

# 理想传导弹性体中能量耗散的磁-热-弹性波<sup>\*</sup>

P·达斯<sup>1</sup>, M·卡诺利亚<sup>2</sup>

(1. 纳塔基沙伯哈斯工学院, 加尔各答 700 152, 印度;  
2. 加尔各答大学 应用数学系, 加尔各答 700 009, 西孟加拉邦, 印度)

(郭兴明推荐)

**摘要:** 广义能量耗散弹性理论 (TEWED, G-N III 理论) 广泛应用于均匀磁场作用下的时谐平面波在无限大的理想导电弹性体中传播的研究. 提出了更普遍的有复杂参数的色散方程, 通过运用 Leguerre 方法解决复杂条件下耦合磁-热-弹性波的问题, 表明耦合磁-热-弹性波问题相当于改进的膨胀波及通过有限热波速度、热弹性耦合、热扩散率及外加磁场修正的、有限速度热波的传播问题. 在 G-N III 模型 (TEWED) 中, 耦合磁-热-弹性波传播时发生衰减和色散, 扩散的热量由热传播方程中的阻尼项考虑, 而在 G-N II 模型没有发生衰减和耗散. 最后给出了类铜材料的数值结果.

**关键词:** 广义热弹性; 磁-热-弹性波; 能量耗散

**中图分类号:** O347.4<sup>+</sup>2      **文献标识码:** A

## 符 号

$u$	位移矢量	$\lambda, \mu$	Lamé 常数
$\rho$	介质的恒质量密度	$\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_1$	
$\alpha_1$	线性热膨胀系数	$T_0$	统一的参照温度
$T$	参照温度 $T_0$ 的微小温度增量	$J$	电流密度矢量
$B$	磁感应矢量	$c_p$	恒应变下的介质比热容
$K^*$	G-N 理论的材料特性常数	$H$	任何时候下的总磁场
$E$	电场矢量	$\mu_e$	介质的导磁率
$\sigma$	介质的导电率	$\epsilon_T$	热弹性耦合常数
$K$	导热系数	$\kappa$	热扩散系数
$c_T$	热弹性 G-N II 理论的无量纲有限热波速度		

## 引 言

热-弹性理论涉及到热信号的有限速度 (第二声速), 在过去 30 年受到了广泛关注. 与抛物型 (扩散方程)、预测无限传播速度的经典耦合热-弹性理论的热传送方程相比, 这些理论与

\* 收稿日期: 2008-02-14; 修订日期: 2008-12-04

作者简介: Payel Das (E-mail: payel\_das03@yahoo.co.in);

M. Kanoria (联系人, E-mail: k\_mri@yahoo.com).

本文原文为英文, 黄锋译, 张禄坤校.

广义理论一样,采用了双曲线类型的热传送方程。在这些广义热-弹性理论中, Lord 和 Shulman<sup>[1]</sup>提出外延的热-弹性理论与 Green 和 Lindsay<sup>[2]</sup>提出依赖于温度变化率、带有两个弛豫时间参数的广义热-弹性理论(TRDTE)是广义热-弹性理论的两个重要模型。因为实验数据支持热传播速度的有限性,在处理短时间内有很大热通量,如在激光装置和能量通道中的实际问题时,广义热-弹性理论被认为比传统理论更加符合实际。材料热机械性能和材料电磁性能的耦合现象从 19 世纪以来就已有报道。到 20 世纪中叶,发现压电材料并首先应用于水听器。在过去的 20 年当中,电-磁合成材料的概念已经兴起。这样的复合材料能展示任何单组分材料所无法具有的耦合性能。这些所谓的“新兴”材料和合成材料已经应用于超声波成像装置、传感器、作动器、变频器 and 许多其它新兴设备。磁-电-弹性材料已有许多应用。由于具有从一种能量到其他能量(在机械能、电能和磁能之间)的转换能力,这些材料常应用于高科技领域,如激光、超声波、微波、红外线等。此外,磁-电-弹性材料具有机械、电和磁场的耦合性能,是自然的各向异性材料。运用广义理论研究波在热-弹性或磁-热-弹性体中传播的问题,已有一些工作。其中,Paria<sup>[3]</sup>提出了磁-热-弹性波的一些想法。Neyfeh 和 Nemat<sup>[4-5]</sup>研究了在带有热弛豫时间的固体介质中的热-弹性波和电-磁-弹性波问题。Roychoudhuri 和 Chatterjee(roy)<sup>[6]</sup>提出了在带有热弛豫的理想传导弹性半空间体中的耦合磁-热-弹性问题。Hsieh<sup>[7]</sup>研究了新的电磁材料模型。Ezzat<sup>[8]</sup>研究了在理想传导介质中带两个弛豫时间的状态矢量空间逼近广义磁-热-弹性的问题。Ezzat 等<sup>[9]</sup>研究了在理想传导介质中带热弛豫的电-磁-热-弹性平面波。Yoset 等<sup>[10]</sup>, Baksi 和 Bera<sup>[11]</sup>研究了关于带热弛豫的磁-热-弹性问题。

