

# 反映强流动曲率效应的非线性湍流模型<sup>\*</sup>

徐晶磊<sup>1</sup>, 马晖扬<sup>1</sup>, 黄于宁<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 研究生院 物理系, 北京 100049;

2. 北京大学 湍流和复杂系统国家重点实验室, 北京 100871)

(周哲玮推荐)

**摘要:** 首先定性地分析了流线曲率效应对流场湍流结构的影响, 然后以 U 型槽道流为典型算例, 对多种湍流模型进行了评估. 评估的模型包括: 线性涡粘性模型, 二阶和三阶非线性涡粘性模型, 二阶显式代数应力模型和 Reynolds 应力模型. 评估结果表明, 性能良好的三阶非线性涡粘性模型, 如黄于宁等人发展的 HM 模型以及 CLS 模型, 可以较好地描述流线的曲率效应对湍流结构的影响, 如凸曲率作用下内壁附近湍流强度的衰减和凹曲率作用下外壁附近湍流的增强, 并且较好地确定了管道下游的分离点位置和分离泡长度, 其预测的结果和实验符合较好, 与 Reynolds 力模型的结果十分接近, 因此可以较好地应用于具有曲率效应的工程湍流的计算.

**关键词:** 曲率效应; 非线性涡粘性湍流模型; Reynolds 应力湍流模型

**中图分类号:** O35      **文献标识码:** A

## 引 言

具有强流线曲率效应的湍流流动广泛地存在于工业流体力学的各种应用中, 如涡轮机内部的流动、弯曲管道内流动、绕翼型和建筑物的流动等. 流场中流线弯曲产生的曲率效应可以分为以下几种: 局部曲率效应, 如边界层分离泡内流动和绕后台阶流动等; 纵向曲率效应, 如弯曲管道内的流动; 旋拧流则是横向曲率效应流动的代表. 曲率效应能够激烈地改变流场湍流的结构, 例如凹曲率具有流动的失稳作用, 能够增加湍流的强度和特征尺度, 产生类似于 Görtler 涡的结构; 反之, 凸曲率却具有稳定作用, 能够抑制湍流的掺混, 导致 Reynolds 应力和湍动能衰减. 湍流结构的变化影响着平均流的流动特征, 使具有强曲率效应的湍流出现许多显著的特点.

湍流模型在工程湍流的数值计算中一直发挥着重要的作用, 但是对含强曲率的湍流流动进行数值模拟, 是湍流模型应用中的一个广泛引起人们兴趣, 同时具有挑战性的困难课题. Reynolds 应力湍流模型求解 Reynolds 应力输运方程, 它包含了较多的湍流物理, 在各种复杂湍流流动, 其中包括强曲率效应的复杂湍流的预测中充分显示了其优越性. 但是, 由于它构成一个庞大的偏微分方程组, 形式复杂, 数值计算刚性强、稳定性差, 限制了它在工程湍流问题中的应用. 线性涡粘性湍流模型在工程湍流计算中得到广泛应用, 但是对于存在逆压梯度、分离、

\* 收稿日期: 2007-10-28; 修订日期: 2007-12-13

作者简介: 徐晶磊 (1982—), 男, 湖北钟祥人, 博士(Tel: + 86-10-88256133);

马晖扬 (1942—) (联系人, E-mail: huya@gucas.ac.cn).

