

柔性桥梁颤振导数间的相互关系的 参数分析(I)

徐 旭

(上海大学 土木工程系, 上海 200072)

摘要: 在作者先前给出(徐旭, 曹志远. 柔长结构气固耦合的线性与非线性气动力学理论. 应用数学和力学, 2001, 22(12): 1299-1308.)的柔性结构半解析颤振导数的基础上, 研究了桥梁颤振导数之间的内在联系和相互关系, 并通过两个具体的桥梁颤振导数的测量试验数据, 对其进行了分析验证. 同时, 也对颤振导数随着桥梁断面的气动中心、转速以及角度变化规律作了参数研究. 数据分析的结果不仅验证了前文半解析颤振导数表达式的正确性, 也进一步验证了半解析颤振导数之间存在一定的必然联系, 同时也表明给出的半解析的颤振导数是适用于流线型断面的桥梁的.

关键词: 颤振导数; 柔性桥梁; 参数分析

中图分类号: TU311.3; O321 **文献标识码:** A

引 言

风场中的柔性结构的设计, 气动弹性分析至关重要^[1]. 颤振导数反映着风与桥梁结构相互作用所产生气动动力的大小, 因此, 其测量对桥梁的抗风设计十分有意义. 但是颤振导数的测量必须要通过较为复杂的系统识别测试技术才能获得^[2], 所用时间、人力、物力特别多. 研究表明^[3-4], 在风洞中所测试的颤振导数之间, 存在着一定的关系. 人们试图通过分析颤振导数之间的相互关系, 找到一定的规律, 希望通过测试某些颤振导数, 进而可以按照规律推导出其它的颤振导数. 可以想象出来, 光靠实验数据是不可能研究清楚这些关系的. 而借助于理论的解析研究, 可以达到这一目的. 文献[5-6]正是在新的修正的非线性气动力模型的基础上, 得出了颤振导数的半解析表达式.

颤振导数的概念来自于航空理论, 文献[3]首先通过对薄机翼节段模型的颤振导数的分析, 揭示出流线型截面的颤振导数的相互关系. 结合作者给出的颤振导数半解析表达式, 本文将这一分析方法用到桥梁节段模型的颤振导数相互关系的研究中. 同时, 通过桥梁断面的气动实验数据来验证这些相互关系, 进而验证文献[5, 7]中的理论公式的正确性. 这样, 不仅有助于了解颤振导数之间的关系, 而且可以在测试技术不够完善, 或者气动信息不够多时, 通过颤振导数的相互关系的研究, 尽可能多地获取桥梁断面的气动信息.

· 收稿日期: 2008-10-08; 修订日期: 2009-01-09

作者简介: 徐旭(1968—), 男, 江苏南通人, 副教授, 博士(E-mail: xxu@mail.shu.edu.cn).

1 经典平板理论颤振导数的相互关系

对于翼型截面或平板,可推导出基于 Theodorsen 函数的经典颤振导数表达式^[3]. 特别,当截面的几何中心与旋转中心重合时(一般指桥梁),其表达式为

$$\begin{cases} kH_1^* = -2\pi F(k), & kA_1^* = \frac{\pi}{2} F(k), & kH_2^* = -\pi \left[\frac{1+F(k)}{2} + \frac{2G(k)}{k} \right], \\ kA_2^* = \pi \left[\frac{F(k)-1}{8} + \frac{G(k)}{2k} \right], & k^2 H_2^* = -\pi \left[2F(k) - \frac{kG(k)}{2} \right], \\ k^2 A_3^* = \pi \left[\frac{F(k)}{2} - \frac{kG(k)}{8} + \frac{1}{32} \right], & H_4^* = \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{4G(k)}{k} \right], \\ A_4^* = -\frac{\pi}{2k} G(k), \end{cases} \quad (1a \sim h)$$

其中, A_i^*, H_i^* 是颤振导数, k 是折减频率, $F(k), G(k)$ 是 Theodorsen 函数的实部与虚部, 它们的表达式为

$$F(k) = \frac{J_1(k)[J_1(k) + Y_0(k)] + Y_1(k)[Y_1(k) - J_0(k)]}{[J_1(k) + Y_0(k)]^2 + [Y_1(k) - J_0(k)]^2}, \quad (2)$$

$$G(k) = -\frac{Y_1(k)Y_0(k) + J_1(k)J_0(k)}{[J_1(k) + Y_0(k)]^2 + [Y_1(k) - J_0(k)]^2}, \quad (3)$$

上式中, J_0, J_1 为第一类 Bessel 函数, Y_0, Y_1 为第二类 Bessel 函数, k 是折减频率.

