应用数学和力学, 第 29 卷 第 2 期
2008 年 2 月 15 日出版

Applied Mathematics and Mechanics
Vol. 29, No. 2, Feb. 15, 2008

文章编号: 1000-0887(2008) 02-0228-07

应用数学和力学编委会, ISSN 1000-0887

一个椭圆型方程组的非负解的分支

杨　明,　石佩虎

(东南大学 数学系, 南京 210096)

(李继彬推荐)

摘要:　考虑了 1 个源于扩散捕食模型的非线性椭圆型方程组　将猎物的增长率作为分支参数, 通过运用无穷远处的分支理论、局部分支理论以及整体分支理论, 得到了使方程组的非平凡解存在的参数范围

关　键　词:　分支;　正解的结构;　椭圆型方程组

中图分类号:　O175.26　　　文献标识码:　A

引　　言

本文研究了如下方程组

$$\begin{cases} - \quad u = au + f(u) - \dfrac{cuv}{1+ \ mu}, & x \quad , \\ - \quad v = bv + g(v) + \dfrac{duv}{1+ \ mu}, & x \quad , \\ u = v = 0, & x \end{cases} \tag{1}$$

的非负解, 其中　是R^N 中的 1 个具有光滑边界的有界区域, a、b 是可以取负数的常数, c、d、m 是正的常数, 函数f, g　$C^1([0,\quad))$ 满足如下条件:

(A1) $f(s), g(s) > 0$ 对于 $s > 0$, $f(0) = g(0) = 0$, $f\ (0) > 0$, $g\ (0) > 0$,

$$\lim_{s} \frac{f(s)}{s} = \lim_{s} \frac{g(s)}{s} = 0;$$

(A2) $\left(\dfrac{f(s)}{s}\right)$, $\left(\dfrac{g(s)}{s}\right) < 0$,　　s　$(0,\quad)$

方程组(1) 模拟了 1 个捕食模型的平衡状态, 其中居住在栖息地　中的猎物和食物的密度函数分别是$u(x)$ 和 $v(x)$　齐次 Dirichlet 边值条件意味着对于这两个种群来说, 它们的栖息地　周围是敌对环境　模型中的$uv/(1+ \ mu)$ 项被称为Holling-Tanner 反应项, 文献[1-4] 给出了详细的背景知识　文献[5] 中, Guo 和 Gao 利用无穷远处的分支理论和单调性方法研究了 $m = 0$ 时的竞争模型

本文将参数 b 作为分支参数并假设其它参数不变　我们主要研究将 b 作为分支参数时方程组(1) 解的结构

收稿日期:　2007-08-20;　修订日期:　2008-01-09

基金项目:　国家自然科学基金资助项目(10471022); 教育部重大(重点) 资助项目(104090)

作者简介:　杨明(1979　) , 男, 江苏东台人, 讲师, 硕士(联系人. E-mail: mathyangming@ 163. com) .

为了后面的研究, 首先我们需要引入一些记号和基本结论　对每个函数 q 　 $C(\ \ )$, 下面的线性特征值问题

$$-\ \ u + qu = \ \ u, \quad x \quad ,\ u = 0, \quad x$$

的所有特征值构成一个无穷序列且该序列有下界　记第 i 个特征值为 $_i(q)$　容易知道 $_1(q)$ 是 1 个简单特征值而且其对应的特征函数在　中不变号　当 q 　0 时, 将 $_i(0)$ 简记为 $_i$　此外, 记 $_1$ 对应的特征函数为 $_1$, 并将 $_1$ 单位化 $\quad_1\quad = 1$ 且让 $_1$ 在　中恒正　利用特征值的变分性质, 可以证明映射 q 　 $_1(q)$ 从 $C(\ \ )$ 到 **R** 是连续的且在如下的意义下是严格递增的, 即 q_1 　 q_2 和 q_1 　 q_2 可以推出 $_1(q_1) > \ _1(q_2)$

我们还需要用到如下的半线性椭圆型方程的一些结论,

$$\begin{cases} -\ \ u + qu = au + f(u), & x \quad , \\ u = 0, & x \end{cases} \tag{2}$$