Green 和 Naghdi<sup>[12]</sup>用公式表示了热弹性问题的 3 个不同模型,在其中的 1 个模型中,存在热-弹性能耗散。该模型被认为是具有能量耗散的热-弹性(TEWED)的 G-N 模型。G-N 模型在独立的本构变量中包含一个叫“热位移注度”的项。根据该理论,热现象的材料响应特性基于 3 种类型的本构响应函数,命名为类型 I, II, III。本构方程的 3 种类型函数的本质都是各个理论的线性化,类型 I(见文献[12])与经典热方程一样,然而类型 II 和类型 III 允许热信号的有限速度传播。特别地,模型 II 说明了其它已建立的热-弹性模型不支持热能耗散的特性(见文献[12])。在这个模型中,本构方程是从开始简化的能量方程和包括热位移梯度在内的其它本构参量中得到的。Roychoudhuri<sup>[13]</sup>采用 G-N II 模型来研究不考虑衰减和色散的磁-热-弹性波传播问题。类型 III 理论的 1 个重要特征是通过阻尼项考虑了热能耗散。Green 和 Naghdi<sup>[12]</sup>根据均匀各向同性材料的位移和温度场及相应的初始边界值问题的解的唯一性,得到该理论的整套线性化的控制方程。该理论线性化(见文献[12])之后,Chandrasekharaiah<sup>[14-15]</sup>建立了解的唯一性的定理。

Chandrasekharaiah 和 Srinath<sup>[16]</sup>运用线性的无能量耗散的热弹性理论(TEWOED)研究了在连续点热源作用下,无限大均匀各向同性热弹性体的热-弹性相互作用问题。Roychoudhuri 和 Dutta<sup>[17]</sup>根据 TEWOED 的方法研究了在随有限时间周期变化的均布热源作用下,均匀各向同性热-弹性体的热-弹性相互作用问题。许多作者(Bandyopadhyay 和 Roychoudhuri 等<sup>[19]</sup>, Mallik 和 Kanoria<sup>[20]</sup>, Banik 等<sup>[22]</sup>, Kar 和 Kanoria<sup>[23-24]</sup>, 等)研究了关于 Green 和 Naghdi<sup>[18,12]</sup>提出的广义热弹性问题。

本文的目的是,运用由 Green 和 Naghdi 发展的基于第 III 类型热-弹性 G-N 理论,考虑热能耗散的热-弹性模型,研究在均匀磁场作用下,平面时谐波在无限大理想导电的热-弹性体中传播的问题。

## 1 基本方程

考虑在强度为  $H_0$  均匀磁场作用下的无限大均匀导热导电弹性体,其磁弹性运动位移方程为

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\operatorname{div} \mathbf{u}) - \gamma \nabla T + (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) = \rho \ddot{\mathbf{u}}, \quad (1)$$