从式(1)中可以得到以下关系式:

$$\begin{cases} H_1^* = -4A_1^*, & H_2^* = -4A_2^* - \frac{\pi}{k}, & H_3^* = -4A_3^* + \frac{\pi}{16}, \\ H_4^* = -4A_4^* + \frac{\pi}{2}, & H_1^* = kH_3^* - \frac{\pi G}{2}, & -kH_2^* = H_4^* + \frac{\pi F}{2}, \\ A_1^* = kA_3^* - \frac{\pi k}{64} + \frac{\pi G}{8}, & A_4^* = -kA_2^* - \frac{\pi}{8}(1-F), \end{cases} \quad (4a \sim h)$$

上式中, F, G 是 Theodorsen 函数的实部与虚部, 其表达式为式(2)和(3), 当 $0 \leq 1/k \leq \infty$ 时, $0.5 \leq F \leq 1, -0.2 \leq G \leq 0$, 这也可以从它们的图形中看出, 见图 1.

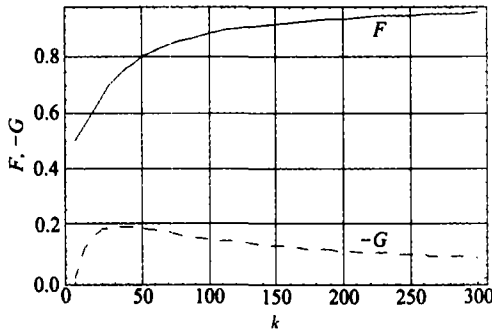


图 1 F 与 $-G$ 的图形

所以, 当 $1/k \rightarrow \infty$ 时, 由经典薄翼理论可以得到以下颤振导数的关系:

$$\begin{cases} A_1^* \approx kA_3^*, \\ H_1^* \approx kH_3^*, \\ A_4^* \approx -kA_2^*. \end{cases} \quad (5a, b, c)$$

文献[4]又给出了关系式

$$H_4^* = -kH_2^*. \quad (6)$$

但是, 由式(4b, d)和(5c)可以得到

$$\begin{aligned} H_4^* &= -kH_2^* - \frac{\pi F}{2} = \\ &= -kH_2^* - kA_1^* = -k(H_2^* + A_1^*). \end{aligned} \quad (7)$$

因此, 根据一般桥梁, 其折减速度 $U/(nB) = 2\pi/k$ 的取值位于 0 到 20 之间, 可以判断, 式(6)

不是一个合适的近似计算式。研究表明^[3],以上关系并不适合于各种截面形状的桥梁,甚至是流线型截面的节段模型。

2 考虑转速影响的半解析颤振导数的相互关系分析

柔性结构(如悬索桥等)置于风场中,会受到静荷载、脉动风荷载以及自激力的作用。其中,自激力是由于结构自身运动而与风场耦合所产生的力。设结构节段模型的顺风向、横风向及扭转位移分别为 p, h, α , 则常用的 3 个方向的自激力表达式为(Scanlan 公式^[8-9])

$$\begin{cases} L_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[kH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + k^2 H_3^* \alpha + k^2 H_4^* \frac{h}{B} + kH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + k^2 H_6^* \frac{p}{B} \right], \\ D_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[kP_1^* \frac{\dot{p}}{U} + kP_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + k^2 P_3^* \alpha + k^2 P_4^* \frac{p}{B} + kP_5^* \frac{\dot{h}}{U} + k^2 P_6^* \frac{h}{B} \right], \\ M_{ae} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[kA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + k^2 A_3^* \alpha + k^2 A_4^* \frac{h}{B} + kA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + k^2 A_6^* \frac{p}{B} \right], \end{cases} \quad (8a, b, c)$$

式中, $k = B\omega/U$ 为折减频率; $A_i^*, P_i^*, H_i^* (i = 1, 2, \dots, 6)$ 是由实验测定的颤振导数,它们反映结构发生了单位位移或者速度时所产生的气动力大小。一般说来,这些颤振导数可根据研究问题性质的需要而去进行风洞试验。另外,关于 P_i^* 的测量几乎很少报导,而 $P_1^*, P_4^*, H_5^*, H_6^*, A_5^*, A_6^*$ 正反映了顺风向的运动对自激力的影响,这些常常被忽略掉。还需要特别指出的是,式(8)是经验公式。