由 Guo 和 Gao(文献[5] 引理 2. 1) 的研究结果, 我们知道当 a 　 $_1(q) - f\ (0)$ 时, $u = 0$ 是方程组(2) 的唯一的非负解; 当 $_1(q) - f\ (0) < a < \ _1(q)$ 时, 方程组(2) 有唯一的正解 $_a$; 而当 a 　 $_1(q)$ 时, 方程组(2) 没有正解　此外从区间($_1(q) - f\ (0),\ _1(q)$) 到函数空间 $C_0^1(\ \ )$ 的映射 $_a$ 是单调递增且连续的, 并且当 a 　 $_1(q)$ 时, 在 $C_{loc}(\ \ )$ 中 $_a$ 　　当 $q = 0$ 时, 记 $_a$ 为 u_a　为了方便, 我们按下述方式拓展 u_a 的定义:

$$u_a = \begin{cases} 0, & a \quad _1 - f\ (0), \\ u_a, & _1 - f\ (0) < a < \ _1, \\ \ \ , & a \quad _1 \end{cases}$$

由上面的知识我们容易分析出下面的结论　对任意的 b, 问题(1) 都有 1 个零解分支 $S_0 = \left\{ (b, 0, 0): b \quad \mathbf{R} \right\}$. 当 b 经过 $_1 - \ g\ (0)$ 时, 从 S_0 分叉出一个半平凡解分支 $S_1 = \left\{ (b, 0, v_b): \ _1 - \ g\ (0) < \ b < \ _1 \right\}$　在下文中我们假设 $_1 - f\ (0) < a < \ _1$, 从而方程组(1) 还有 1 个半平凡解分支 $S_2 = \left\{ (b, u_a, 0): b \quad \mathbf{R} \right\}$　在第 1 节中, 我们利用无穷远处的分支理论(参见文献[6]) 来研究方程组(1)　在第 2 节中, 我们用局部分支和整体分支理论(参见文献[7-9]) 来获得关于方程组(1) 非负解的集合的更多细节信息

1　无穷远处的分支

在问题(1) 的第 1 个方程中固定函数 v, 并考虑如下的 3 个方程:

$$-\ \ u = au + f(u), \quad x \quad ,\ u = 0, \quad x \quad , \tag{3}$$

$$-\ \ u = au + f(u) - \frac{cvu}{1 + \ mu}, \quad x \quad ,\ u = 0, \quad x \quad , \tag{4}$$

$$-\ \ u = au + f(u) - (cv)u, \quad x \quad ,\ u = 0, \quad x \tag{5}$$

容易看出方程(4) 被夹在方程(3) 和(5) 之间　因而利用上下解方法, 可以得到方程(4) 有解　我们记方程(4) 的解为 $u(v)$　用文献[5] 中引理 2. 3 相似的方法, 我们得出如下关于解 $u(v)$ 的 1 个结论

引理 **1. 1**　令 $u_n := u(n)$, 则当 n 　　时, u_n 在 $W_0^{1,2}(\ \ )$ 中弱收敛且在 $L^p(\ \ )(\ \ p > 1)$ 中强收敛到 0

证明　事实上, 取 v 在　中恒为 n, 则由上下解方法得 0 　 $u_n < \ u_a$　因而　 u_n 　　 C 另一方面因为

$$- \quad u_n = au_n + f(u_n) - \frac{cnu_n}{1+ \ mu_n} \quad au_n + f(u_n),$$

可得

$$| \quad u_n|^2 dx \quad |a| \quad u_n^2 dx + \quad f(u_n) u_n dx \quad C$$

因而$\left\{u_n\right\}$在$W_0^{1,2}(\quad)$中有界 从而u_n的1个子列(仍记为u_n)在$W_0^{1,2}(\quad)$弱收敛且在$L^2(\quad)$中强收敛到某个函数$u \quad W_0^{1,2}(\quad)$ 注意到 $u_n \quad C$, 所以u_n在$L^2(\quad)$中收敛到u, 可以推出u_n在$L^p(\quad)(p > 1)$也收敛且$0 \quad u \quad C$ 又因为

$$_1\left(\frac{cn}{1+ \ mu_n}\right) - f(0) \quad _1\left(\frac{cn}{1+ \ mC}\right) - f(0) \quad (n \quad),$$

且 $_1 - f(0) < a < \ _1$, 所以当 n 充分大时, 我们有

$$a < \ _1\left(\frac{cn}{1+ \ mu_n}\right) - f(0),$$

故$u_n \quad 0$, 得证

注 1.1 与引理1.1的证明类似, 我们可以证明, 存在1个充分大的正数M使得在 中$v \quad M \ _1$, 则$u(v) \quad 0$ 利用这个结论, 容易看到如果(b, u, v)是问题(1)的1个非负的非平凡解, 则 $v \quad M$

