

壁温变化非定常气动加热机理研究*

陈皓, 鲍麟

(中国科学院研究生院空气动力学实验室,北京 100049)

(周哲玮推荐)

摘要: 研究了高超声速平板边界层因壁温时变引发的非定常气动热环境特征及机理。通过近似解析和数值模拟两种手段,得到了壁面热流随时间变化的完整过程。解析手段求解非定常可压缩边界层方程,将非定常响应表达成稳态解加上摄动级数的形式,在初始和最终稳态邻域分别求解,在适当的位置进行拼接,从而得到整个时间域上的解。在满足解析假设的区域,数值结果与解析结果吻合较好,证明了所使用方法的可靠性。结果表明,非定常响应有两点显著特征:在壁温突然增加后短时间内,壁面热流方向改变,热边界层剖面在壁面附近出现了另一个拐点,这种新的剖面形状是典型的非定常特征。但是,高超声速情况下此种非定常响应存在的时间却很短,在考虑长时间气动加热的情况下,若只存在壁面温度时变的诱因,可以忽略流动中的非定常过程,当作准定常情况来处理。

关键词: 非定常气动加热; 高超声速; 壁温时变; 近似解析; 数值模拟

中图分类号: O354.4 **文献标识码:** A

引言

临近空间高超声速飞行器在大气中飞行时会经历严重的气动加热环境。尤其因为其飞行时间较长、轨迹多变,临近空间高超声速飞行器气动加热情况较再入体而言更为复杂。在长时间高超声速飞行中,飞行器会经历不同的高度和 Mach 数,其机动运动、自由来流变化以及时变的飞行器表面温度都有可能引发非定常气动加热环境。Kolodziej^[1]论及高超声速飞行中的非稳态效应,认为非稳态气动加热率(亦即非定常热环境)是确定热防护系统的重要参数;Kontinos^[2]、Quinn 等^[3]的数值结果表明,飞行器表面瞬态温度随时间变化明显,这也是气动加热非定常性的体现。为了能够精确预测气动加热总量和时均加热量,有必要考虑非定常气动加热的新理论。但是,迄今尚未有系统地研究过各种非定常气动加热的特征及机理。本文针对高超声速飞行器表面温度变化引发的非定常气动加热环境,提炼简化模型,利用理论分析与数值模拟两个途径互相验证,对壁温变化引起的非定常气动加热机理及特征作了探索。

本文采用的简化模型为高超声速附着流动。类比于 Stokes 第一问题,讨论壁面温度突然变化而引发的非定常热边界层。在高超声速流动中,此类问题的研究较为少见;然而在不可压

* 收稿日期: 2008-12-04; 修订日期: 2008-12-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90716011)

作者简介: 陈皓(1984—),男,安徽含山人,博士生;

鲍麟(联系人.Tel: +86-10-88256133;E-mail:lbao@gucas.ac.cn).

缩流动中,已有大量工作^[4-10]研究由壁面温度突然改变而引发的非定常热边界层问题。这些工作大致分两种:基于边界层微分方程的数学分析方法^[4-5]和对边界层方程进行差分^[6,8-10]或积分^[7,10]求解的数值解法。两类方法都可以得到非定常热边界层的时间演化,包括短时间($\tau \rightarrow 0$)的解和长时间($\tau \rightarrow \infty$)的解。前一类方法可得到直接的参数关系与数学表达式,但是一般只能对微分方程进行局部分析,并且存在待定的参数^[4];或者所得数学表达式较为繁琐,不够直观^[5]。Riley^[4]研究了壁面附近的非定常热边界层演化,考虑了壁温突变的情况。他通过摄动分析方法,分别得出了短时间和长时间的解,但是在长时间解中存在待定的系数,尚不完整。Harris等^[11]沿用了Riley的方法,处理了由壁面热流突变而引发的非定常热边界层问题,但是仍然没有给出长时间解中指数衰减项前的系数。Chao等^[5]通过Laplace变换方法求解非定常热边界层的相似性方程,分别考虑了壁温突变和壁面热流突变的情况,得到了复杂的级数解,其中短时间的解与Riley的短时间解基本一致。Chao所使用的方法回避了Riley长时间解中存在的待定系数,但是他给出的长时间解的形式更为复杂。后一类方法可以得到完整、直观的边界层演化过程,但只能凭经验拟合半经验半解析公式,拟合出来的参数含义不明显^[6,8-9]。例如,Rebay等^[6]使用差分方法求解了壁温突变和壁面热流突变的例子,根据数值结果拟合了包含指数衰减项的壁面热流系数半解析公式,其衰减项中的时间因子是Pr数的代数多项式形式。这些工作大部分研究的问题初始稳态都是绝热壁情况^[4-5,7-10],只有Rebay等^[6]考虑了初态为传热壁面的情况。此外,上述的工作中,仅有Chao等^[5]简要讨论了可压缩情况下的处理方法。就高超声速流动而言,强可压缩效应使得动量方程和能量方程互相耦合,能量方程中的粘性项不能忽略,这些都给问题的求解增加了困难。目前仅见到Kumari等^[12]数值求解了壁温突变情况下高超声速尖锥在对称平面附近的非定常热边界层,主要关注各种参数作用下壁面量的瞬态变化,并没有讨论最终达到稳态所需的时间尺度。

