

# 用子波谱分析壁湍流多尺度结构的能量传递\*

夏振炎, 田 砚, 姜 楠

(天津大学 机械工程学院 力学系; 天津市现代工程力学重点实验室, 天津 300072)

(刘宇陆推荐)

摘要: 测量了壁湍流不同法向位置的流向速度. 用子波变换研究湍流能谱, 表明子波全局谱是 Fourier 谱按子波尺度加权平均的结果, 高阶消失矩的子波变换能够表征湍谱的衰减特性; 子波局部谱显示边界层内涡的变形、破碎等现象与边界层法向位置有关, 含能涡结构呈多尺度分布, 随着测点远离壁面, 含能涡的尺度增大; 在缓冲区出现更高频的小尺度含能涡, 在外区能量集中在低频大尺度涡结构中, 含能涡的频带变窄.

关键词: 壁湍流; 子波谱; 湍动能; 含能涡; 猝发

中图分类号: O357 文献标识码: A

## 引 言

对于充分发展的均匀各向同性湍流, 在惯性子区的湍谱中存在  $-5/3$  斜率, 该区域的湍流结构具有多尺度自相似级串特性<sup>[1]</sup>, 能量由大尺度传递给下一级尺度, 而耗散区的能谱衰减更快. 一直以来经常采用 Fourier 谱来表示湍流能谱, 但是 Fourier 能谱在高频区往往存在剧烈的波动, 难以清楚地表示边界层各尺度能谱的变化规律<sup>[2]</sup>. 近年来的实验表明, 湍动能的传输也存在反向能量级串, 即小涡将能量反馈给大涡; 近壁区条带结构的生成与强剪切作用有关<sup>[3]</sup>, 在近壁区平均剪切作用导致发夹涡的产生<sup>[4-5]</sup>. 壁湍流中蕴含着复杂的多尺度涡结构, 并随时空不断变化. 而 Fourier 谱只能表达整个频域的能量分布情况, 反映不了每个频率的结构随时间发展演化的过程, 更无法揭示多尺度涡结构的非线性变化过程<sup>[2]</sup>. 这就需要一种既能保持频域不变性, 又要具有足够的时间分辨率的数学工具.

Lumley 建议用波长为  $2\pi/k$  的一个涡的能谱曲线表示波数  $k$  上的一个湍涡的能量<sup>[6]</sup>, 它在物理空间对应的相关函数是衰减的有限尺度的“子波”. 子波变换具有自适应的时、频域双局部化分析能力, 能聚焦到信号时频空间的任意细节, 在分析低频信号时, 它的时窗宽而频窗窄,

\* 收稿日期: 2008-09-25; 修订日期: 2009-02-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10832001; 10872145); 教育部高等学校新世纪优秀人才计划项目

作者简介: 夏振炎(1969—), 男, 河北辛集人, 副教授, 博士(Tel: + 86-22-27403574; E-mail: xia zhy@ hot-mail. com);

姜楠, 教授(联系人. Tel: + 86-22-27403574; Fax: + 86-22-27403347; E-mail: nanj@tju. edu. cn).

对于高频信号正好相反. 不同于 Fourier 变换, 子波变换通过在 Fourier 变换空间中衰减很快的母函数实现对信号的局部化分析, 将母函数伸缩和平移能够对信号在尺度空间和时域空间进行二维分析. 由于子波变换保持了 Fourier 变换所具有的能量守恒规律(即 Parseval 恒等式), 所以在全局谱分析上与 Fourier 谱是等效的, 但是子波谱的谱线更光滑, 克服了 Fourier 谱在高频区波动剧烈的缺点, 便于分析比较湍流中能谱的变化规律. 子波谱的时域分析能力可以将全局谱分解成局部谱来表达能谱的时间演化过程, 所以子波变换不仅可以完全代替 Fourier 变换, 而且能够作为进一步研究湍流内在机理的有力工具<sup>[7]</sup>.

## 1 子波变换和子波谱

子波变换是新近发展起来的一种数学方法, 通过信号与子波进行卷积将信号在时域与频域同时分解开来, 它是一种时频双局部化方法, 在物理上用于湍流分析同湍流结构的概念十分吻合<sup>[7-10]</sup>.