现在我们考虑方程组(1)中的第2个方程 定义$G(v) := g(v) + du(v)v/(1+ mu(v))$ 由引理1.1和条件(A1)得, $\lim_v \quad G(v)/v = 0$ 利用Rabinowitz在文献[6]中的关于无穷远处分支的结果可知, 从点$(\ _1, \quad)$分叉出1个非平凡解分支 $\mathbf{R} \quad C_0^1(\quad)$, 而且这个分支和$\mathscr{R} = \left\{(b, 0): b \quad \mathbf{R}\right\}$相交 与文献[5]中引理2.1类似的讨论可得, 对于(b, v) 有$v \quad 0$ 对于分支 中的任何靠近点$(\ _1, \quad)$的(b, v), 我们有$v \quad M \ _1$(见文献[6]) 从而推出分支 落在点$(\ _1, \quad)$的左边, 并且存在1个常数 $(\ _1 - g(0) < \quad < \ _1)$使得当 $< b < \ _1$时有$u(v) \quad 0$, 即$v = v_b$ 此外分支 和$\mathscr{R}$的交点为点$(\ _0, 0)$, 其中

$$_0 = \ _1(- du_a/(1+ mu_a)) - g(0)$$

综上所述, 我们可以得到如下定理

定理 1.1 方程组(1)有1个从点$(\ _1, 0, \quad)$分叉出来的非负解分支 , 这个分支与S_2相交于点$(\ _0, u_a, 0)$ 此外, 存在1个常数 $(\ _1 - g(0) < \quad < \ _1)$使得当 $< b < \ _1$时方程组(1)没有非平凡解

注 1.2 与文献[5]中的分析类似, 我们可以得到, 如果(b, u, v)是方程组(1)的1个非负的非平凡解, 那么 $_0 < b$

2 局部分支与整体分支

在本节中, 我们利用局部分支和整体分支理论证明了方程组(1)有1个连接分支S_1和S_2的非平凡解的连续统(即在此连续统上u和v都是恒正的)

容易看到映射: $: b \quad _1(cv_b) - f(0)$是连续的, 单调递增的, 并且 $(\ _1 - g(0)) = \ _1 - f(0)$, $(\ _1) = $ 因而对于 $_1 - f(0) < a < \ _1$, 存在唯一的$b_0 \quad (\ _1 - g(0), \ _1)$使得 $(b_0) = a$ 与文献[1]类似, 我们利用Crandall和Rabinowitz在文献[7]中关于简单特征值的结果, 来证明点$(b_0, 0, v_{b_0})$是S_1分支点

记$U = u$, $V = v - v_b$, 容易看到(u, v)是方程组(1)的非负解当且仅当$U \quad 0$, $V \quad 0$并

且(U, V)满足

$$\begin{cases} - \quad U = aU + f\ (0)U - cv_bU + F(b, x, U, V), \\ - \quad V = bV + g\ (v_b)V + dv_bU + G(b, x, U, V), \end{cases} \tag{6}$$

其中

$$F(b, x, U, V) = f(U) - f\ (0)U + \left[cv_bU - \frac{cU(V + v_b)}{1 + mU}\right],$$

$$G(b, x, U, V) = g(V + v_b) - g(v_b) - g\ (v_b)V + \left[\frac{dU(V + v_b)}{1 + mU} - dv_bU\right]$$

定义 F: $\mathbf{R}\quad C^1(\quad)\quad C^1(\quad)\quad C^1(\quad)$ 为

$$[F(b, U, V)](x) = F(b, x, U(x), V(x)),$$

对于G可类似地定义G　容易看出F和G是连续的并且它们的Fr chet导数$F_{(U,V)}(b, 0, 0)$和$G_{(U,V)}(b, 0, 0)$为0

由式(6),我们按下述方式定义 T: $\mathbf{R}\quad C^1(\quad)\quad C^1(\quad)\quad C^1(\quad)\quad C^1(\quad)$,

$$\begin{aligned} T(b, u, v) = &((a + f^c(0))Ku - cK(v_bu) + KF(b, u, v), \\ &bKv + K(gc(v_b)v) + dK(v_bu) + KG(b, u, v)), \end{aligned} \tag{7}$$