其中,  $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$  为电磁体力. Green 和 Naghdi 提出的广义热-弹性 III 模型在没有热荷载作用时的热传送方程为

$$\rho c_v \dot{T} + \gamma T_0 \operatorname{div} \ddot{\mathbf{u}} = K \nabla^2 \dot{T} + K^* \nabla^2 T, \quad (2)$$

其中,  $K$  为热传导系数,  $K^*$  为材料常数,  $c_3 = (K^* / (\rho c_v))^{1/2}$  是在 G-N 模型中有限的热波速度. 电磁场由下面 Maxwell 方程控制(没有位移电流和电荷密度):

$$\operatorname{curl} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \operatorname{curl} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \mathbf{B} = \mu_e \mathbf{H}. \quad (3a \sim d)$$

变形连续介质中,广义 Ohm 法则为

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{u}} \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

其中,忽略温度梯度对传导电流  $\mathbf{J}$  的小影响. 令  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}$ , 其中  $\mathbf{H}_0 = (0, 0, H_0)$ . 扰动磁场  $\mathbf{h}$  很小,在场方程线性化时可以忽略  $\mathbf{h}$  和  $\mathbf{u}$  以及由它们的衍生出来的项.

假设全部的矢量和标量函数仅与空间坐标  $x$  和时间  $t$  有关,与坐标  $y$  和  $z$  无关,如位移向量  $\mathbf{u}$  的形式为  $\mathbf{u} = [u(x, t), 0, 0]$ .

由式(3a)得到

$$J_x = 0, J_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x}, J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}, \quad (5)$$

其中  $\mathbf{J} = (J_x, J_y, J_z)$ ,  $\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z)$ .

由式(3b)可得

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = 0, \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu_e \frac{\partial H_y}{\partial t}, \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_e \frac{\partial H_z}{\partial t}, \mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z). \quad (6)$$

因为开始沿  $x$  轴无扰动磁场作用,式(3c)给出  $\partial h_x / \partial x = 0$ , 则  $h_x = 0$ .

由修正的 Ohm 法则得到

$$J_x = \sigma E_x, J_y = \sigma \left[ E_y - \mu_e H_z \frac{\partial u}{\partial t} \right], J_z = \sigma \left[ E_z + \mu_e H_y \frac{\partial u}{\partial t} \right]. \quad (7)$$

当  $J_x = 0$  时,  $E_x = 0$ .

联合方程(5)至(7),消去  $J_x, J_y, J_z$ , 得到

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \nu_H \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( H_z \frac{\partial u}{\partial t} \right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \nu_H \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( H_y \frac{\partial u}{\partial t} \right), \quad (9)$$

其中,  $\nu_H = (\sigma \mu_e)^{-1}$  称为磁粘性系数.

由方程(1)和(5)可以得到

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{2} \mu_e (H_y^2 + H_z^2) \right] = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (10)$$

方程(2)变为

$$\rho c_v \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \gamma T_0 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} = K^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K \frac{\partial^3 T}{\partial x^2 \partial t}. \quad (11)$$

令  $H_z = H_0 + h_z$ , 与强大的初始磁场  $H_0$  相比, 扰动磁场  $h_z$  很小.

由线性化后的方程(8)至(11)可得

$$\frac{\partial h_z}{\partial t} = \nu_H \frac{\partial^2 h_z}{\partial x^2} - H_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}, \quad \frac{\partial h_y}{\partial t} = \nu_H \frac{\partial^2 h_y}{\partial x^2} \quad (12a, b)$$

且

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial T}{\partial x} - \mu_e H_0 \frac{\partial h_z}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (13)$$

方程(12b)可以完全从体系方程(11)和(13)中分离出来.  $t \rightarrow \infty$  时,  $h_y \rightarrow 0$ , 因此  $h_y$  满足扩散方程, 可以忽略其影响.