一维信号  $u(t)$  的子波变换定义为

$$W_u(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \overline{\phi_{ab}(t)} dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \overline{\phi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \quad (1)$$

子波函数族  $\phi_{ab}$  是由子波的母函数  $\phi(t)$  经过平移(参数  $b$ ) 和伸缩(参数  $a$ ) 变换而来. 为了保证  $\hat{\phi}(\omega)$  在频域上有更好的局域性能, 要求  $\phi(t)$  具有高的消失矩, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^k \phi(t) dt = 0, \quad k = 0, 1, \dots, p-1, \quad p \geq 1. \quad (2)$$

如果子波满足(2)式, 被称为具有  $p$  阶消失矩. 消失矩在信号的压缩、去噪、奇异性检测、图像边缘检测等方面具有重要作用<sup>[11]</sup>, 消失矩越高, 子波变换越能充分反映信号的细节(高频)变化, 对能谱高频部分的特征描述越越准确. 如果子波具有  $p$  阶消失矩, 则子波变换相当于一个  $p$  阶多尺度微分算子<sup>[11]</sup>, 那么子波可以写成一个函数的  $p$  阶导数

$$\phi(t) = (-1)^n \frac{d^n \theta(t)}{dt^n}. \quad (3)$$

根据(2)式以及 Fourier 变换的频域求导特性, 得出如下公式:

$$\hat{\phi}(\omega) = (-i\omega)^p \hat{\theta}(\omega), \quad (4)$$

其中  $\hat{\theta}(0) \neq 0$ .

子波变换也遵守 Parseval 能量守恒方程, 即

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt = \frac{1}{2C_\phi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} |W_u(a, b)|^2 \frac{db}{a} da = \int_0^\infty \frac{E_w(a)}{a^2} da, \quad (5)$$

其中

$$E_w(a) = \frac{1}{2C_\phi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_u(a, b)|^2 db. \quad (6)$$

在湍谱分析中, 通常采用 Fourier 变换来处理脉动速度信号, 以表达单位频率  $d\omega$  上的能量密度  $E_f(\omega)$  的变化规律. 假设  $u(t)$  是湍流流向脉动速度信号, 根据 Parseval 恒等式, 湍流脉动动能为下方程:

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2 dt = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{u}(\omega)|^2 d\omega = \int_0^\infty E_f(\omega) d\omega, \quad (7)$$

其中

$$E_f(\omega) = \frac{1}{2\pi} |\hat{u}(\omega)|^2, \quad \omega \geq 0. \quad (8)$$

由于子波变换可以写成 Fourier 变换的形式, 因此存在下式:

$$W_u(a, b) = \frac{\sqrt{a}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\omega) \overline{\hat{\psi}(a\omega)} e^{ib\omega} d\omega. \quad (9)$$

结合(8)式可以得到子波全局谱系数与 Fourier 谱的关系

$$\int_{-\infty}^{\infty} |W_u(a, b)|^2 db = a \int_{-\infty}^{\infty} E_f(\omega) |\hat{\psi}(a\omega)|^2 d\omega. \quad (10)$$

由(6)式和(10)式, 进一步可以证明, 子波全局谱是 Fourier 能谱按照子波尺度平均的结果, 其关系如下:

$$E_w(a) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{\infty} E_f\left(\frac{\omega}{a}\right) |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega = \frac{a}{C_\psi} \int_0^{\infty} E_f(\omega) |\hat{\psi}(a\omega)|^2 d\omega. \quad (11)$$

子波谱不仅与 Fourier 谱具有等效性, 而且可以检测能谱衰减方面的特性. 假设湍谱中存在如下式的衰减规律:

$$E_f(\omega) = \omega^{-\alpha}, \quad \omega > \omega_c > 0. \quad (12)$$

再由(4)式、(11)式得到

$$E_w(a) = \frac{a^{2p+1}}{C_\psi} \int_0^{\omega_c} E_f(\omega) \omega^{2p} |\hat{\theta}(a\omega)|^2 d\omega + \frac{a^{2p+1}}{C_\psi} \int_{\omega_c}^{\infty} \omega^{2p-\alpha} |\hat{\theta}(a\omega)|^2 d\omega. \quad (13)$$