其中K是在齐次Dirichlet边界条件下$-\$$算子的逆算子1　令$H = I - T$1　如果$\mathrm{K}_1 - gc(0)$ [$b < \mathrm{K}_1$,则可以知道到H是1个C^1函数且满足$H(b, 0, 0) = 0$1　直接计算,我们得到

$$H_{(u,v)}(b, 0, 0)(<, W) = \left(<-(a + f^c(0))K< + cK(v_b<),\ W - bKW - K(gc(v_b)W) - dK(v_b<)\right)1 \tag{8}$$

引理2.1　令线性算子$L = -\$ - b - gc(v_b)$,则$L$的所有特征值都是严格正的1

证明　因为

$$-\$v_b - \left(b + \frac{g(v_b)}{v_b}\right)v_b = 0, \qquad x\ I\ 8,\ v_b = 0, \qquad x\ I\ 58,$$

所以v_b是算子$-\$ - b - g(v_b)/v_b$的对应于特征值0的正的特征函数,从而$\mathrm{K}_1(-b - g(v_b)/v_b) = 0$1　因而由条件(A2),得到$\mathrm{K}_1(-b - gc(v_b)) > 0$1　命题得证1　t

令$<_1$表示下面的特征值问题的对应于主特征值$a = \mathrm{K}_1(cv_{b_0}) - f^c(0)$的非负特征函数

$$-\$< + (cv_{b_0} - f^c(0))< = a<, \qquad x\ I\ 8,\ < = 0, \qquad x\ I\ 581$$

由引理2.1容易验证

$$N(H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)) = \mathrm{span}\{(<_1, W_1)\},$$

其中$W_1 = dK_1(v_{b_0}<_1)$和K_1表示具有齐次Dirichlet边值的算子$-\$ - b - gc(v_{b_0})$的逆算子1　所以$\dim N(H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)) = 1$1　由紧算子的性质知$R(H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)) = 1$1

由式(8),我么可以得到Fr chet导数

$$\frac{5H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)}{5b}(<_1, W_1) = \left(dK(v^c_{b_0}<_1),\ -KW_1 - K\left(\frac{\mathrm{d}(gc(v_b))}{\mathrm{d}b}\bigg|_{b=b_0}W_1\right) - dK(v^c_{b_0}<_1)\right),$$

其中　$v^c_b = \mathrm{d}v_b/\mathrm{d}b$1

假设

$$\frac{5H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)}{5b}(<_1, W_1)\ I\ R(H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)),$$

则存在一个函数 X I $C^1(8)$ 使得

$$X - (a + f^c(0))KX + cK(v_{b_0}X) = cK(v^c_{b_0}<_1),$$

从而我们可以推出

$$-\$X + (cv_{b_0} - a - f^c(0))X = cv^c_{b_0}<_1 1$$

在等式的两边同时乘以 $<_1$ 并在 8 上积分得 $c Q_8 v^c_{b_0}<_1^2 \mathrm{d}x = 01$ 利用文献[1]中引理2.2的方法，我们有 $v^c_b(x) > 0$ 对 8 中的所有 x 都成立1 因而

$$c Q_8 v^c_{b_0}<_1^2 \mathrm{d}x \ X\ 0,$$

从而

$$\frac{5H_{(u,v)}(b_0, 0, 0)}{5b}(<_1, W_1) \mathrm{I} R(H_{(u,v)}(b_0, 0, 0))1$$

这样我们就证明了 Crandall-Rabinowitz 定理(文献[7]的定理 1.7)的条件都是满足的1 因而存在1个区间 $(-E, E)$ 以及函数 $b:(-E, E) \ y\ \mathbf{R}, u, v:(-E, E)\ y\ C^1(8)$ 使得 H 的靠近点 $(b_0, 0, 0)$ 的非平凡的零点落在曲线 $\{(b(s), s<_1 + su(s), sW_1 + sv(s)): -E < s < E\}$ 上，其中 $b(0) = b_0,\ u(0) = v(0) = 01$

这样我们就得到了方程组(1)在半平凡解的分支 S_1 上的点 $(b_0, 0, v_{b_0})$ 处产生了分支1 此外，在靠近分支点的地方，非平凡解落在曲线 $\{(b(s), s<_1 + su(s), sW_1 + sv(s) - v_b): -E < s < E\}$ 上1 曲线上 $s > 0$ 的点对应于方程组(1)非负的非平凡解1

接下来，我们考察上面得到的连续统的整体性质1 注 1.2 表明这个非负解的分支并不能延拓得太远1 我们下面要用的基于分支理论[8]的讨论方法是由 Blat 和 Brown 在文献[1]中首先建立起来的1