在文献[7]中,作者提出了基于来流气固耦合及转速影响的非线性气动模型,即

$$\begin{cases} D = (1/2) \rho V_r^2(t) A_0 C_D(\beta(t), \theta), \\ L = (1/2) \rho V_r^2(t) B C_L(\beta(t), \theta), \\ M_\theta = (1/2) \rho V_r^2(t) B^2 C_M(\beta(t), \theta), \end{cases} \quad (9a, b, c)$$

式中,3个分力系数 $C_\gamma = C_\gamma(\beta(t), \theta) (\gamma = D, L, M)$ 被认为是瞬时攻角与角速度的函数,它们可以通过风洞试验测量得出^[10]。 ρ 是空气密度, A_0 是节段模型在垂直来流方向的投影, B 是节段模型的特征宽度, V_r 是相对平均风速, $\beta(t)$ 是瞬时攻角。从而通过一个不太复杂的推演过程,可以得到 12 个颤振导数的半解析表达式:

$$\begin{cases} P_1^* = -\frac{2A}{Bk} C_D, P_2^* = \frac{A}{B^2 k} [R_0(C_D' - C_L) + C_{D\theta}' \bar{U}], \\ P_3^* = \frac{A}{Bk^2} C_D', P_5^* = -\frac{A}{Bk} (C_D' - C_L), \\ A_1^* = -\frac{1}{k} C_M', A_2^* = \frac{1}{kB} (R_0 C_M' + C_{M\theta}' \bar{U}), \\ A_3^* = \frac{1}{k^2} C_M', A_5^* = -\frac{2}{k} C_M, \\ H_1^* = -\frac{1}{k} (C_D + C_L), H_2^* = \frac{1}{kB} [R_0(C_D + C_L) + C_{L\theta}' \bar{U}], \\ H_3^* = \frac{1}{k^2} C_L', H_5^* = -\frac{2}{k} C_L, \end{cases} \quad (10a \sim 1)$$

式中, $\partial C_\gamma / \partial \beta|_\alpha = C_\gamma', \partial C_\gamma / \partial \theta|_{\theta=0} = C_{\gamma\theta}' (\gamma = D, L, M)$ 。 R_0 是截断模型的气动中心到弹性中心的距离。考虑到在推导过程中用了系数 $\rho U^2 B/2$ 或 $\rho U^2 B^2/2$, 而不是早期 Scanlan 公式中

的 $(1/2)\rho U^2(2B)$ 或 $(1/2)\rho U^2(2B^2)$, 因此, 在利用以前的颤振导数数据时, 要将系数 $1/2$ 移到颤振导数的表达式中. 研究颤振导数的相互关系时, 这个系数对结果并无影响. 考虑到文献[7]中方向定义的因素, 升力方向与旋转方向的颤振导数在 Scanlan 坐标架下的表达式为

$$\begin{cases} A_1^* = \frac{1}{k}C'_M, A_2^* = \frac{1}{kB}(R_0C'_M + C'_{M\theta}\bar{U}), A_3^* = \frac{1}{k^2}C'_M, \\ A_5^* = -\frac{2}{k}C_M, H_1^* = -\frac{1}{k}(C_D + C'_L), \\ H_2^* = -\frac{1}{kB}[R_0(C_D + C'_L) + C'_{L\theta}\bar{U}], \\ H_3^* = -\frac{1}{k^2}C'_L, H_5^* = \frac{2}{k}C_L. \end{cases} \quad (11a \sim h)$$

这里只研究横风向与旋转方向的数据, 是因为顺风向的颤振导数数据无法从现有的文献中获得. 因此, 暂时不去研究并验证顺风向颤振导数的相互关系. 由表达式(11), 可得颤振导数的相互关系式:

$$\begin{cases} A_1^* = kA_3^*, H_1^* = C_D/k + kH_3^*, \\ A_2^* = kA_3^* \frac{R_0}{B} + \frac{U}{2kB}C'_{M\theta}, H_2^* = H_1^* \frac{R_0}{B} - \frac{U}{2kB}C'_{L\theta}, \end{cases} \quad (12a \sim d)$$

一般, $0 < 1/k < 20/(2\pi)$, 而 C_D 的值介于0与1.5之间, 因此 H_1^* 与 H_3^* 之间的关系不是简单的线性比例关系, 特别是对于钝体而言. 但是, 当 C_D 较小时, H_1^* 与 H_3^* 之间的线性比例关系可近似满足, 也就是说, 在对于桥梁断面为流线型的时候是成立的.