## 2 理想电导率的例子

对于一个理想导体, 当  $\sigma \rightarrow \infty$  时,  $\nu_H \rightarrow 0$ . 那么通过方程(12a)可以得到  $h_z = -H_0(\partial u / \partial x)$ , 因此在  $\infty$  处不存在扰动, 则方程(13)变为

$$c_1^2(1 + R_H) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (14)$$

其中  $R_H = \frac{\mu_e H_0^2}{\rho c_1^2} = \frac{v_A^2}{c_1^2}$ ,  $c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ ,

$v_A = \sqrt{\mu_e / \rho H_0}$  是介质中的 Alf' ven 波速. 系数  $R_H$  是指外部磁场在导体热-弹性过程中的影响.

引入下列无量纲量:

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad U = \frac{\lambda + 2\mu}{\gamma T_0 l} u, \quad \theta = \frac{T}{T_0}, \quad \eta = \frac{c_1 t}{l}, \quad 1 + R_H = R_M^2,$$

$$c_T^2 = \frac{K^*}{\rho c_v c_1^2} = \frac{c_3^2}{c_1^2}, \quad \epsilon_T = \frac{\gamma^2 T_0}{\rho^2 c_v c_1^2}, \quad \kappa_0 = \frac{\kappa}{l c_1}, \quad \kappa = \frac{K}{\rho c_v},$$

其中,  $\eta$  为无量纲时间,  $l$  为一些标准体长,  $\kappa$  为热扩散率,  $\kappa_0$  为无量纲热扩散率,  $\epsilon_T$  为热弹性耦合常数,  $c_T$  为 G-N 模型中无量纲热波速.

由方程(14)和(11)可得

$$R_M^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \epsilon_T \frac{\partial^3 U}{\partial \xi \partial \eta^2} = c_T^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \kappa_0 \frac{\partial^3 \theta}{\partial \xi^2 \partial \eta}. \quad (16)$$

方程(15)和(16)给出了磁场存在时的阻尼热波的解.

如果  $\kappa_0 \ll c_T^2$  则  $Kc_1/l \ll K^*$ , 意味着如果热传导率比方程(16)得到的传导率的小得多, 则简化为相应的耦合热传送方程:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \epsilon_T \frac{\partial^3 U}{\partial \xi \partial \eta^2} = c_T^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2},$$

其对应于在磁场作用下, 类型 II (G-N 模型 II) 热-弹性的非阻尼热波解 (即没有能量耗散).

## 3 耗散方程与平面波的解

对时谐平面波在  $x$ - 方向的传播, 可以写成

$$U = U_0 \exp[i(k\xi - \omega\eta)], \quad \theta = \theta_0 \exp[i(k\xi - \omega\eta)], \quad (17)$$

其中,  $U_0$  和  $\theta_0$  为振幅常数,  $k$  为波数和  $\omega$  为波的频率. 将平面波的解(17)代入方程(15)和(16), 得到

$$(\omega^2 - R_M^2 k^2) U_0 - ik \theta_0 = 0, \quad (18)$$

$$\epsilon_T ik \omega^2 U_0 + (\omega^2 - c_T^2 k^2 + \kappa_0 i \omega k^2) \theta_0 = 0. \quad (19)$$

消除  $U_0$  和  $\theta_0$  可得耗散方程

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - R_M^2 k^2 & -ik \\ \epsilon_T ik \omega^2 & \omega^2 - c_T^2 k^2 + \kappa_0 i \omega k^2 \end{vmatrix} = 0,$$

简化为

$$k^4 [R_M^2 (c_T^2 - i \omega \kappa_0)] - k^2 (R_M^2 + c_T^2 + \epsilon_T - i \omega \kappa_0) \omega^2 + \omega^4 = 0, \quad (20)$$

方程的根为

$$k_{1,2} = \frac{\omega}{\sqrt{2} R_M (c_T^2 - i \omega \kappa_0)^{1/2}} [R_M^2 + c_T^2 + \epsilon_T - i \omega \kappa_0 \pm \sqrt{\Gamma}]^{1/2},$$

其中  $\Gamma = (c_T^2 - i \omega \kappa_0 - R_M^2)^2 + \epsilon_T^2 + 2\epsilon_T (c_T^2 - i \omega \kappa_0 + R_M^2)$ .