我们现在叙述1个将要用于整体分支讨论的1个结论1 这个结论可以用 Rabinowitz 在文献[8]中的方法来证明1

令 $T: \mathbf{R} @ X\ y\ X$ 是1个紧的连续可微的算子且 $T(a, 0) = 01$ 我们记 T 为

$$T(a, u) = K(a)u + R(a, u), \tag{9}$$

其中 $K(a)$ 是1个线性紧算子，且 Fr chet 导数 $R_u(a, 0) = 01$

定理 2.1 令 a_0 使得当 $0 < | a - a_0 | < E$ 时，算子 $I - K(a)$ 是可逆的1 假设 $i(T(a, \#), 0)$ 在区间 $(a_0 - E, a_0)$ 和 $(a_0, a_0 + E)$ 上为不同的常数，即若 $a_0 - E < a_1 < a_0 < a_2 < a_0 + E$ 则 $i(T(a_1, \#), 0)\ X\ i(T(a_2, \#), 0)1$ 那么在方程 $u = T(a, u)$ 的解平面 (a, u) 中存在1个连续统 C 使得下述结论有且只有1个是成立的1

( ) C 将点 $(a_0, 0)$ 和点 $(\hat{a}, 0)$ 相连，其中算子 $I - K(\hat{a})$ 不可逆;

( ) 在 $\mathbf{R} @ X$ 中，C 连接了点 $(a_0, 0)$ 和] 1

现在我们来证明在式(7)中定义的算子 T 满足上面关于整体分支结果的假设条件，即定理 2.11 我们记 T 为

$$T(b, u, v) = K(b)(u, v) + R(b, u, v),$$

其中 $K(b)$ 是紧线性算子使得

$$K(b) = \left((a + f^c(0))Ku - cK(v_b u),\ bKv + K(gc(v_b)v) + dK(v_b u)\right),$$

$R(b, u, v)$ 满足条件 $R_{(u,v)}(b, 0, 0) = 01$ 为了证明 T 满足定理 2.1 中的条件，我们必须计算当 b 靠近 b_0 时的指标 $i(T(b, \#), 0)1$ 这个指标等于 $(-1)^B$，其中 B 是算子 $K(b)$ 的所有大于

1 的特征值的代数重数之和1

假设 L > 0 是 $K(b)$ 的特征值, 那么存在 1 个非零函数 u 使得

$$(a + f^{c}(0))Ku - dK(v_b u) = Lu$$

即, a 为下述问题的特征值,

$$- L\$ u + (cv_b - f^{c}(0))u = Ku, \quad x\ I\ 8,\ u = 0, \quad x\ I\ 5 8 1 \qquad (10)$$

相反的, 如果 L > 1 且 a 是问题(10) 的对应于特征函数 u 的特征值, 那么(u, v) 是算子 $K(b)$ 对应于特征值 L 的特征函数, 其中 v 是下面问题的唯一解,

$$- L\$ v - bv - gc(v_b)v = dv_b u, \quad x\ I\ 8,\ v = 0, \quad x\ I\ 5 8 1$$

注意到, 引理 2.1 告诉我们算子$- \$ - b - gc(v_b)$ 的所有特征值都是正的而且 L > 1, 从而得到 $- L\$ - b - gc(v_b)$ 是可逆的1 问题(10) 的特征值构成 1 个单调递增的序列: $C_1(L) < C_2(L)$ [$C_3(L)$ [, , 且特征值的变分性质表明 L y $C_i(L)$ 是 1 个连续的递增的函数1 因而 L > 1 是 $K(b)$ 的特征值当且仅当对某个 L 有 $a = C_i(L)$1 容易看出

$$C_i(1) = K_i(cv_b - f^{c}(0)) = K_i(cv_b) - f^{c}(0)1$$

假设 $b > b_0$ 且 L > 1 是 $K(b)$ 的特征值1 那么 a 是问题(10) 的特征值, 又因为 L > 1, 从而推出 $a > K_1(cv_b) - f^{c}(0)$1 但是 $a = K_1(cv_{b_0}) - f^{c}(0) < K_1(cv_b) - f^{c}(0)$, 矛盾1 因而, 如果 $b > b_0$, 那么 $K(b)$ 就没有大于 1 的特征值, 故 $i(T(b, \#), 0) = 1$1