本文主要探讨在高超声速边界层流动中因壁温变化引发的气动热环境的非定常响应特征和机理,考虑壁温突然变化的极限情况。重点考察壁面气动加热率从初始稳态到最终稳态的过渡过程,分析非定常热边界层的特征时间尺度及其影响因素。近似解析手段求解了非定常可压缩层流边界层方程组,得到了从初始稳态到最终稳态的壁面热流时变过程完整的数学描述,进一步得到了达到最终稳态所需的时间尺度。通过N-S方程数值模拟又得到相应问题的数值解,其结果与解析解具有良好的比对。结果表明,高超声速流动中壁面温度突然变化导致的非定常热边界层响应存在与定常理论不同的特征,但其响应持续时间很短。若考虑长时间气动加热,在只存在壁面温度时变诱因的情况下,可以忽略非定常过程,采用简单的准定常假设。

1 控制方程

模型问题描述如下:高超声速均匀来流中半无穷大零攻角平板,在 $t = 0$ 时刻,已建立了稳定的层流速度边界层与温度边界层。 $t > 0$ 时刻,平板表面温度从 T_{w1} 阶跃至 T_{w2} ,从而导致了非定常热边界层。物理模型和参考坐标系如图1所示,其中 $\rho_\infty, Ma_\infty, T_\infty$ 分别为来流密度、Mach数和温度, T_w 为壁面温度。欲求此时刻后至重新达到定常状态的壁面热流随时间演化的整个过程,所使用的方法为近似解析和数值模拟两种途径。近似解析忽略了高超声速粘性干扰作用,仅求解边界层方程,没有考虑前缘激波的影响;数值模拟直接求解二维非定常可压缩N-S方程。

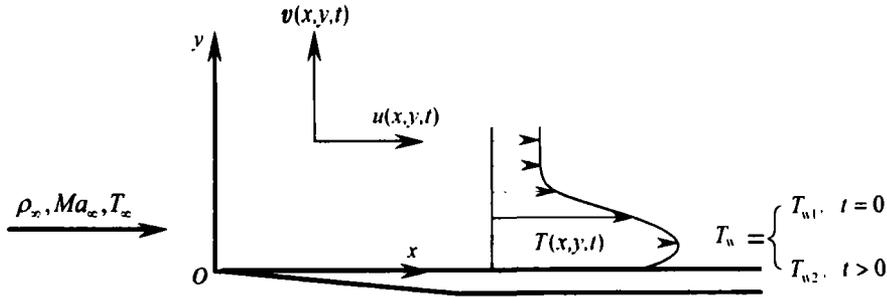


图1 物理模型和参考坐标系

为进行近似解析,首先假定有如下基本假设:

- 1) 边界层外的流动是定常的,沿边界层法向压力为常数,即 $\partial p / \partial y = 0$;
- 2) 忽略高超声速粘性干扰的作用,沿流向压力梯度为0,即 $\partial p / \partial x = 0$;
- 3) Prandtl 数为常数,定压比热容为常数,即 $Pr = C_p \mu / k = \text{const}$, $C_p = \text{const}$;
- 4) 动力学粘性系数与温度成线性关系,即 $\rho \mu / (\rho_\infty \mu_\infty) = C$,其中 C 为 Chapman-Rubensin 常数,可由壁面温度和 Sutherland 定律定义。

近似解析工作控制方程为二维非定常可压缩层流边界层方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2. \quad (3)$$

初始条件 ($t = 0$): $u(x, y, 0), v(x, y, 0), T(x, y, 0)$ 满足相应的二维定常可压缩层流边界层方程。且有

$$u(x, 0, 0) = v(x, 0, 0) = 0, \quad u(x, \infty, 0) = U_\infty;$$

$$T(x, 0, 0) = T_{w1}, \quad T(x, \infty, 0) = T_\infty,$$

其中, U_∞ 为来流速度。

边界条件 ($t > 0$):

$$u(x, 0, t) = v(x, 0, t) = 0, \quad u(x, \infty, t) = U_\infty;$$

$$T(x, 0, t) = T_{w2}, \quad T(x, \infty, t) = T_\infty.$$

在可压缩边界层方程组中,动量方程和能量方程是耦合的。为了利用不可压缩流动中已有的处理方法,可通过一系列变换将方程组解耦。

进行坐标变换

$$X \equiv x, \quad Y \equiv \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy = Y(X, Y, t),$$

并引入流函数 $\psi(x, y, t) = \psi(X, Y, t)$, 使得

$$u = \frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad v = -\frac{\rho_\infty}{\rho} \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy \right),$$

于是动量方程与能量方程解耦,并且在 X, Y 坐标系下,动量方程具有定常的形式,即

$$\psi = \psi(X, Y).$$

引入相似变量 $\eta = Y \sqrt{U_\infty / (C \nu_\infty X)}$, 令 $\psi = \sqrt{C \nu_\infty U_\infty X} f(\eta)$, 代入动量方程及其边界条

件即得 Blasius 方程:

$$\begin{cases} 2f''' + ff'' = 0, \\ f(0) = 0, f'(0) = 0, f'(\infty) = 1. \end{cases} \quad (4)$$