耦合波的相位速度给出如下:

$$V_{E,T} = \frac{\omega}{\operatorname{Re}\{k_{1,2}\}}, \quad (21)$$

因此,  $V_E < V_T$ ,  $V_E$  为慢波速度,  $V_T$  为快波速度.

没有热偶作用 ( $\epsilon_T = 0$ ) 和无电磁影响 ( $R_H = 0$  即  $R_M = 1$ ) 时, 相速度分别简化为统一的 G-N 理论无量纲弹性波速度, 并且  $\operatorname{Re}[(c_T^2 - i \omega \kappa_0)^{1/2}]$ , 其中  $c_T$  为 G-N 理论无量纲弹性热波速度,  $\omega$  为实时波频率,  $\kappa_0$  为无量纲热扩散系数. 因此可以推断  $V_E$ ,  $V_T$  分别为对应的在外磁场  $R_M$ , 热-弹性耦合常数  $\epsilon_T$ , 热扩散系数及 G-N III 的有限热波速度  $c_T$  修正下的弹性波、热波速度. 显然, 理想导电介质中的耦合磁-热-弹性波和 G-N II 理论 (TEWODE) 对比时本质上是耗散的. 在没有外部磁场 ( $R_H = 0$ ) 作用时, 耦合热膨胀波的相速度为

$$v_{1,2} = \operatorname{Re}\left\{\sqrt{2}(c_T^2 - i \omega \kappa_0)^{1/2} / \left\{ [c_T^2 + 1 + \epsilon_T - i \omega \kappa_0 \pm [(c_T^2 - i \omega \kappa_0 - 1)^2 + \epsilon_T^2 + 2\epsilon_T (c_T^2 - i \omega \kappa_0 + 1)]^{1/2}] \right\}\right\}.$$

如果  $\epsilon_T = 0$ , 对于这种材料  $|(c_T^2 - i \omega \kappa_0)^{1/2}| > 1$ ,  $v_1 = 1$ ,  $v_2 = |(c_T^2 - i \omega \kappa_0)^{1/2}|$  时, 表明  $v_1$  对应于修正的弹性膨胀波速度,  $v_2$  对应于修正的热波速度, 且  $v_1 < v_2$ .

## 4 数值结果及讨论

### 例 1

以类铜材料为例, 取  $\epsilon_T = 0.068$ ,  $c_T = 2$ ,  $\omega = 1$ .

当阻尼系数  $\kappa_0 = 0, 5, 10, 15$  时, 图 1 描述了修正的弹性波速  $V_E$  随磁场  $R_M$  的变化情况. 可以发现, 当阻尼系数增大时, 修正的弹性波速随着磁场  $R_M$  的增强而增大; 且在同一阻尼系数数值下, 当  $R_M$  增大到一定值后,  $V_E$  达到一个恒定值后而不再受  $R_M$  变化的影响.

图 2 表明, 随着磁场  $R_M$  的增大,  $V_T$  随着阻尼系数  $\kappa_0$  的增大首先连续缓慢增大, 之后快速增大. 并且, 当  $\kappa_0$  增大到一定值后, 对于全部的  $\kappa_0$ ,  $V_T$  曲线趋于一致.

### 例 2

取  $\epsilon_T = 0.068$ ,  $\omega = 1$ ,  $R_M = 1$  (没有磁场作用).

图 3 表明, 没有阻尼系数作用时,  $V_E$  随着  $c_T$  的增大首先快速增大, 当  $c_T$  达到一定值时  $V_E$  趋于一个稳定值, 与文献 [13] 的结果一致. 其它阻尼系数  $\kappa_0$  作用下的  $V_E$  也对应于趋于一个非零的稳定值.