当  $a \rightarrow 0$ , 若  $2p+1 > \alpha$ , (13)式中的第2式可以写成

$$\frac{a^{2p+1}}{C_\psi} \int_{\omega_c}^{\infty} \omega^{2p-\alpha} |\hat{\theta}(a\omega)|^2 d\omega = \frac{a^\alpha}{C_\psi} \int_{a\omega_c}^{\infty} k^{2p-\alpha} |\hat{\theta}(k)|^2 dk. \quad (14)$$

由于上式中的积分为非零有限值, (13)式的第1项与第2项相比是高阶无穷小, 因此,

$$E_w(a) \sim a^\alpha, \quad \text{当 } a \rightarrow 0 \text{ 时}. \quad (15)$$

(15)式表明小尺度下的子波谱与 Fourier 谱具有同样的标度行为, 由于子波尺度与频率呈反比例对应关系, 所以子波谱同样能刻画高频能谱的指数衰减特性. 该结论与文献[12]一致.

若  $2p+1 < \alpha$  时, 由 Lebesgue 积分理论得出

$$E_w(a) = \frac{a^{2p+1}}{C_\psi} \left[ \int_0^{\omega_c} E_f(\omega) \omega^{2p} |\hat{\theta}(a\omega)|^2 d\omega + \int_{\omega_c}^{\infty} \omega^{2p-\alpha} |\hat{\theta}(a\omega)|^2 d\omega \right], \quad (16)$$

因此, 当  $a \rightarrow 0$  时,  $E_w(a) \sim a^{2p+1}$ , 谱的衰减与信号无关. 若  $\alpha = 2p+1$  时, 当  $a \rightarrow 0$  时,  $E_w(a) \sim a^\alpha \ln a$ .

由(15)式知道, 只要子波消失矩满足条件  $p > (\alpha - 1)/2$ , 就能保证全局谱在小尺度下的谱线斜率与 Fourier 谱一致. 子波谱最小具有一阶消失矩, 即  $p \geq 1$ , 因此可以检测  $\alpha < 3$  的 Fourier 谱. 所以谱线衰减越快即斜率越大, 要求子波消失矩越大. 如果子波具有二阶消失矩, 那么可检测到的能谱斜率要小于 5.

既然子波谱代表湍流的能量, 并且蕴含着尺度和时间的变化, 所以由(6)式可以定义随尺度和时间变化的子波局部谱密度(见(17)式)来反映湍流含能涡结构的时间演化过程.

$$E_w(a, b) = \frac{1}{2C_\psi} |W_u(a, b)|^2, \quad (17)$$

全局谱密度可由局部谱密度积分得到, 即

$$E_w(a) = \int_{-\infty}^{\infty} E_w(a, b) db. \quad (18)$$

## 2 实验装置和测量方法

实验所用风洞为开口式低湍流度风洞, 矩形截面高 0.45 m, 宽 0.35 m, 长 4.5 m. 测量用

的平板采用不锈钢材料,长 2 m,水平固定在实验段内,前缘为楔形,以降低边界对流场的影响.在平板的前端铺有细砂纸以加速边界层的转捩.热线探针被固定在距平板前缘约 1.5 m 处,可沿纵向测量不同高度的流向速度.采用四通道 IFA300 恒温热线风速仪测量风速,其中 12 位 A/D 采集卡采样率可达 1 MHz,内置高增益信号放大器,信噪比可达 72 dB.经过对流场积分尺度和耗散尺度的估计,确定采样率为 40 kHz,低通滤波截止频率等于 20 kHz,采样长度为 524 288.流场的 Reynolds 数为  $1.2 \times 10^5$ .