对于较小的 η (壁面附近), Blasius 方程有如下的级数解:

$$f(\eta) = \frac{1}{2} \alpha \eta^2 - \frac{1}{240} \alpha^2 \eta^5 + O(\eta^8), \quad \alpha = f'(0) = 0.332\ 06. \quad (5)$$

对能量方程(3), 引入相似变量 $\tau = U_\infty t/X$, 作变量代换

$$\theta(\eta, \tau) = (T - T_\infty)/(T_{w1} - T_\infty),$$

得

$$(1 - \tau f') \theta_\tau = \frac{1}{2} f \theta_\eta + \frac{1}{Pr} \theta_{\eta\eta} + Ec f''^2, \quad (6)$$

其中

$$Ec = \frac{U_\infty^2}{C_p(T_{w1} - T_\infty)} = (\gamma - 1) Ma_\infty^2 \frac{T_\infty}{T_{w1} - T_\infty}$$

为以初态壁温定义的 Eckert 数, Ma_∞ 的影响由此项体现.

相应的初始条件($\tau = 0$):

$\theta(\eta, 0) = \theta_0(\eta)$ 满足

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2} f \theta'_0 + \frac{1}{Pr} \theta''_0 + Ec f''^2, \\ \theta_0(0) = 1, \theta_0(\infty) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

边界条件($\tau > 0$):

$$\theta(0, \tau) = \frac{T_{w2} - T_\infty}{T_{w1} - T_\infty} = \frac{\Delta T_{w2}}{\Delta T_{w1}} = R, \quad \theta(\infty, \tau) = 0. \quad (8)$$

式(6)至式(8)即构成了近似解析要处理的方程.

CFD 数值模拟控制方程为二维非定常可压缩层流 N-S 方程, 其形式不再赘述.

2 求解方法

本文采用数学分析与数值模拟相结合的方法, 分析壁温突变高超声速平板热边界层, 其中数学分析方法是揭示非定常气动加热影响因素的关键. 采用数学分析方法来处理类似问题的文献不多^[4,5,11], 求解非定常热边界层方程的方法主要是摄动展开^[4,11]与积分变换^[5]两种. 积分变换法得到的解的最终形式繁琐, 不便于讨论参数影响. 在本文工作中, 我们沿用 Riley^[4]的做法, 并进一步解决了摄动解中存在的待定参数问题. 解析手段的核心思想是分别在初始稳态(壁温为 T_{w1} 的热边界层)和最终稳态(壁温为 T_{w2} 的热边界层)邻域将瞬态解表达成对应的稳态解加上摄动项的形式, 最终拼接两者得到整个时间域上的解. 需要指出的是, 在气动热研究中关注的主要参数是壁面热流, 因而本文仅在壁面附近求解方程, 分析壁面气动加热率随时间的演化过程. 由于篇幅所限, 本节略去了大部分推导细节.

2.1 近似解析

可以分别将短时间($\tau \rightarrow 0$)的解和长时间($\tau \rightarrow \infty$)的解写作

$$\theta(\eta, \tau) = \theta_0(\eta) + \theta_1(\eta, \tau), \quad (9)$$

$$\theta(\eta, \tau) = \theta_\infty(\eta) + \theta_2(\eta, \tau), \quad (10)$$

其中, $\theta_0(\eta)$ 和 $\theta_\infty(\eta)$ 分别为初态和终态的稳态解, $\theta_1(\eta, \tau)$ 和 $\theta_2(\eta, \tau)$ 分别表示初态与终态

邻域的摄动。显然, $\theta_0(\eta)$ 和 $\theta_\infty(\eta)$ 均满足定常热边界层方程, 仅在边界条件上有区别, 可解出 $\eta = 0$ 时二者导数如下:

$$\theta'_0(0) \sim -0.3387 Pr^{1/3} \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161 Pr^{-3}}{601\,425} + \dots \right)^{-1} \left(1 - \frac{1}{2} Ec Pr^{1/2} \right), \quad (11)$$

$$\theta'_\infty(0) \sim -0.3387 Pr^{1/3} \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161 Pr^{-3}}{601\,425} + \dots \right)^{-1} \times \left(\frac{T_{w2} - T_\infty}{T_{w1} - T_\infty} - \frac{1}{2} Ec Pr^{1/2} \right). \quad (12)$$

2.1.1 短时间的解, $\tau \rightarrow 0$

将式(9)代入式(6), 根据 $\theta_0(\eta, \tau)$ 满足的方程和定解条件可得 $\theta_1(\eta, \tau)$ 满足的微分方程和相应定解条件:

$$\begin{cases} (1 - \tau f') \frac{\partial \theta_0}{\partial \tau} = \frac{1}{2} f \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta} + \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \eta^2}, \\ \theta_1(\eta, 0) = 0, \theta_1(0, \tau) = R - 1, \theta_1(\infty, \tau) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

在壁温突变后短时间内, 可认为热边界层的演化发生在壁面附近的薄层内, 对流换热仅受近壁处速度分量的影响, 故而 f 可使用式(5)代替。在热边界层初始演化阶段, 热扩散效应占主导, 可取新的无量纲变量 $\zeta = Y/2\sqrt{at} = \sqrt{Pr}\eta/(2\sqrt{\tau})$ 。根据 Riley 的工作^[4], θ_1 有如下的形式:

$$\theta_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \tau^{3n/2} \phi_n(\zeta). \quad (14)$$