图 4 指出, 没有阻尼系数作用时,  $V_T$  随着  $c_T$  的增大而线性增大. 但当热扩散系数增大

时,  $V_T$  首先缓慢增大, 之后较快增大.

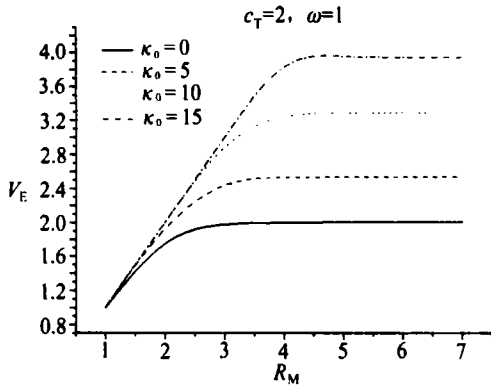


图1 修正的弹性波速  $V_E$  随磁场  $R_M$  的变化

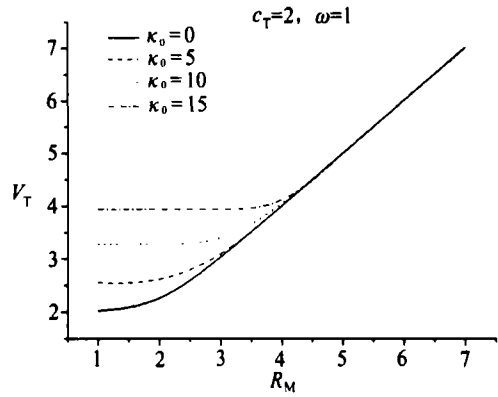


图2 修正的热波速  $V_T$  随磁场  $R_M$  的变化

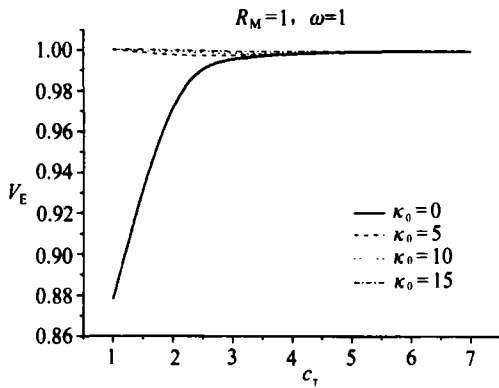


图3 修正的弹性波速  $V_E$  随热波速  $c_T$  的变化

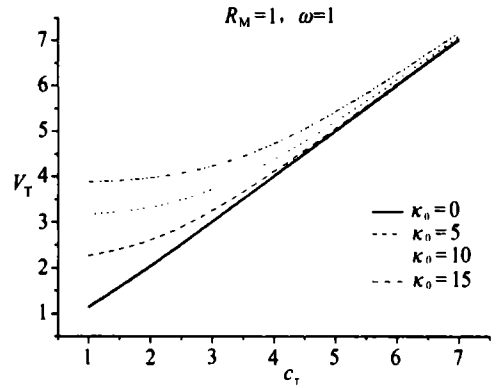


图4 修正的热波速  $V_T$  随热波速  $c_T$  的变化

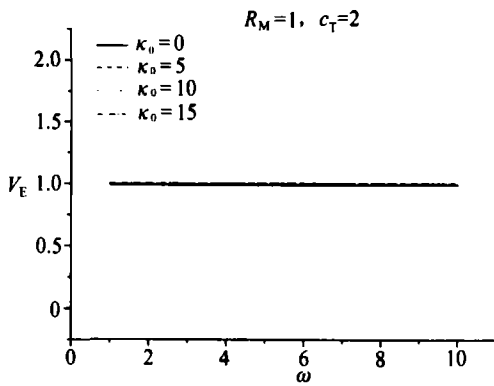


图5 修正的弹性波速  $V_E$  随频率  $\omega$  的变化

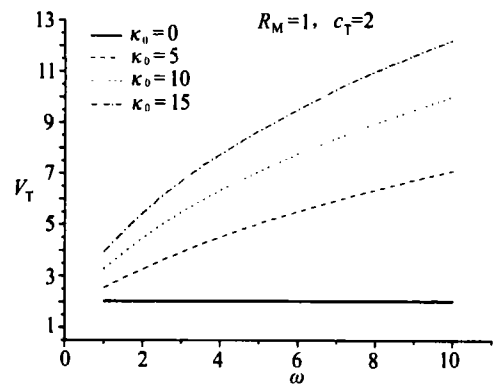


图6 修正的热波速  $V_T$  随频率  $\omega$  的变化

例3

取  $\epsilon_T = 0.068$ ,  $c_T = 2$ ,  $R_M = 1$  (没有磁场作用).

在图5中, 随着  $\omega$  的增大,  $V_E$  保持不变, 这是因为没有阻尼系数的影响, 其与方程(21)的解析解对应.

图6表明,没有热扩散系数影响时,随着波频率 $\omega$ 的增大, $V_T$ 保持不变.有热扩散系数作用且逐渐增大后, $V_T$ 随着 $\omega$ 的增大而增大.

全部的这些图形中,阻尼系数 $\kappa_0$ 为0时的结果与文献[13]的对应结果一致.

## 5 结 论

本文应用考虑热能耗散的广义热-弹性理论(G-N III理论),研究了均匀磁场作用下,无限大理想导电热-弹性固体中波的传播.得到了更一般的带复系数的耦合磁-热-弹性波耗散方程,利用Leguerre方法,在复域中进行了求解.通过结果分析,可得出几个有意义的结论:

- 1) 阻尼系数和磁场会显著影响弹性波速和热波速.
- 2) 没有阻尼系数作用时,有限热波速和波频率对修正弹性波速没有上述影响,但对修正热波速有影响.
- 3) 当阻尼系数减小时,与文献[13]的结果非常接近.

**致谢** 衷心感谢印度加尔各答大学应用数学系 S. C. Bose 教授在本文写作中的热情帮助和悉心指导,同时也对为本文提供宝贵意见的各位学者表示诚挚的谢意.

### [参 考 文 献]

- [1] Lord H W, Shulman Y. A generalized dynamical theory of thermoelasticity[J]. *Journal of Mech Phys Solids*, 1967, 15(5):299-309.
- [2] Green A E, Lindsay K A. Thermoelasticity[J]. *Journal of Elasticity*, 1972, 2(1):1-7.
- [3] Paria G. On magneto-thermo-elastic plane waves[J]. *Proc Cambridge Philos Soc*, 1962, 58(5):527-531.
- [4] Nayfeh A, Nemat-Nasser S. Thermo elastic waves in solids with thermal relaxation[J]. *Acta Mech*, 1971, 12:43-69.