### 3 壁湍流的子波谱分析

对壁湍流内的流向脉动速度信号进行 Fourier 谱分析和离散子波谱分析,如图 1 所示.采用具有 1、2 和 20 阶消失矩的 Db 系列子波进行离散子波变换<sup>[13]</sup>,其正交特性使得子波系数的冗余度小.在  $y^+ = 368$ (如图 1),当频率  $f$  小于 1 kHz 时,Fourier 谱和子波谱非常接近,由于实验中惯性子区发生的频率落在 1 kHz 以内,所以上子波都能较准确地刻画能谱曲线的  $-5/3$  斜率;随着频率  $f$  位于 1 kHz 以上的高频区时,Fourier 谱线衰减较快,但波动加剧;子波谱由于消失矩不同而表现出各自的衰减特性:消失矩小的子波谱衰减得慢,消失矩等于 20 的 Db20 子波谱更接近 Fourier 谱,而且由于子波谱已经按尺度对应的频段对湍能做了平均,消除了 Fourier 谱线在高频区的毛刺,使结果更准确.

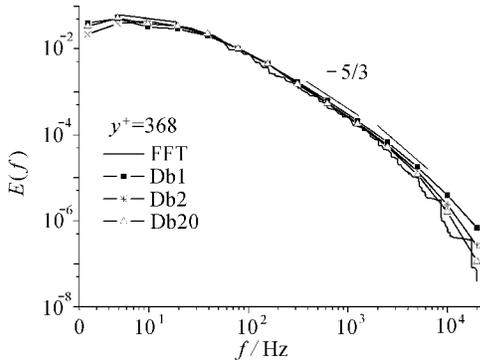


图 1 Fourier 谱和 Db 系列离散子波谱

上述的子波谱是全局谱,反映的是整个流场总能量在频域或尺度上的分布规律,而湍流场内广泛存在着随时间不断演化、不断相互作用的多尺度湍流结构.子波局部谱从时间-频率(尺度)两个方面对湍流场能谱同时进行二维分解,从而将某局部瞬时的多尺度湍流结构的能量沿频率轴(尺度轴)的分布规律展现出来,将这些瞬时流向图像串连起来能够揭示湍流各尺度结构的发展演化规律.

由于连续子波尺度和频率存在线性对应关系,即  $f = k f_s / a$ ,  $f_s$  为采样率,  $k$  与选用的子波母函数有关<sup>[14]</sup>,因此连续子波变换在尺度分辨率上与 Fourier 变换在频域上的分辨率一样.

图 2(a)~(c) 显示的是用 Db20 子波对不同边界层位置流向脉动速度信号进行局部谱分析的结果.其中下方为对应时间的脉动速度信号;上方图形为时间-频率(尺度)平面表示的子波局部谱,横轴为时间轴,纵轴是由子波尺度转换而来的对应频率轴.图 2(a) 显示在靠近粘性底层的位置,其最大含能涡集中出现在  $t = 100 \sim 140$  ms 之间的 20~60 Hz 的尺度上,在小于 20 Hz 的低频尺度上几乎不存在高的含能涡.对比下方的脉动速度波形,在该时间内信号连续出现了强烈的波动,说明以 20~60 Hz 为核心的含能涡周期性地穿过  $y^+ = 8$  的测量位置.

图 2(b) 显示在缓冲区中,最大含能涡出现在 20~60 Hz 的尺度上,强度较  $y^+ = 8$  的情况大,并且从  $t = 25$  ms 开始向高频扩展,在接近  $t = 75$  ms 时含能涡破碎为多尺度结构,它包括小于 20 Hz 的大尺度含能涡,以 25 Hz 为核心的涡结构和远高于 40 Hz 的小尺度涡.从  $t = 100$  ms 以后又经历了类似的变形、破碎过程,只是发生频率更高.对比下方的脉动速度波形,在  $t = 60$  ms 时脉动速度出现强脉冲,正好对应子波局部谱中相应时刻发生的最大含能涡.