最终解得前3项如下:

$$\phi_0 = \frac{2(R-1)}{\sqrt{\pi}} \int_{\zeta}^{\infty} e^{-u^2} du, \quad (15)$$

$$\phi_1 = \frac{\alpha(R-1)}{12\sqrt{\pi} Pr^{1/2}} \left(3\zeta^2 e^{-\zeta^2} + (3\zeta + 2\zeta^3) \int_{\zeta}^{\infty} e^{-u^2} du \right), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 = & \frac{\alpha^2(R-1)}{6\sqrt{\pi} Pr} \left[\left(\frac{53}{80}\zeta + \frac{53}{30}\zeta^3 + \frac{31}{60}\zeta^5 \right) e^{-\zeta^2} - \left(\frac{5}{4}\zeta^4 + \frac{11}{30}\zeta^6 \right) \int_{\zeta}^{\infty} e^{-u^2} du \right] - \\ & \frac{2\alpha^2(R-1)}{15\sqrt{\pi} Pr^2} \left(\frac{1}{8}\zeta + \frac{1}{3}\zeta^3 + \frac{1}{3}\zeta^5 \right) e^{-\zeta^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

若在式(5)中取更多项, 还可以得到更高阶的项。

进一步写出壁面温度梯度:

$$\begin{aligned} \theta'(0, \tau) \sim & -0.3387 Pr^{1/3} \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161 Pr^{-3}}{601\,425} + \dots \right)^{-1} \times \\ & \left(1 - \frac{1}{2} Ec Pr^{1/2} \right) + \frac{T_{w2} - T_{w1}}{T_{w1} - T_\infty} \left(-0.5642 Pr^{1/2} \tau^{-1/2} + \right. \\ & \left. 0.2075 \times 10^{-1} \tau + 0.5182 \times 10^{-3} (6.625 Pr - 1) Pr^{-3/2} \tau^{5/2} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

2.1.2 长时间的解, $\tau \rightarrow \infty$

类似可得 $\theta_2(\eta, \tau)$ 满足的微分方程和相应定解条件:

$$\begin{cases} (1 - \tau f') \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = \frac{1}{2} f \frac{\partial \theta_2}{\partial \eta} + \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \eta^2}, \\ \theta_2(\eta, \infty) = 0, \theta_2(0, \tau) = \theta_2(\infty, \tau) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

方程(19)与 Riley 得到的相应的方程完全一致^[4], 下面直接给出长时间解摄动项的零阶近

似(具体解法可参见 Riely 的文献[4],其中数值参数已重新计算过)。

$$\theta_2(\eta, \tau) = A\tau^{0.404/Pr-1} \exp\left(-\frac{0.4696}{Pr}\tau^3\right) \times \{A_i(2.3381(0.3321\tau\eta - 1)) + O(\tau^{-3})\}, \quad (20)$$

其中, A_i 为 Airy 函数的第 1 个独立解, A 为 Riley 工作中遗留的待定参数, 其值将由此前时刻热边界层的演化决定。同样给出壁面温度梯度:

$$\theta'(0, \tau) \sim -0.3387Pr^{1/3} \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161Pr^{-3}}{601425} + \dots\right)^{-1} \times \left(\frac{T_{w2} - T_\infty}{T_{w1} - T_\infty} - \frac{1}{2}EcPr^{1/2}\right) + 0.5443A\tau^{0.404/Pr} \exp\left(-\frac{0.4696}{Pr}\tau^3\right). \quad (21)$$

2.1.3 待定参数 A 的确定

如前所述, 待定参数 A 的值应由此前时刻边界层的演化决定。我们通过壁面温度梯度的解(18)和(21)来确定 A 。比较此 2 式可知, 若取 $A = a(T_{w2} - T_{w1}) / (T_{w1} - T_\infty)$ (a 为待定系数), 则 a 可由以下两个函数决定:

$$f_1(\tau) = -0.5642Pr^{1/2}\tau^{-1/2} + 0.2075 \times 10^{-1}\tau + 0.5182 \times 10^{-3}(6.625Pr - 1)Pr^{-3/2}\tau^{5/2}, \quad (22)$$

$$f_2(\tau) = -0.3387Pr^{1/3} \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161Pr^{-3}}{601425} + \dots\right)^{-1} + 0.5443a\tau^{0.404/Pr} \exp\left(-\frac{0.4696}{Pr}\tau^3\right). \quad (23)$$

Van Dyke^[13]首先研究了级数(22)的收敛性质。利用计算延伸法, Van Dyke 给出了 $Pr = 1$ 情况下前 37 项的系数, 发现这个级数只在有限的半径内收敛($\tau < 1$), 在 $\tau = 1$ 处存在本性奇点。这样我们就无法通过式(22)与(23)的匹配来定出 a 。然而, 可以选取一个适当的 τ_1 , 使得在此处 $f_1(\tau_1) = f_2(\tau_1)$ (即 $\theta'(0, \tau)$ 在 τ_1 处连续), 从而可以定出常数 a 。经计算, 在空气可能的 Pr 数取值范围内($0.6 \leq Pr \leq 1.0$), 近似取 $a \approx -0.865$ 是恰当的。给出 $f_1(\tau)$ 和 $f_2(\tau)$ 的图线如图 2 所示。