- [5] Nayfeh A, Nemat-Nasser S. Electro magneto-thermo-elastic plane waves in solid with thermal relaxation[J]. *J Appl Mech*, 1972, 39(1):108-113.
- [6] Roychoudhury S K, Chatterjee(Roy) Gargi. A coupled magnetothermo-elastic problem in a perfectly conducting elastic half-space with thermal relaxation[J]. *Internat J Math Mech Sci*, 1990, 13(3):567-578.
- [7] Hsieh R K T. Mechanical modelling of new electromagnetic materials[A]. In: *Proceeding of the IU-TAM Symposium on the Mechanical Modelling of New Electromagnetic Materials*[C]. Stockholm, Sweden, 2-6 April, 1990.
- [8] Ezzat Magdy A. State space approach to generalized magneto thermo elasticity with two relaxation times in a medium of perfect conductivity[J]. *Internat J Engrg Sci*, 1997, 35(8):741-752.
- [9] Ezzat M A, Othman M I, El-Karamany A S. Electromagneto-thermoelastic plane waves with thermal relaxation a medium of perfect conductivity[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2001, 24(5):411-432.
- [10] Sherief Hany H, Yoset Handy M. Short time solution for a problem in magneto thermoelasticity with thermal relaxation[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2004, 27(6):537-559.
- [11] Baksi A, Bera R K. Eigen function expansion method for the solution of magneto-thermoelastic problems with thermal relaxation and heat source in three dimension[J]. *Science Direct, Mathematical and Computer Modelling*, 2005, 42:533-552.
- [12] Green A E, Naghdi P M. Thermoelasticity without energy dissipation[J]. *Journal of Elasticity*, 1993, 31(3):189-208.
- [13] Roychoudhuri S K. Magneto-thermo-elastic waves in an infinite perfectly conducting solid without