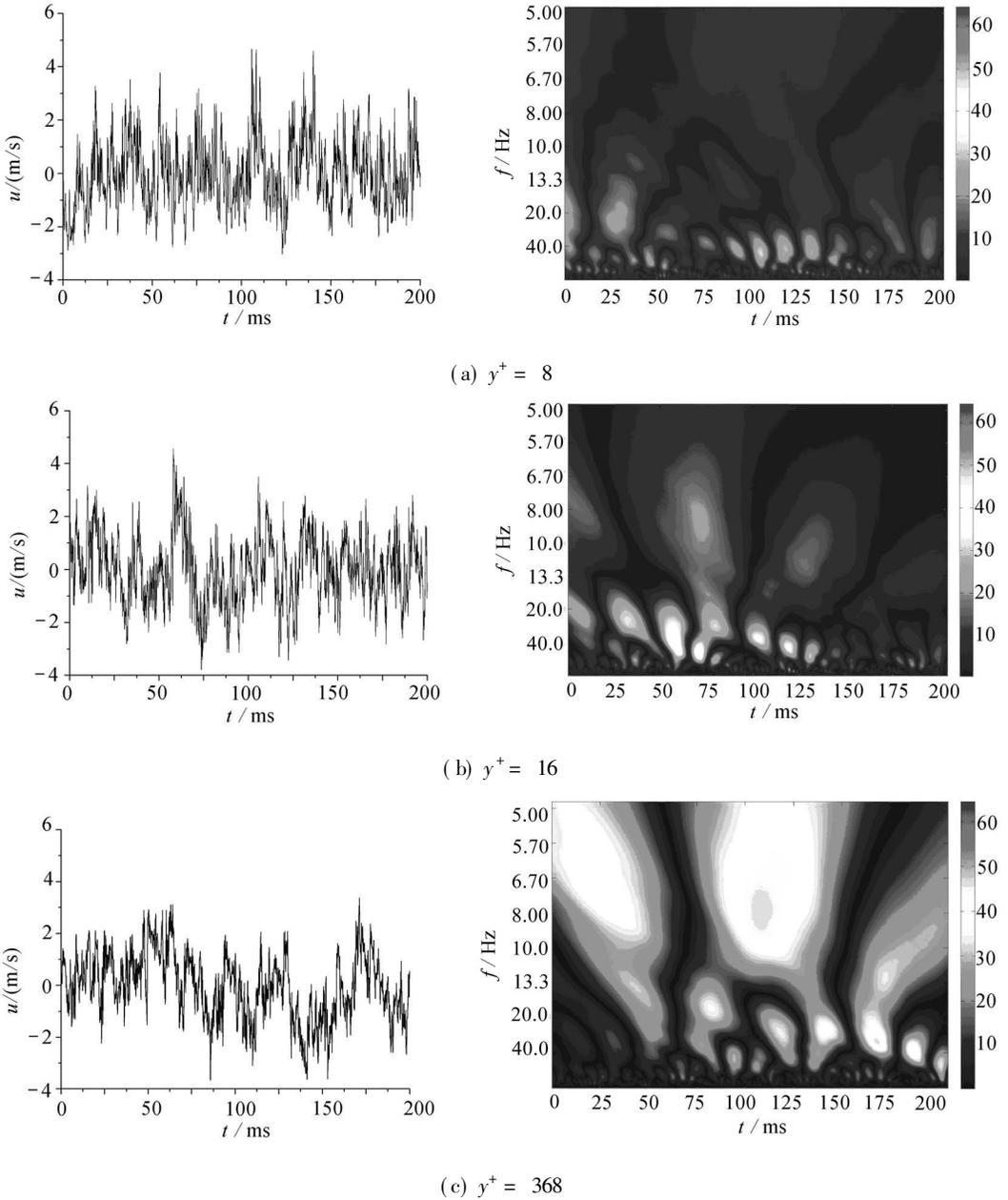


图2 边界层子波局部谱和脉动速度

如图 2(c) 所示, 在外区, 很明显最大含能涡的发生频率约为 8 Hz 左右, 含有较高能量的低频大尺度涡广泛地分布于时间-频率(尺度)二维平面上, 包含从 60 Hz 延续到 5 Hz 的多尺度涡结构. 在  $t < 75$  ms 的时间内存在 5~20 Hz 的大涡结构, 其中 10~20 Hz 的部分涡结构有从该多尺度涡中分离的趋势. 在  $t = 75 \sim 150$  ms 时间内持续有 5~10 Hz 的大涡结构, 同时夹带有 13~60 Hz 之间稍小的涡结构. 对比下方的脉动速度波形, 从  $t = 75$  ms 起信号中出现了周期更长的强烈波动, 并附着有短促的小幅脉动. 因此上述的子波局部谱说明大尺度涡结构夹带着更小尺度的涡结构一起生成、变形、破碎.