应当说明, 由于 $f_1(\tau)$ 的收敛半径有限, 这种做法在数学上是不严格的。所幸数值计算的结果验证了拼接的近似解析解具有足够的可靠性。事实上, 这种不严格的做法并非完全无效, 也并非没有先例, Blasius 在求解平板边界层相似性方程的时候就使用了拼接的做法。另一个可能存在的问题 $f_1(\tau)$ 的级数应该取多少项才合适。Harris 等^[11]研究过类似的级数, 他们使用 Van Dyke 提出的计算延伸法, 给出一个类似级数的 1, 3, 5, 7, 9, 11 项图线, 并试图通过 Shanks 变换来改进级数的收敛性和适用范围。然而, 由于本性奇点的存在, Shanks 变换并没有带来任何显著的改进, 更多项的变换甚至使结果变坏; 并且, Harris 等给出的图线表明, 多于 3 项的级数解结果反而变差, 这同样是由于存在本性奇点的原因。鉴于此, 本文在拼接时仅使用了 $f_1(\tau)$ 的 3 项近似, 经数值

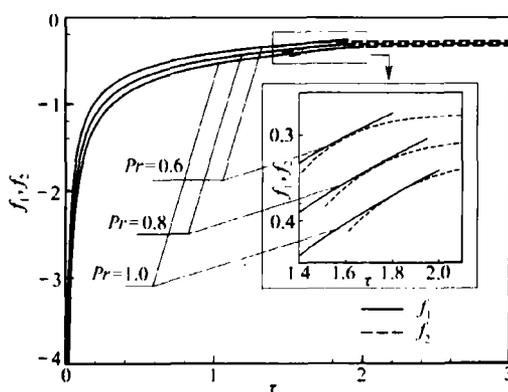
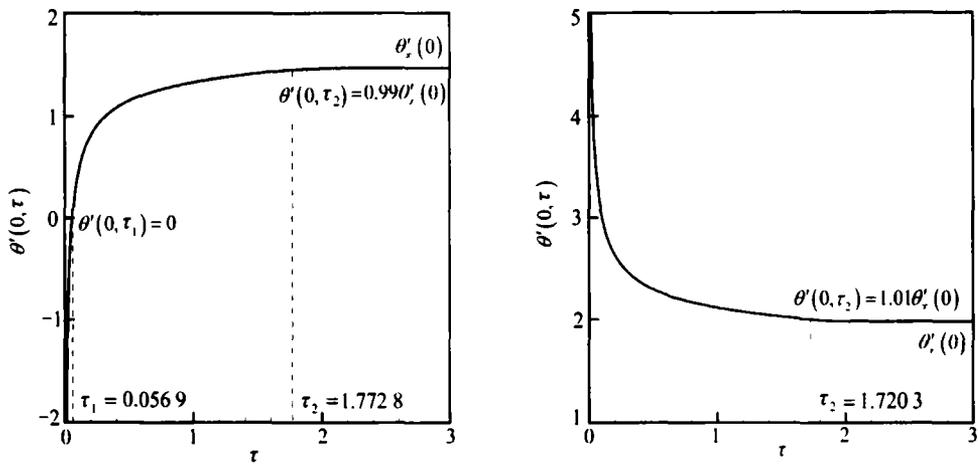