旋转和流线曲率效应的复杂湍流,其预测的结果不能满足工程计算的需求.线性涡粘性模型假设了 Reynolds 应力正比于平均运动的应变率,不出现旋转张量,无法将曲率效应引入到 Reynolds 应力的表达式;而在湍流量的输运方程中,如  $k$  方程和  $\epsilon$  方程中也不显含旋转张量,不能体现曲率效应.以 U 型槽道流动这个评估湍流模型对曲率效应模拟能力的典型算例为例,近年来的大量数值模拟结果表明,除了 Reynolds 应力输运模型(RSM)外,一般的涡粘性模型的预测结果均与实验有较大差异.问题的难点在于流线的强曲率效应对湍流的结构产生了重要的影响.对 U 型槽道流动,由于强曲率效应的存在,凸壁(内壁)处原有的湍流涡被削弱,Reynolds 剪切应力受到抑制,湍动能减小;凹壁(外壁)处原有的湍流涡结构被重构,Reynolds 剪切应力增强,湍动能增加,同时还会有更大尺度的新涡产生.即使在边界层厚度  $\delta$  和曲率半径  $R$  的比值  $\delta/R = 10^{-2}$  的量级,凸曲率对湍流结构仍有可观的作用<sup>[1]</sup>.为了将线性涡粘性湍流模型应用于有曲率效应的湍流工程计算,人们对湍流模型进行修正来捕捉曲率效应.在早期的研究中,采用基于实验数据的经验方法,如修正湍流的长度尺度,或者在涡粘性系数中引入 Richardson 数  $Ri^{[2]}$ ,来反映曲率效应.但是这样发展的湍流模型,尽管可能对某种特定几何外形的湍流预测很好,对其它构型则预测结果不理想.从上个世纪 90 年代开始,湍流模型理论的一个重要发展是显式代数应力模型(EASM)的出现.在利用一系列数学工具合理简化 RSM 得到 EASM 的过程中考虑了流动曲率的影响.如钱炜祺和符松<sup>[3]</sup>对构造 EASM 所做的 Rodi 假设进行了改进,使模型中保留了反映流动曲率效应的项.Rumsey 等人<sup>[4]</sup>在二阶 EASM 的各向异性张量  $b_{ij}$  中引入反映曲率效应的绝对旋转张量代替原有的旋转张量.上述方法使计算结果得到了显著的改善,但计算工作量较大,且结果与几何外形相关,普适性不够好.湍流模型理论的另一个重要发展是上世纪 90 年代以来出现的、本质上与显式代数应力模型等价的非线性涡粘性湍流模型.这种湍流模型将 Reynold 应力本构关系表述为平均运动的应变率张量和旋转张量的多项式函数,其中二阶项可以反映湍流结构的各向异性,三阶项可以描述流线的曲率效应和旋转效应.本文作者近年来发展的三阶非线性湍流模型(HM)<sup>[5]</sup>(2004),以及 Craft, Launder 和 Suga 发展的三阶模型(CLS)<sup>[6]</sup>(1996)就是性能较好的非线性涡粘性湍流模型的代表.应用 HM 和 CLS 模型计算了均匀剪切湍流湍动能随时间的演化,绕后台阶流动<sup>[7]</sup>、旋转圆管充分发展湍流<sup>[8]</sup>、旋转槽道流动<sup>[9]</sup>等复杂湍流,取得了很好的结果,表明非线性涡粘性湍流模型具有较好的模拟复杂湍流的能力.非线性涡粘性湍流模型的优势在于,在多年湍流工程计算中发展起来的、成熟的、具有很好鲁棒性的二方程湍流模型的计算程序的基础上,只需要作一些局部的扩充,将 Reynolds 应力的非线性项包括进去,即可实现湍流模型从线性到非线性的转变,计算代价几乎不变,鲁棒性也没有很大的损失.

为了进一步评估非线性涡粘性湍流模型模拟具有强曲率效应的复杂湍流的性能,本文以二维 U 型槽道流为算例对湍流模型进行了评估.对于 U 型槽道流,当  $0.1 < \delta/R < 1$  时属于中等或强曲率效应,本文的算例  $\delta/R = 0.5$  应该属于强曲率效应.由于强流线曲率效应,诱导出强逆压梯度,导致流动分离和再附,是 1 个典型的验证湍流模型在复杂湍流中应用的算例.评估的模型包括 3 个线性涡粘性模型,1 个二阶非线性涡粘性模型,2 个三阶非线性涡粘性模型,以及 1 个二阶显式代数应力模型和 Reynolds 应力模型.通过计算结果与实验数据的比较,对各种湍流模型的性能进行了评估.应该指出的是,这里应用的三阶非线性湍流模型, HM, CLS, 都采用的是它们的通用形式,模型系数等都没有针对 U 型槽道流算例做任何改变.评估

结果表明,性能良好的三阶非线性涡粘性湍流模型可以很好地反映强曲率效应对湍流结构的影响,适用于有强曲率效应的工程湍流问题的计算.

## 1 湍流模型

本文的工作中,我们评估了3个线性涡粘性湍流模型,它们分别是 ZSGS(Zhang, So, Gatski, Speziale)<sup>[10]</sup>、SAA(Speziale, Abid, Anderson)<sup>[11]</sup>、ZSSL(Zhang, So, Speziale, Lai)<sup>[12]</sup>;1个二阶非线性涡粘性湍流模型 SZL(Shih, Zhu, Lumley)<sup>[13]</sup>;2个三阶非线性涡粘性湍流模型 HM(Huang, Ma)<sup>[5]</sup>、CLS(Craft, Launder, Suga)<sup>[6]</sup>;1个二阶显式代数应力模型(EASM)<sup>[14]</sup>和 Reynolds 应力模型 RSM<sup>[10]</sup>. 限于篇幅,这里不列出每一个模型的具体表达式,有兴趣的读者可以参考相关的文献. 这里仅介绍三阶非线性涡粘性模型 HM 和 CLS.