3 用两个流线型桥梁节段模型的气动数据验证半解析表达式

为验证颤振导数之间关系式(12a ~ d)的存在性, 本文将利用 Messina 海峡大桥和 Hoga Kusten 大桥节段模型的颤振导数数据来进行研究^[11], 这两个桥梁的断面均为流线型的, 其基本气动力数据见表1和表2.

3.1 Messina Straits 桥

表 1

Messina Straits 桥的颤振导数

颤振 导数	$U/(nB)$							
	0	1	2.5	5	9.75	14.25	19.25	24.25
H_1^*	0	-0.240	-0.360	-0.320	-0.560	-0.768	-1.360	-1.500
A_1^*	0	0.018	0.000	0.044	0.140	0.200	0.290	0.440
H_2^*	0	0.000	-0.167	-0.434	-0.840	-1.350	-2.000	-2.360
A_2^*	0	-0.007	-0.030	-0.073	-0.158	-0.263	-0.340	-0.490
H_3^*	0	-0.044	-0.220	-0.440	-1.100	-2.220	-3.780	-6.300
A_3^*	0	0.000	0.000	0.060	0.200	0.500	0.860	1.800

注 $C_D = 0.09, C_L = -0.07, C_M = 0.017, C'_L = 0.65, C'_D = 0.0025, C'_M = 0.16$

3.1.1 验证式(12a)的方法

可采用两种验证方法. 一是由表1中的 A_3^* 的数据代入式(12a)中, 算出的结果 A_1^* 与表1中的 A_1^* 的实测值进行比较, 见图2; 二是由表1中的 A_1^* 的数据代入式(12a)中, 算出的结果 A_3^* 与表1中的 A_3^* 的实测值进行比较, 见图3.