图 2 不同 Pr 数情况下 $f_1(\tau)$ 与 $f_2(\tau)$ 的拼接曲线

模拟结果验证具有良好的精度。

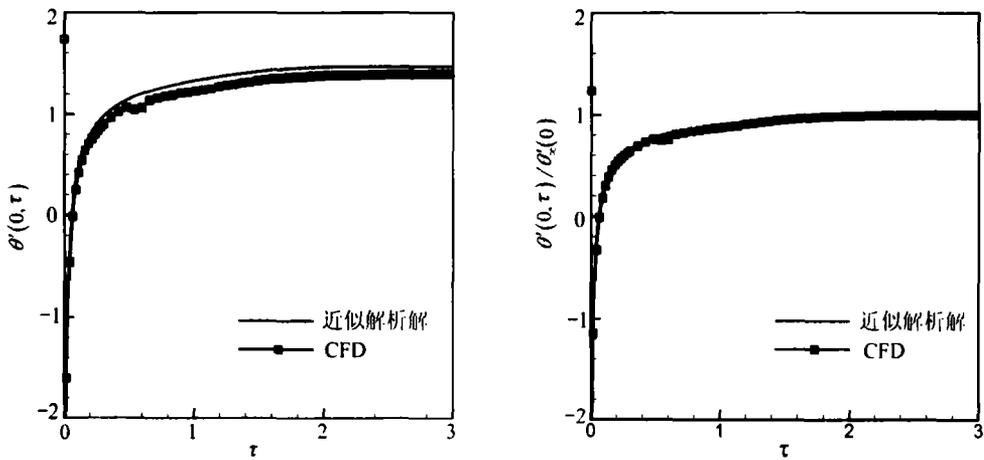
2.2 数值模拟

我们又通过数值模拟手段来研究模型问题,与近似解析方法相互校验.使用隐式双时间步法求解二维非定常可压缩 N-S 方程,外层物理时间采用六步四阶的 ESDI-RK 格式^[14],内层计算时间采用隐式混合通量法^[15]. ESDI-RK 是一类高时间精度的隐式 Runge-Kutta 格式,其特点是首步显式,具有单一的主对角线系数. ESDI-RK 具有高精度、高计算稳定性的特点,在进行高精度计算时,达到同等精度所需的工作量低于二阶 Euler 后差格式. 其具体形式请参考文献^[14]. 空间计算格式为带各向异性熵修正函数的二阶迎风 TVD 格式^[16]以及 AUSM⁺ 格式^[17]. 计算程序经过时间步长、网格无关性以及空间格式校验. 改进了的熵修正函数使得迎风 TVD 格式具有良好的粘性计算能力,在本文数值模拟中,采用不同的空间格式对结果影响甚微,因而仅给出 TVD 格式的计算结果. 计算在 221×101 的网格上进行,在前缘和壁面处局部加密,法向网格最小尺寸为 0.0001 .



(a) 温度突增情况 (b) 温度突降情况

图3 壁面温度梯度随时间的演化(近似解析结果)



(a) 没有归一化 (b) 归一化结果

图4 壁面温度梯度随时间的演化(CFD 计算)

3 结果与分析

现在可基于近似解析解及数值模拟结果来讨论壁温突变非定常气动加热的特征和机理,所关心的是壁面热流随时间的演化规律以及最终达到稳态所需要的时间尺度。举一个典型例子:海拔 40 km 大气条件下来流 Mach 数 7.5 的平板边界层流动,初态壁温为 600 K。考察两种壁温突变情况:壁温突增至 900 K 和突降至 300 K。图 3 给出了由近似解析解得到的壁面温度梯度 $\theta'(0, \tau)$ 的图线。若定义热流向壁面内传播为正号,壁面温度梯度 $\theta'(0, \tau)$ 与壁面热流只相差一个正的比例系数,因而可以根据 $\theta'(0, \tau)$ 来讨论气动加热情况。

作为对照,图 4 给出同一例子壁面温度突增情况的 CFD 计算结果,并与近似解析解对比。所取站位 $x = 0.4$ m 离前缘较远,此处粘性干扰作用已经可以忽略。需要说明的是,由于近似解析手段为了简化问题而作了一些假设,其结果与 CFD 计算结果难免存在差别,见图 4(a)。然而,两者计算结果仅在幅值上略有差异,这也说明了近似解析所做假设的合理性。使用两种方法各自计算出来的终态 $\theta'_\infty(0)$ 对图线进行归一化后发现,近似解析解所得到的非定常响应与数值模拟结果符合得非常好,见图 4(b),这证明本文的求解方法是可靠的。

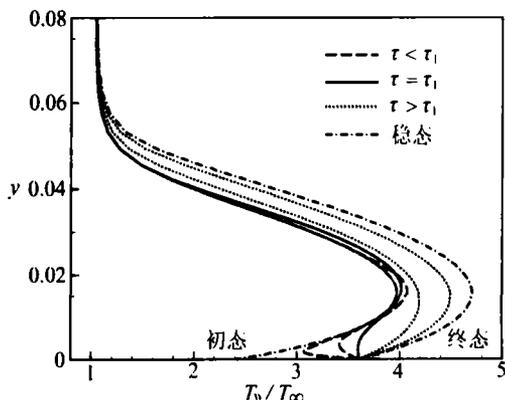


图 5 $x = 0.4$ m 处边界层温度剖面随时间的演化(CFD 计算)

由图 3 及图 4 可见,壁面温度突变后气动加热的非定常演化可分为两个时段:突变后短时间内壁面热流的急剧变化段和趋向于稳态的缓慢变化段。在壁温突增条件下,短时间的传热出现了新的状况,在 τ_1 时刻之前, $\theta'(0, \tau)$ 为负值。这表明此时壁面温度超过附近流体的温度,热流由壁面传向流体。CFD 计算得到的热边界层剖面演化如图 5 所示。在 τ_1 时刻之前,热边界层在壁面附近出现了新的拐点,此种温度剖面的形状并不存在于定常理论中,是典型的非定常特征。

τ_1 的值可由短时间解(18)定出,近似有

$$\tau_1 \approx 2.774 \cdot 8 \left(\frac{T_{w2} - T_{w1}}{T_{w1} - T_\infty} \right)^2 \left(\frac{1}{2} Ec Pr^{1/2} - 1 \right)^{-2} Pr^{1/3} \times \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161 Pr^{-3}}{601 \cdot 425} + \dots \right)^2. \quad (24)$$

定义 $\theta'(0, \tau)$ 达到最终稳态所需的时间为非定常热边界层的时间尺度。近似认为 $\theta'(0, \tau)$ 满足 $|\theta'(0, \tau) - \theta'_\infty(0)| \leq 0.01 \theta'_\infty(0)$ 时,热边界层已趋于定常。将长时间解(21)代入,解出达到最终定常状态所需时间 τ_2 为

$$\tau_2 \approx (10.507 \cdot 7 Pr - 2.129 \cdot 4 Pr \ln f - 0.358 \cdot 2 + 0.286 \cdot 8 \ln(36.642 \cdot 4 Pr - 7.425 \cdot 7 Pr \ln g - 1.249 \cdot 1))^{1/3}, \quad (25)$$