我们知道,对于涡粘性模型,根据 Boussinesq 假设,Reynolds 应力本构关系:

$$-\overline{u_i u_j} = \nu \left[ U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} U_{k,i} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \quad (1)$$

涡粘性系数为

$$\nu = C_{\mu} f_{\mu} k^2 / \varepsilon, \quad (2)$$

其中壁面衰减函数  $f_{\mu}$  是对高 Reynolds 数模型的近壁修正.

对于非线性涡粘性湍流模型,可以定义 Reynolds 应力各向异性张量

$$a_{ij} = \overline{u_i u_j} / k - 2 \delta_{ij} / 3, \quad (3)$$

虽然不同非线性模型立论依据和推导过程差别很大,但二阶和三阶湍流模型的 Reynolds 应力与应变率,旋转率张量的本构关系有如下的经典形式:

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -2C_{\mu} f_{\mu} \frac{k}{\varepsilon} S_{ij} + \beta_1 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left( S_{ik} S_{lj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + \beta_2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} (W_{ik} S_{lj} - S_{ik} W_{lj}) + \\ & \beta_3 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left( W_{ik} W_{lj} + \frac{1}{3} W_{kl} W_{kl} \delta_{ij} \right) - \gamma_1 \frac{k^3}{\varepsilon^3} S_{kl} S_{kl} S_{ij} + \gamma_2 \frac{k^3}{\varepsilon^3} W_{kl} W_{kl} S_{ij} - \\ & \gamma_3 \frac{k^3}{\varepsilon^3} \left( W_{ik} W_{kl} S_{lj} + S_{ik} W_{kl} W_{lj} + W_{kl} W_{kl} S_{ij} - \frac{2}{3} W_{kl} S_{lm} W_{mk} \delta_{ij} \right) - \\ & \gamma_4 \frac{k^3}{\varepsilon^3} (W_{ik} S_{kl} S_{lj} - S_{ik} S_{kl} W_{lj}), \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $S_{ij} = (U_{i,j} + U_{j,i})/2$  是平均运动的应变率,  $W_{i,j} = (U_{i,j} - U_{j,i})/2$  是平均运动的旋转张量. 其中应变率不变量和涡量不变量分别为:

### 1.1 Huang 和 Ma 三阶模型(HM)

该模型各向异性张量的表达式为

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -2C_{\mu} \frac{k}{\varepsilon} S_{ij} + \gamma_1 C_{\mu}^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left( S_{ik} S_{lj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) - \gamma_2 C_{\mu}^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \dot{S}_{ij} - \\ & \gamma_3 C_{\mu}^2 \frac{k}{\varepsilon^3} (k\varepsilon - 2k\varepsilon) S_{ij} + \gamma_4 C_{\mu}^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \left( W_{ik} W_{lj} + \frac{1}{3} W_{kl} W_{kl} \delta_{ij} \right) + \\ & \gamma_5 C_{\mu}^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} (S_{ik} W_{lj} - W_{ik} S_{lj}) - \gamma_6 C_{\mu}^3 \frac{k^3}{\varepsilon^3} (\dot{S}_{ik} W_{lj} - W_{ik} \dot{S}_{lj}) - \\ & \gamma_7 C_{\mu}^3 \frac{k^3}{\varepsilon^3} \left( S_{ik} \dot{S}_{lj} + \dot{S}_{ik} S_{lj} - \frac{2}{3} S_{kl} \dot{S}_{kl} \delta_{ij} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\dot{\phantom{x}}$ 代表 Jaumann 导数,  $\dot{S}_{ij} = DS_{ij}/Dt + S_{ik} W_{lj} - W_{ik} S_{lj}$ . 其中  $C_{\mu} = 0.09$ ,  $\gamma_1 = 2.896$ ,  $\gamma_2 =$

2. 874,  $\gamma_3 = 0.843$ ,  $\gamma_4 = 0.8482$ ,  $\gamma_5 = 0.6344$ ,  $\gamma_6 = 0.7767$ ,  $\gamma_7 = 0.6885$ . 系数  $\gamma_1, \dots, \gamma_6$  是利用均匀剪切湍流的实验结果确定的, 而  $\gamma_7$  是根据旋转圆管充分发展湍流的实验结果确定的. 这一高 Reynolds 数模型使用壁函数作近壁近似.