现在, 假设 b 使得 $K_1(cv_b) - f^{c}(0) < a < K_2(cv_b) - f^{c}(0)$, 即 b 落在点 b_0 右边的开区间中1 因而, $C_1(1) < a < C_2(1)$1 因为 L y $C_1(L)$ 是单调递增的且 $\lim_{Ly]} C_1(L) =]$, 所以存在唯一的 L > 1 记为 L_1, 使得 $a = C_1(L_1)$1 又因为 $a < C_2(1)$, 所以 $a < C_i(L)(i = 2, 3, ,)$ 且 L > 11 因而 L_1 是 $K(b)$ 的唯一 1 个大于 1 的特征值1 与文献[1] 作类似地讨论可知, L_1 是 $K(b)$ 的简单特征值1 故 $i(T(b, \#), 0) = - 1$1

对算子 T 应用定理 2.1, 则存在方程$(u, v) = T(b, u, v)$ 的解的连续统 C_0, 它在 $b - (u, v)$ 平面上从点$(b_0, 0, 0)$ 出发, 要么连接到点$(\hat{b}, 0, 0)$(其中 $I - K(\hat{b})$ 不可逆), 要么连接到]1 此外在这个分支点附近, 方程的所有的解都落在前面我们用 Crandall-Rabinowitz 定理得到的那条曲线上1

令 C_1 是包含在 $C_0 \setminus \left\{(b(s), s<_1 + su(s), sW_1 + sv(s)): - E < s\ [\ 0\right\}$ 中解的最大的连续统, 并且令 $C = \left\{(b, u, v + v_b): (b, u, v)\ I\ C_1\right\}$. 容易看到, 如果 $u, v \setminus 0$ 且$(b, u, v)\ I\ C$, 那么(b, u, v) 是问题(1) 的解1

与文献[1] 中的定理 4.4 的证明类似, 我们可以证明连续统 C 与半平凡分支 S_2 相交1 利用局部分支理论可以得到 C 与 S_2 的交点为$(+_0, u_a, 0)$1 因而 C 就是 1 个连接了 S_1 上的点$(b_0, 0, v_{b_0})$ 和 S_2 上的点$(+_0, u_a, 0)$ 的非负的非平凡解的连续统1 综上所述, 我们得到了如下定理1

定理 2.2 当 $b_0 > b > +_0$ 时, 方程组(1) 有非负的非平凡解1

致谢　感谢我的导师王明新教授和彭锐博士在本文的工作中的帮助和鼓励, 同时也感谢审稿人的指点和帮助1

[参 考 文 献]

[1] Blat J, Brown K J. Global bifurcation of positive solutions in some system of elliptic equations[J]. SIAM J Math Anal, 1986, **17**(6): 1339-1353.

2] Pang P Y H, Wang M X. Non-constant positive steady states of a predator-prey system with non-monotonic functional response and diffusion[J]. Proc Lond Math Soc, 2004, **88**(1): 135-157.

[3] Wang M X. Non-constant positive steady-state of the Sel-kov model[J]. J Differentail Equation, 2003, **190**(2): 600-620.

[4] Wang M X. Stationary patterns for a prey-predator model with prey-dependent and ratio-dependent functional responses and diffusion[J]. Physica D, 2004, **196**(1): 172-192.

[5] Guo Z M, Gao R H. Structure of positive solutions for some semilinear elliptic systems where bifurcation from infinity occurs[J]. Nonlinear Analysis, 2006, **7**(1): 109-123.

[6] Rabinowitz P H. On bifurcation from infinity[J]. J Differential Equation, 1973, **14**(3): 462-475.

[7] Crandall M G, Rabinowitz P H. Bifurcation from simple eigenvalues[J]. J Funct Anal, 1971, **8**(2): 321-340.

[8] Rabinowitz P H. Some global results for nonlinear eigenvalue problems[J]. J Funct Anal, 1971, **7**(3): 487-513.

[9] Nirenberg L. Topics in Nonliner Functional Analysis[M]. New York: Courant Insititute of Mathematical Science, 2001.

Bifurcation of Non-Negative Solutions for an Elliptic System

YANG Ming, SHI Pei-hu
(Department of Mathematics, Southeast University,
Nanjing 210096, P.R. China)

Abstract: A nonlinear elliptic system coming from the predator-prey model with diffusion is considered. Predator growth-rate was treated as bifurcation parameter. The range of parameter was found for which there exists nontrivial solution via the theory of bifurcation from infinity, local bifurcation and global bifurcation.

Key words: bifurcation; structure of positive solution; elliptic system