其中

$$g = \frac{T_{w1} - T_\infty}{|T_{w2} - T_{w1}|} Pr^{1/3} \left(1 + \frac{Pr^{-1}}{45} - \frac{Pr^{-2}}{405} + \frac{161 Pr^{-3}}{601 \cdot 425} + \dots \right)^{-1} \times$$

$$\left(\frac{1}{2} Ec Pr^{1/2} - \frac{T_{w2} - T_{\infty}}{T_{w1} - T_{\infty}} \right).$$

根据图3及图4,壁面温度突变显著改变了非定常过渡过程的瞬态壁面热流,因而有必要探讨非定常效应对气动加热总量的影响.显然,在计算气动加热总量时,若非定常时间尺度 τ_1, τ_2 和总加热时间可以相比拟甚至更大,则必需考虑非定常效应,反之则可以忽略非定常过程.在一定海拔高度下(来流大气参数确定),式(24)和(25)中的主要影响参数是初态壁温 T_{w1} 、壁温突变幅值 ΔT_w 以及来流Mach数 Ma_{∞} (隐含在 Ec 中).仍选取前述海拔40 km大气条件下平板边界层流动的例子,图6给出了单独改变其中一种参数对非定常热边界层特征时间尺度的影响.由于高超声速飞行中飞行器一直受到气动加热,壁温突增情况更具有实际意义,下面仅列举壁温突增情况的结果.

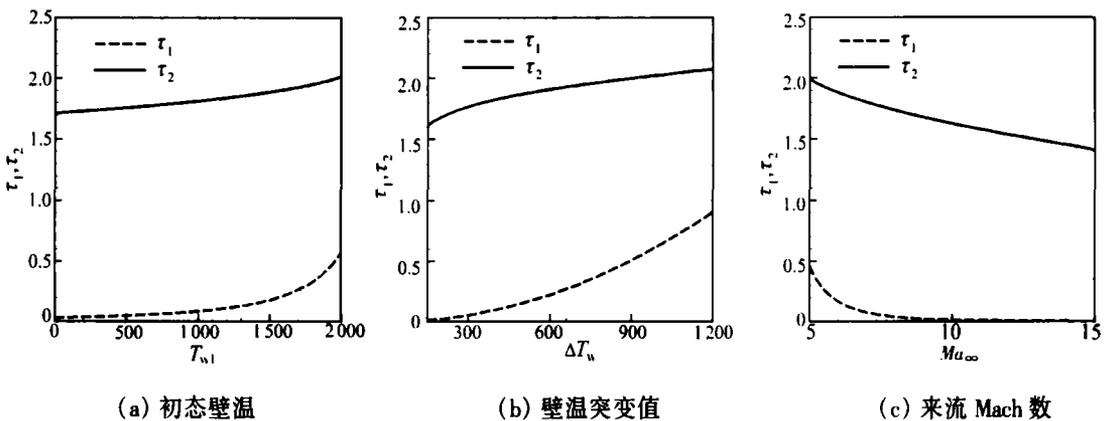


图6 不同参数对特征时间尺度的影响

由图6可见 τ_1 受参数影响较为剧烈,当 $T_{w1}, \Delta T_w$ 较小时 τ_1 趋向于0,热边界层剖面在壁面附近的拐点迅速消失,热边界层恢复成类似定常的剖面形状.而在所选取的参数变化范围内, τ_2 变化则相对缓慢,其值也仅在1.7左右.实际上,在前面的分析中我们取无量纲时间参数为 $\tau^* = X/U_{\infty}$,由于在高超声速流动中 U_{∞} 通常都很大,而在所研究的问题中 X 一般只具有中等大小的值,从而 τ^* 一般来说很小.因此 τ_2 对应的有量纲时间更小,以至于若考虑长时间气动加热过程,如此短时间的非定常响应往往可以忽略.在前面所讨论的例子中,考虑1 m长的平板,其非定常响应持续的时间也仅有约0.75 ms,完全可以忽略.这意味着在预测长时间气动加热总量时,现有的准定常预测理论仍可以应用.

4 结 论

本文研究了非定常高超声速平板边界层流动在壁温突变情况下的非定常响应.通过解析和数值两种手段,得到了壁面热流随时间变化的完整过程,其非定常响应有两点显著特征:

1) 在壁温突然增加后短时间内,壁面热流方向改变,热边界层剖面在壁面附近出现了另一个拐点.这种新的剖面形状是典型的非定常特征,其存在的时间随来流壁温与壁温突变值的升高而增加,而随来流Mach数的升高而降低.