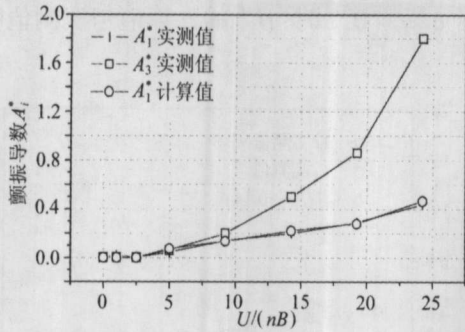


图2 $A_1^* (= kA_3^*)$ 计算值与实测值的比较

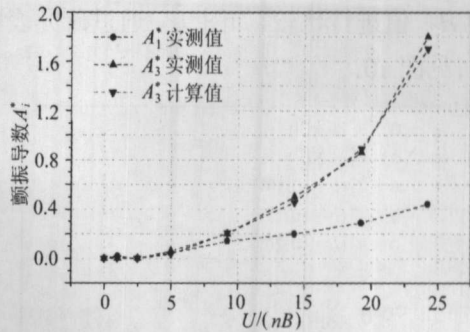


图3 $A_3^* (= A_1^*/k)$ 计算值与实测值的比较

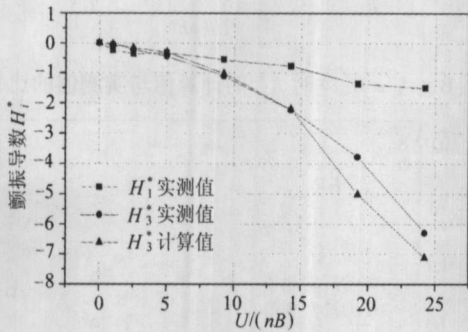


图4 $H_3^* (= H_1^*/k - C_D/k^2)$ 计算值与实测值的比较

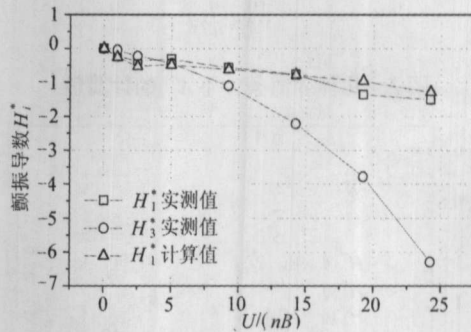


图5 $H_1^* (= C_D/k + H_3^* k)$ 计算值与实测值的比较

3.1.2 验证式(12b)的方法

类似于式(12a)的验证. 这里有 $C_D = 0.09$, 即为阻力系数曲线在零攻角时的值. 由 H_1^* 的实测数据代入式(12b)计算出 H_3^* 的计算值, 与实测值的比较结果见图4; 由 H_3^* 的实测数据代入(12b)式计算出 H_1^* 与 H_1^* 的实测值的比较结果见图5.

3.1.3 关于式(12c)的研究

首先必须要知道 $UC'_{M\theta}/(2B)$ 的大小, 由文献[12]并结合文献[7]可推得得知 $C'_{M\theta}$ 与 U/B 的乘积是个实数值. 因此, 首先借助于式(12c), 由实测的 A_2^* 与 A_3^* 的值来确定 $UC'_{M\theta}/(2B)$ 的大小, 设其大小为 b , 则 $b = k(A_2^* - kA_3^*/4)$, 这个式子正反映了 A_2^* 与 A_3^* 的关系. 结合式(12a), 由于 A_1^* 与 A_3^* 是线性关系, 可以推断出 A_2^* 与 A_1^* 之间也存在着类似于 b 的关系式.

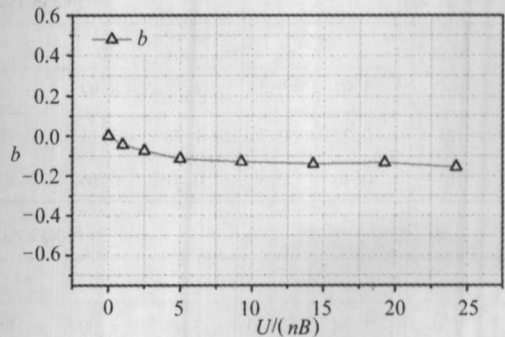


图6 $UC'_{M\theta}/B$ 随折减速度的变化曲线

由图6可知, b 值随着折减速度的增大而逐渐成为一个定值. 这正反映了转速对颤振导数的影响. 为了研究式(12c), 这里仅给出由 A_3^* 计算出 A_2^* 的几个结果, 这些结果是在不同的 b 值条件下得出的, 如图7. 可以看出, 当 $R_0/B = 0.25$, 即流线型的桥梁断面看成是平板时, 由计算可知当 $b = -0.14$ 时, A_2^* 计算值与实测值吻合得比较好, 见图8.

3.1.4 关于式(12d)的研究

和上一小节的步骤一样, 首先将流线型桥梁断面近似看成是平板, 即有 $R_0/B = 0.25$, 再设 $UC'_{L\theta}/(2B) = -a$, 当 a 取不同的数值时, 由实测的 H_1^* 值通过公式 12(d) 计算出 H_2^* , 并与