对子波局部谱沿时间轴进行累加可以得到短时子波谱, 如图 3. 当  $f < 20$  Hz 时, 随着测点

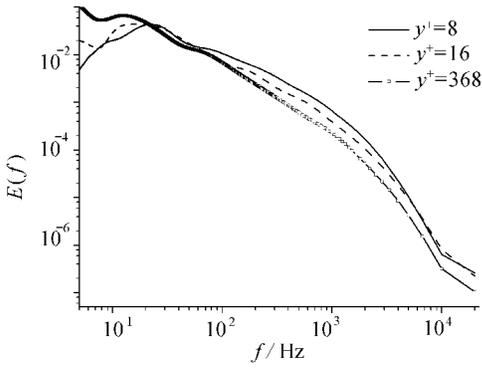


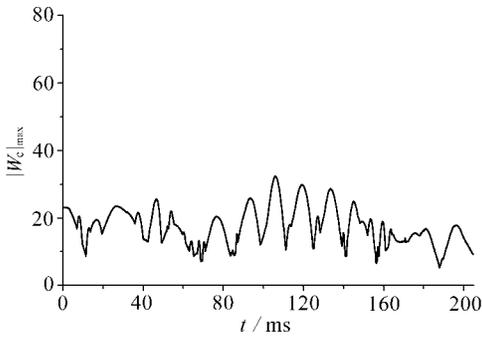
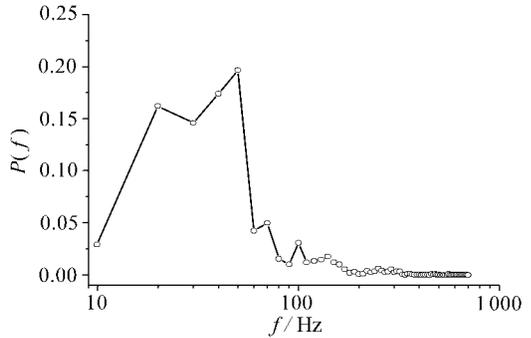
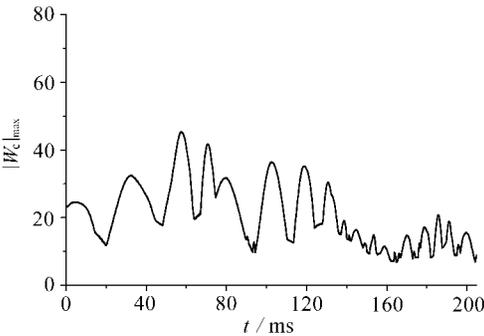
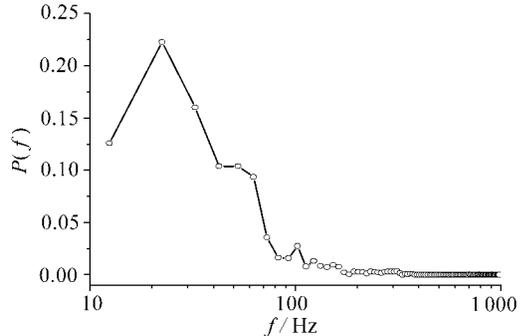
图3 边界层短时子波谱

远离边界层能谱曲线逐渐增大,说明能量更集中于低频的大涡结构;对于  $20\text{ Hz} < f < 60\text{ Hz}$ , 整个边界层的能谱曲线都非常接近,这意味着在该频率范围内的涡结构分布在边界层内;对于  $f > 60\text{ Hz}$ , 靠近边界层,能谱曲线逐渐抬升,显示更多较小尺度的涡结构被激发出来。

如图4(a)~(c)所示,子波系数模的最大值同样能够表达子波谱的规律。在粘性底层附近(见图4(a)),最大含能涡结构的周期较短,含能较低。在  $t = 75 \sim 140\text{ ms}$  期间,出现了周期性较强的涡结构,对应图2(a)中  $20 \sim 60\text{ Hz}$  附近的含能