- energy dissipation[J]. *J Tech Phys*, 2006, 47(2):63-72.
- [14] Chandrasekharaiah D S. A note on the uniqueness of solution in the linear theory of thermoelasticity without energy dissipation[J]. *Journal of Elasticity*, 1996, 43(3):279-283.
- [15] Chandrasekharaiah D S. A uniqueness theorem in the theory of thermoelasticity without energy dissipation[J]. *Journal of Thermal Stress*, 1996, 19(3):267-272.
- [16] Chandrasekharaiah D S, Srinath K S. Thermoelastic interaction without energy dissipation due to a point heat sources[J]. *Journal of Elasticity*, 1998, 50(2):97-108.
- [17] Roychoudhuri S K, Dutta P S. Thermo-elastic interaction without energy dissipation in an infinite solid with distributed periodically varying heat source[J]. *International Journal of Solid Structures*, 2005, 42(14):4192-4203.
- [18] Green A E, Naghdi P M. On undamped heat waves in an elastic solid[J]. *Journal of Thermal Stress*, 1992, 15(2):251-264.
- [19] Bandyopadhyay N, Roychoudhuri S K. Thermoelastic wave propagation without energy dissipation in an elastic half space[J]. *Bull Cal Math Soc*, 2005, 97(6):489-502.
- [20] Mallik S H, Kanoria M. A two dimensional problem in generalized thermoelasticity for a rotating orthotropic infinite medium with heat sources[J]. *Indian J Math*, 2007, 49(1):47-70.
- [21] Banik S, Mallik S H, Kanoria M. Thermoelastic interaction with energy dissipation in an infinite solid with distributed periodically varying heat sources[J]. *Internat J Pure Appl Math*, 2007, 342:231-246.
- [22] Kar Avijit, Kanoria M. Thermoelastic interaction with energy dissipation in an unbounded body with a spherical hole[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(9):2961-2971.
- [23] Kar Avijit, Kanoria M. Thermoelastic interaction with energy dissipation in a transversely isotropic thin circular disc[J]. *European Journal of Mechanics Solids*, 2007, 26(6):969-981.

## Magneto-Thermo-Elastic Waves in an Infinite Perfectly Conducting Elastic Solid With Energy Dissipation

Payel Das<sup>1</sup>, M. Kanoria<sup>2</sup>

(1. *Netaji Subhash Engineering College, Technocity, Police Para, Panchpota, Garia, Kolkata-700 152, India;*

2. *Department of Applied Mathematics, University of Calcutta, 92 A. P. C. Road, Kolkata - 700 009, West Bengal, India)*

**Abstract:** The generalized theory of thermo-elasticity, i. e., Green and Naghdi (G-N) III theory, with energy dissipation (TEWED) is employed in the study of time-harmonic plane wave propagation in an unbounded, perfectly electrically conducting elastic medium subject to primary uniform magnetic field. A more general dispersion equation with complex coefficients was obtained for coupled magneto-thermo-elastic wave which is solved in complex domain by using Leguerre's method. It is revealed that the coupled magneto-thermo-elastic wave corresponds to modified dilatational and thermal wave propagation with finite speeds modified by finite thermal wave speeds, thermo-elastic coupling, thermal diffusivity and the external magnetic field. Numerical results for a copper-like material are presented.

**Key words:** generalized thermoelasticity; magneto-thermo-elastic wave; energy dissipation