实测的 H_2^* 值进行比较,如图 9。通过研究表明,当 $a = -0.7$ 时, H_2^* 的计算值与实测值吻合得较好,见图 10。

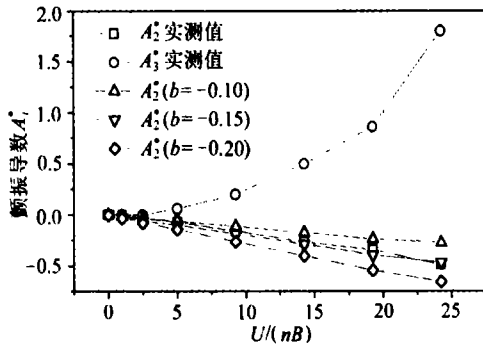


图 7 几种 b 值条件下 A_2^* 的计算值

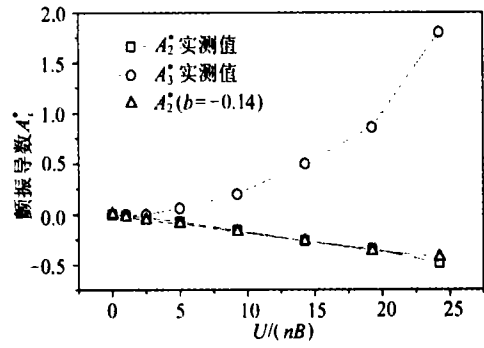


图 8 $b = 0.14$ 时 A_2^* 的计算值与实测值的比较

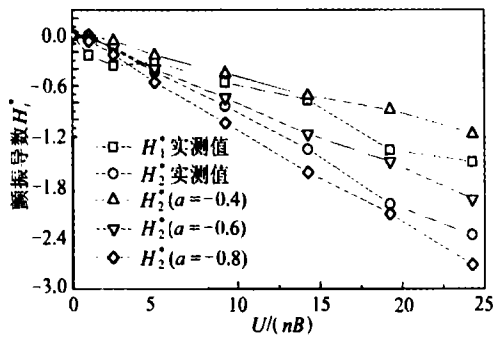


图 9 几种 a 值条件下 H_2^* 的计算值

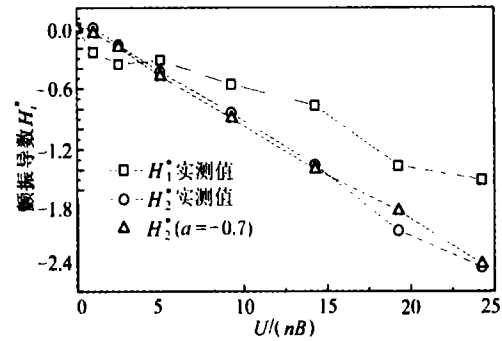


图 10 $a = -0.7$ 时 H_2^* 的计算值与实测值的比较

3.2 Hoga Kusten 桥

表 2a

Hoga Kusten 桥的颤振导数

颤振导数	$U/(nB)$											
	3.92	5.44	7.22	8.92	10.65	12.44	14.35	14.65	15.85	16.74	18.05	20.00
H_1^*	-0.22	-0.75	-1.38	-2.13	-2.88	-3.56	-4.44	-5.33	-5.56	-5.56	-6.44	-7.47
A_1^*	0.10	0.30	0.41	0.66	0.83	1.20	1.50	1.57	1.68	1.69	1.92	2.19

表 2b

Hoga Kusten 桥的颤振导数

颤振导数	$U/(nB)$											
	1.74	2.40	3.14	4.00	4.84	5.79	6.82	7.29	7.79	8.32	9.14	10.00
H_2^*	-0.060	-0.110	-0.125	-0.083	-0.060	-0.025	0.020	0.090	0.080	0.075	-0.017	0.000
A_2^*	-0.010	-0.015	-0.013	-0.018	-0.030	-0.050	-0.067	-0.080	-0.080	-0.080	-0.084	-0.089
H_3^*	-0.167	-0.167	-0.200	-0.370	-0.630	-0.900	-1.330	-1.500	-1.730	-2.130	-2.600	-3.000
A_3^*	0.020	0.066	0.140	0.178	0.266	0.370	0.517	0.600	0.670	0.790	0.934	1.000

注 $C_D = 0.1, C_L = -0.36, C_M = 0.013, C'_L = 4.3, C'_M = 1.11$

3.2.1 验证式(12a)的正确性

由表 2b 中 A_3^* 的数据代入(12a)式中,算出的结果 A_1^* 与表 2a 中的 A_1^* 的实测值进行比较,见图 11;由表 2a 中的 A_1^* 的数据代入式(12a)中,算出 A_3^* 的结果与表 2b 中 A_3^* 的实测值进行比较,见图 12;两个结果表明,在给定的折减速度范围内,计算值与实测值吻合得比较好。