涡结构,这些周期接近  $20\text{ ms}$  的涡结构就是缓慢抬升中的低速条带结构。到了缓冲区(见图4(b)),这些涡结构含能更多,周期性依然明显,但在  $t > 140\text{ ms}$  以后出现了间歇现象,在间歇期间原来的低频周期含能涡完全消失,此时的湍动能变小,有高频的小尺度涡结构出现。这是猝发过程中低速条带结构集中喷射以及高速流体扫掠后流场进入猝发过程的相对平静期。随着测点远离壁面(见图4(c)),最大含能涡的尺度在逐渐增大,持续时间也在增加。

图5(a)~(c)显示沿边界层瞬时最大含能涡发生频率的概率密度曲线。在粘性底层附近(见图5(a)),最大含能涡的发生频率分布在  $10 \sim 700\text{ Hz}$  的较广范围内,表明有多种尺度的涡结构被激发出来;在  $20 \sim 50\text{ Hz}$  间的含能涡出现的概率最高,介于  $15\% \sim 20\%$  之间。在缓冲区

图4(a)  $y^+ = 8$ 图5(a)  $y^+ = 8$ 图4(b)  $y^+ = 16$ 图5(b)  $y^+ = 16$

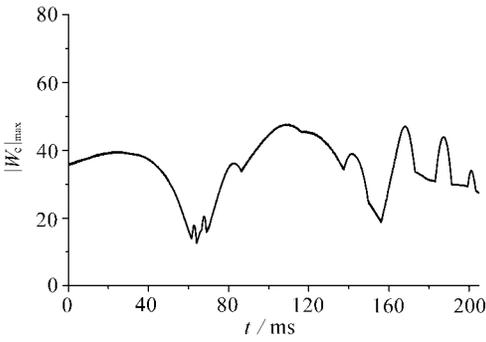


图 4(c)  $y^+ = 368$

图 4 子波系数模的最大值线

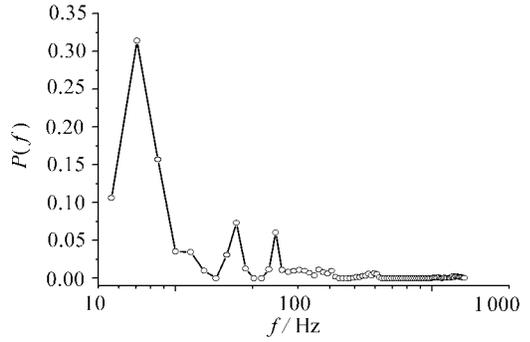


图 5(c)  $y^+ = 368$

图 5 子波系数模最大值发生频率的概率密

度

(见图 5(b)), 20 Hz 以下的涡结构出现得更多, 随着测点远离壁面, 到达缓冲层的流向涡移向低频, 意味着最大含能涡的时间尺度逐渐变大, 集中于更低的频率, 这些涡结构属于非活跃的附着涡, 与 Reynolds 剪应力和大部分的含能涡运动有关<sup>[15]</sup>; 同时最高发生频率延伸到 1 kHz, 说明有更高频的小尺度涡结构生成. 到了外区(见图 5(c)), 最大含能涡的出现以 5~ 60 Hz 之间的低频大尺度涡为主, 在 60~ 120 Hz 的概率近似为 0; 高频小尺度含能涡消失, 湍能集中出现在 10 Hz 以下的含能涡中, 其发生频率最大超过了 30%. 从短时子波谱上看, 对于 20 Hz < f < 60 Hz 的含能涡贯穿于整个边界层中, 当靠近壁面时有更多小尺度涡结构被激发出来.

## 4 结 论

通过测量壁湍流沿法向位置的流向速度, 用子波变换对湍流能谱进行分析, 并与 Fourier 谱比较, 表明子波谱是对 Fourier 谱按子波尺度平均的结果, 采用高阶消失矩的子波变换可以分析衰减快的能谱.

子波局部谱能提供谱空间的时间演化规律, 便于分析湍流边界层中多尺度涡结构的相互作用过程. 结果显示湍动能随时间的演化与边界层位置有关, 含能涡结构呈多尺度分布特征. 在缓冲区, 最大含能涡的频率延伸到 1 kHz, 表明猝发产生了更多湍流, 并激发出更高频的小尺度涡结构; 20 Hz 附近的涡结构增多, 说明含能涡的时间和空间尺度变大, 验证了关于 Townsend 提出的附着涡的特征尺度随着壁面距离增长的观点. 在外区, 能量主要集中在低频大尺度涡结构中, 含能涡呈现明显的多尺度特征.