2) 计算了达到最终定常状态所需的时间后发现,高超声速情况下非定常响应存在的时间却很短,在很大的参数范围内只有约1.7个无量纲时间.虽然本文只研究了壁温突变这一极限情况,但容易推论一般的壁温时变情况其非定常响应不会超过突变的极限情况.由于高超

声速情况下所取的无量纲时间本身就很小,考虑长时间气动加热的情况下,若只存在壁面温度时变的诱因,可以忽略流动中的非定常过程,而当作准定常情况来处理。

本文所研究壁温时变情况仅是高超声速飞行器气动热环境诸多非定常诱因中的一种。其他诱因如飞行器机动运动、自由流环境时变对气动加热的影响,以及这些参数联合作用的影响,尚待进一步考察。较之边界层型附着流动,高超声速流动中常见的分离-再附流动更为复杂,此类流动的非定常热环境特征也是下一步工作需要关注的内容之一。

致谢 本文工作是在童秉纲院士的悉心指导下完成的。作者还要感谢中国航天空气动力技术研究院姜贵庆研究员和艾邦成高工的大力帮助。

[参 考 文 献]

- [1] Kolodziej P. Aerothermal performance constraints for hypervelocity small radius unswept leading edges and nosetips, NASA-TM-11204[R]. NASA, 1997.
- [2] Kontinos D. A coupled fluid-, structural-heating analysis method for metallic thermal protection panels, AIAA-1996-1808[R]. AIAA, 1996.
- [3] Quinn R D, Gong L. A method for calculating transient surface temperatures and surface heating rates for high-speed aircraft, NASA-TP-2000-209034[R]. NASA, 2000.
- [4] Riley N. Unsteady heat transfer for flow over a flat plate[J]. *J Fluid Mech*, 1963, 17(1): 97-104.
- [5] Chao B T, Cheema L S. Unsteady heat transfer in laminar boundary layer over a flat plate[J]. *Internat J Heat Mass Transfer*, 1968, 11(9): 1311-1324.
- [6] Rebay M, Padet J. Laminar boundary-layer flow over a semi-infinite plate impulsively heated or cooled[J]. *Eur Phys J AP*, 1999, 7(3): 263-269.
- [7] Polidori G, Padet J. Transient laminar forced convection with arbitrary variation in the wall heat flux [J]. *Heat and Mass Transfer*, 2002, 38(4/5): 301-307.
- [8] Cheng W T, Lin H T. Non-similarity solution and correlation of transient heat transfer in laminar boundary layer flow over a wedge[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2002, 40(5): 531-548.
- [9] Rebay M, Padet J. Transient laminar forced convection from a wedge flow[J]. *Internat Comm Heat Mass Transfer*, 2004, 31(4): 537-548.
- [10] Padet J. Transient convective heat transfer[J]. *J Braz Soc Mech Sci & Eng*, 2005, 27(1): 74-96.
- [11] Harris S D, Ingham D B, Pop I. Transient boundary-layer heat transfer from a flat plate subjected to a sudden change in heat flux[J]. *Eur J Mech B-Fluids*, 2001, 20(2): 187-204.
- [12] Kumari M, Nath G. Transient laminar compressible boundary layers over a permeable circular cone near a plane of symmetry[J]. *Internat J Heat Mass Transfer*, 2005, 48(13): 2771-2778.
- [13] Van Dyke M. Computer extension of perturbation series in fluid mechanics[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1975, 28(3): 720-734.
- [14] Bijl H, Carpenter M H, Vasta V N, et al. Implicit time integration schemes for the unsteady compressible Navier-Stokes equations: laminar flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 179(1): 313-329.
- [15] 张涵信. 求解气动方程的高阶精度格式及其相关问题[A]. 见: 全国计算流体力学会议组委会、北京空气动力研究所 编. 计算流体力学研究进展: 第七届全国计算流体力学会议论文集[C]. 1994, 1-8.
- [16] 周伟江, 姜贵庆. 迎风 TVD 格式在粘性流计算中的应用研究与改进[J]. 计算物理, 1999, 16(4):

401-408.

- [17] Liou M S. A sequel to AUSM, part II : AUSM⁺-up for all speeds[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 214(1): 137-170.

Mechanism of Unsteady Aerodynamic Heating With a Sudden Change in Surface Temperature

CHEN Hao, BAO Lin

(*Aerodynamics Laboratory, Graduate University of CAS, Beijing 100049, P. R. China*)

Abstract: The characteristics and mechanism of the unsteady aerodynamic heating of a transient hypersonic boundary layer caused by a sudden change in surface temperature was studied, the complete time history of wall heat flux was presented by both analytical and numerical approaches. With analytical methods, the unsteady compressible boundary layer equation was solved. In the neighborhoods of initial and final steady state, the transient response can be expressed by a steady-state solution plus a perturbation series, respectively. By patching these two solutions, the complete solution in the entire time domain was achieved. In the region where the assumptions of analytical approach are satisfied, the numerical and analytical results were matched well, proving the reliability of the methods. The result showed two distinct features of the unsteady response. In the short period just after a sudden increase in the wall temperature, the direction of the wall heat flux reverted, a new inflexion near the wall arose in the profile of the thermal boundary layer, which is a typical unsteady characteristic. However, these unsteady responses only exist in a very short period in hypersonic flows, which means that, in a long-term aerodynamic heating process considering only unsteady surface temperature, the unsteady characteristics of the flow can be ignored and the traditional quasi-steady aerodynamic heating prediction methods are still valid.

Key words: unsteady aerodynamic heating; hypersonic; unsteady surface temperature; approximate analysis; numerical simulation