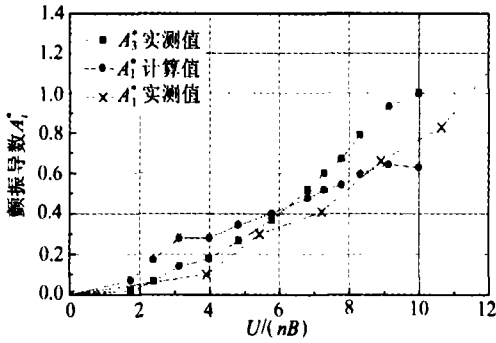


图 11 $A_1^* (= A_3^* k)$ 计算值与实测值的比较

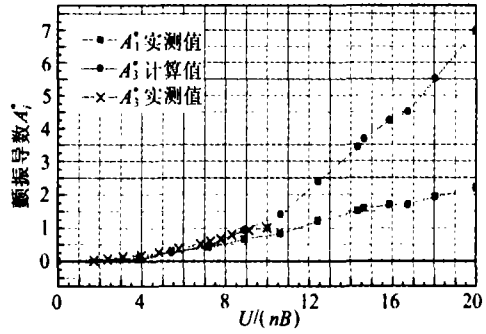


图 12 $A_3^* (= A_1^*/k)$ 计算值与实测值的比较

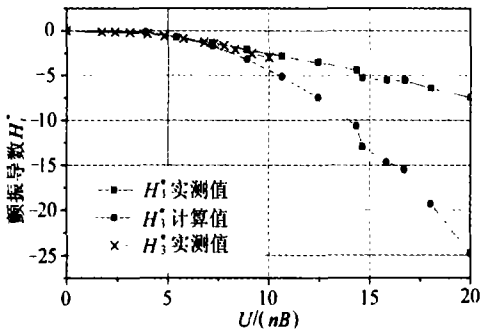


图 13 $H_3^* (= H_1^*/k - C_D/k^2)$ 计算值与实测值的比较

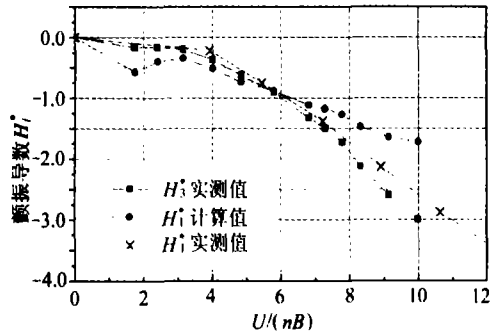


图 14 $H_1^* (= H_3^* k + C_D/k)$ 计算值与实测值的比较

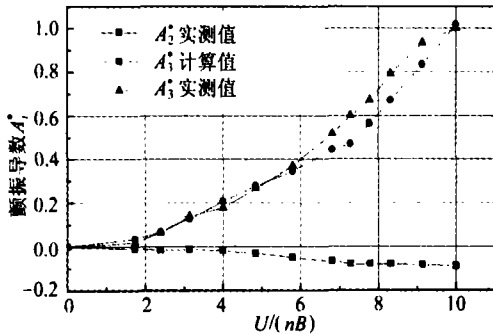


图 15 $A_3^* (= 4(A_2^* - (-0.156)/k)/k)$ 的计算值与实测值的比较

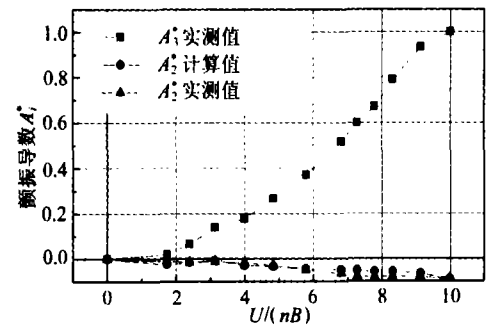


图 16 $A_2^* (= A_3^* k/4 - 0.156/k)$ 的计算值与实测值的比较

3.2.2 验证式(12b)的正确性

这里取 $C_D = 0.1$, 即为阻力系数曲线在零攻角时的值. 将 H_1^* 的实测数据代入式(12b)计算出 H_3^* 并与其实测值进行比较, 结果见图 13; 将 H_3^* 的实测数据代入(12b)式计算出 H_1^* 并与其实测值比较, 结果见图 14.

3.2.3 关于式(12c)正确性的研究

和 3.1.3 小节中的步骤一样, 首先由实测的 A_2^* 与 A_3^* 的值来确定 $UC_{M0}'/(2B)$ 的大小, 设其大小为 b , 则 $b = k(A_2^* - kA_3^*/4)$. 通过计算表明, $b = -0.156$ 时比较合理. 图 15 中, 给出了由 A_2^* 的实测值通过式(12c)算出的 A_3^* 值与其实测值的比较; 图 16 给出了由实测的 A_3^* 通过式(12c)算出 A_2^* 的值与其实测值的比较. 以上计算过程中, $R_0/B = 0.25$, 即仍然假设桥梁断面近似于平板.