利用子波局部谱描述的能量时间尺度关系可以提取出各尺度含能涡结构的发生、变形、破碎的运动过程. 在粘性底层附近, 含能涡发生频率范围较广, 处于低速条带结构的形成期. 到了缓冲区, 最大含能涡的频率范围最大, 表明湍流多尺度涡结构的相互作用强烈. 对于外区, 含能涡的持续运动周期变长.

### [参 考 文 献]

- [1] 邱翔, 刘宇陆. 湍流的相干结构[J]. 自然杂志, 2004, 26(4): 187-193.
- [2] 卢志明, 黄永祥, 刘宇陆. 大气湍流的 Hilbert-Huang 变换分析[J]. 水动力学研究与进展, 2006, 21(3): 309-317.
- [3] Lee M J, Kim J, Moin P. Structure of turbulence at high shear rate [J]. J Fluid Mech, 1990, 216: 561-

- 583.
- [4] Rogers M M, Moin P. The structure of the vorticity field in homogeneous turbulent flows [ J ]. *J Fluid Mech*, 1987, **176**: 33-66.
- [5] 欣茨. 湍流[M]. 黄永念, 严大椿 译. 北京: 科学出版社, 1987.
- [6] Tennekes H, Lumley J L. *A First Course in Turbulence* [ M ]. Cambridge, Massachusetts and London, England: The MIT Press, 1973.
- [7] Lin J Z, Shao X M, Ni L M. Wavelet analysis of coherent structures in a three-dimensional mixing layer [ J ]. *Acta Mechanica Sinica*, 2002, **18**(1): 42-52.
- [8] Farge M, Kevlahan N, Perrier V. Wavelets and turbulence[ J ]. *Proceedings of the IEEE*, 1996, **84**(4): 639-669.
- [9] Farge M. Wavelet transform and their applications to turbulence [ J ]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1992, **24**: 395-457.
- [10] 姜楠, 王振东, 舒玮. 用子波变换研究壁湍流 Lipschitz 奇异性指数[ J ]. *应用数学和力学*, 1998, **19**(10): 907-914.
- [11] Mallat S. 信号处理的子波导引[M]. 杨力华, 戴道清, 黄文良 译. 北京: 机械工业出版社, 2002.
- [12] Perrier V, Philipovitch T. Wavelet spectrum compared to Fourier spectrum[ J ]. *J Math Phys*, 1995, **36**(3): 1506-1519.
- [13] Daubechies I. 小波十讲[M]. 李建平, 杨万年 译. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [14] 夏振炎, 姜楠, 王振东, 等. 湍流边界层多尺度相干结构的子波自相关辨识[ J ]. *天津大学学报*, 2005, **38**(11): 970-974.
- [15] Townsend A A. *The Structure of Turbulent Shear Flow* [ M ]. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.

## Wavelet Spectrum Analysis on Energy Transfer of Multi-Scale Structures in Wall Turbulence

XIA Zhen-yan, TIAN Yan, JIANG Nan

(Tianjin Key Laboratory of Modern Engineering Mechanics;

Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering, Tianjin University,  
Tianjin 300072, P. R. China)

**Abstract:** The streamwise velocity component at different vertical heights in wall turbulence was measured. Wavelet transform was employed to study the turbulent energy spectra, which indicates that the wavelet global spectrum results from the weighted average of Fourier spectrum based on wavelet scales. The wavelet transform with more vanishing moments can express the declining of turbulent spectrum; the local wavelet spectrum shows that the physical phenomena such as deforming or breakup of eddies have relations with the vertical position in boundary layer, and the energy-containing eddies exist in multi-scale form. Moreover, the size of these eddies is increasing with the measured points moving out of the wall. In the buffer region the small scale energy-containing eddies with high frequency are excited. In outer region the maximal energy is concentrated on the low frequent large scale eddies and the frequent domain of energy-containing eddies becomes narrower.

**Key words:** wall turbulence; wavelet spectrum; turbulent kinetic energy; energy-containing eddies; burst