_xin, WANG Yuan_ming. Properties of positive solutions for non_local reaction_diffusion problems[J]. Math Mech Appl Sci, 1996, **19**(4): 1141—1156.

[9] WANG Shu, WANG Ming_xin, XIE Chun_hong. Nonlinear degenerate diffusion equation not in divergence form[J]. Z Angew Math Phys, 2000, **51**(1): 149—159.

[10] Friedman A, McLeod B. Blow_up of solutions of nonlinear degenerate parabolic equations[J]. Arch Rational Mech Anal, 1987, **96**(1): 55—80.

[11] Anderson J R. Local existence and uniqueness of solutions of degenerate parabolic equations[J]. Commun Partial Differential Equations, 1991, **16**(1): 105—143.

[12] Pao C V. Nonlinear Parabolic and Elliptic Equations[M]. New York: Plenum Press, 1992.

# The Blowup Properties for a Class of Nonlinear Degenerate Diffusion Equation With Nonlocal Source

DENG Wei_bing, LIU Qi_lin, XIE Chun_hong

(Department of Mathematics, Nanjing University, Nanjing 210093, P.R. China)

**Abstract:** A nonlinear degenerate parabolic equation with nonlocal source was considered. It is shown that under certain assumptions the solution of the equation blows up in finite time and the set of blow_up points is the whole region. The integral method is used to investigate the blowup properties of the solution.

**Key words:** degenerate equation; nonlocal source; blow up in finite time; global blowup