和验证式(12a,b,c)不同的是, H_1^* 与 H_2^* 在通过式(12d)进行比较与运算时,由于折减速度不同而变得不方便,这从表 2a 和表 2b 中也可以看出,因此,这里略去 Hoga Kusten 桥梁的颤振导数对式(12d)适用性的验证。当然,如果用插值办法的话,研究还是可以进行的。

4 结 论

除图 11 与图 14 中所表示的比较值在个别点上有稍微的分离外,其它各种比较结果符合得相当好。这不仅证实了双方向运动的桥梁,其颤振导数之间满足(12a~d)的关系,而且,也从间接的途径证明了文献[5,7]中所建立的半解析颤振导数表达式具有想当的可靠性和正确性。当然,这种正确性是基于流线型桥梁断面的基础上的。颤振导数之间相互关系的研究,无疑有助于我们在实际测量颤振导数时,避免孤立地看待事物现象,更好地研究问题的本质。同时,对于我们如何利用实验数据检验理论或者公式的正确性、可靠性提供了新的思维方式。

[参 考 文 献]

- [1] Siriu Emil, Scanlan R H. 风对结构的相互作用——风工程导论[M]. 刘尚培, 项海帆, 谢霖明译. 上海: 同济大学出版社, 1992, 173-175.
- [2] Scanlan R H, Tomko John J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives[J]. *Proc ASCE*, 1971, **97** (EM6): 1717-1737.
- [3] Scanlan R H, Jones N P, Singh L. Inter-relation among flutter derivatives[J]. *Journal of Wind Engineering Industrial Aerodynamics*, 1997, **69/71**: 829-837.
- [4] Matsumoto M, Nihara Y, Kobayashi Y, et al. Flutter mechanism and its stabilization of bluff bodies [A]. In: *Proc 9th Internat Conf Wind Engineering* [C]. New Delhi, 1995, 827-838.
- [5] XU Xu, CAO Zhi-yuan. New expressions of nonlinear aerodynamic forces in civil engineering [A]. In: *Proceedings of the 3rd Internat Conf on Nonlinear Mech (ICNM - III)* [C]. Shanghai: Shanghai University Press, 1998: 396-401.
- [6] 徐旭, 曹志远. 气动耦合扭转非线性振动的稳定性分析[J]. *非线性动力学学报*, 1999, **6**(3): 228-234.
- [7] 徐旭, 曹志远. 柔长结构气固耦合的线性与非线性气动力学理论[J]. *应用数学和力学*, 2001, **22** (12): 1299-1308.
- [8] Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Coupled flutter and buffeting analysis of long-span bridges[J]. *J Struct Eng*, 1996, **122**(7): 716-725.
- [9] Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Fully coupled buffeting analysis of long span bridges [A]. In: *Proc 9th Internat Conf Wind Engineering* [C]. New Delhi, 1995, 962-971.
- [10] Brito J L V, Riera J D. Aerodynamic instability of cylindrical bluff bodies in non-homogeneous flow [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1995, **57**(1): 81-96.
- [11] Larose G L, Livesey F M. Performance of streamlined bridge decks in relation to the aerodynamics of a flat plate [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1997, **69/71**: 851-860.
- [12] Bohm V F. Berechnung nichtlinearer aerodynamisch erregter Schwingungen von Hangebrücken [J]. *Der Stahlbau*, 1969, **38**(heft7): 207-215.

Parametric Studies on the Relationships of Flutter Derivatives of Slender Bridge (I)

XU Xu

(*Department of Civil Engineering, Shanghai University,
Shanghai 200072, P. R. China*)

Abstract: Based on the semi-analytical flutter derivatives of flexible structure provided by authors(XU Xu, CAO Zhi-yuan. Linear and nonlinear aerodynamic theory of interaction between flexible long structure and wind, Applied Mathematical and Mechanics, 22(12): 1299-1308.), the relationships of the flutter derivatives of slender bridge were investigated, and then their intrinsic relations were validated, by the test data of flutter derivatives of two bridges. The changing of flutter derivatives with the aerodynamic center, rotation speed and angles variation were also researched by parametric method. The results not only prove the correctness of expressions of flutter derivatives given by author, but also indicate that some certain relations exist in them. Furthermore, the semi-analytical flutter derivatives are showed to be applicable to the bridge with streamlined cross-section.

Key words: flutter derivative; slender bridge; parametric analysis