### 1.2 Craft, Launder 和 Suga 模型 (CLS)

本构关系中各向异性部分的表达式见(4)式, 其中

$$C_\mu = \frac{0.3(1 - \exp[-0.36/\exp(-0.75\eta)])}{1 + 0.35\eta^{3/2}}, \quad \eta = \max(S, \Omega),$$

应变率不变量和涡量不变量分别为:

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2S_{kl}S_{kl}}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2W_{kl}W_{kl}}. \tag{6}$$

$$\beta_1 = -0.4C_\mu, \quad \beta_2 = 0.4C_\mu, \quad \beta_3 = -1.04C_\mu, \quad R_t = k^2/(\nu\varepsilon),$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 40C_\mu^3, \quad \gamma_3 = 0, \quad \gamma_4 = -80C_\mu^3, \quad f_\mu = 1 - \exp[-\sqrt{R_t/90} - (R_t/400)^2],$$

当  $R_t \leq 250$  时,  $S_\varepsilon = 0.0022 \frac{\nu k^2}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right]^2$ ; 否则  $S_\varepsilon = 0$ .

线性及非线性涡粘性湍流模型均使用传统的不可压缩  $k, \varepsilon$  输运方程为:

$$\frac{Dk}{Dt} = (\overline{u_i u_j}) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\gamma_1}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \tag{7}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j}) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\gamma_2}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]. \tag{8}$$

## 2 数值方法与物理模型

本文中的 HM, CLS 和 SZL 模型的数值模拟是在一个求解二维不可压缩 Reynolds 平均 N-S 方程的有限体积法程序上完成的. 采用非正交网格, 物理变量储存在网格中心, 使用 Rhie-Chow 提出的动量插值法. 采用 SIMPLE 压力修正法求解压力场, 空间上对流项用延迟修正混和中心迎风法离散, 扩散项用二阶中心差分离散. 对所有的变量, 初始混和因子为 0.0 (纯迎风格式), 最后变为 0.5. 时间上采用 Stone 的低松弛因子强隐式法. 通过监控质量和动量的绝对残差判断是否收敛.

RSM 模型、EASM 模型和 ZSGS 等线性模型的数值模拟是应用 ISAAC 程序. 它求解三维的 Reynolds 平均 N-S 方程, 数值方法为有限体积法, 对流项采用 Roe 格式离散, 粘性项采用二阶中心差分.

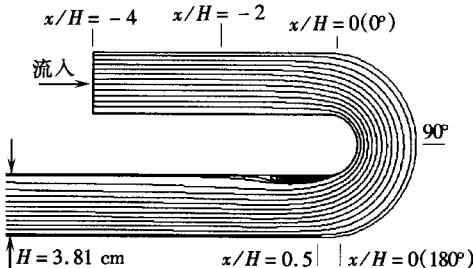


图 1 二维 U 型槽道流动示意图

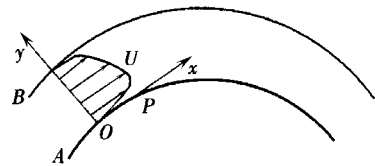


图 2 弯曲槽道中的速度分布

U 型槽道流动如图 1 所示, Monson 等人<sup>[15]</sup>做了  $Re = 10^6$  (基于入口平均速度  $U_b$  和槽道高  $H$ ) 的测量. 槽道高  $H = 3.81$  cm, 内壁半径 1.91 cm, 外壁半径 5.72 cm. 整个流动在笛卡尔

坐标系下求解, 取该实验中  $x/H = -4$  剖面的速度和 Reynolds 应力数据作为入口边界条件, 设计网格出口一直延伸到  $x/H = 12$ . 壁面采用无滑移边界条件. 为了检验计算中的网格无依赖性, 在  $547 \times 201$ ,  $417 \times 153$ ,  $209 \times 77$  (流向  $\times$  法向) 3 层网格上分别用 ZSGS 和 CLS 湍流模型做了测试, 取  $x/H = 0$  处的平均速度分布作对比, 发现最密的两层网格速度分布曲线几乎重合, 而  $209 \times 77$  预测的结果与之差别较大, 因此所有模型的计算都是在  $417 \times 153$  的网格上完成.

### 3 计算结果与分析

在对计算结果进行分析之前, 定性地讨论曲率效应对二维 U 型槽道流湍流结构的影响, 无疑是有益的. 如图 2 所示, A、B 分别是内外壁面, 也就是凸壁和凹壁. 建立当地直角坐标系  $x-y$ , 取流场中一质点 P, 流场中的法向压力梯度提供流体做曲线运动的向心力. 假设 P 点在 A 壁附近, 此时  $\partial U/\partial y > 0$ , 离心力垂直壁面向外. 如果流动受到一个扰动, 使质点 P 朝 +y 方向移动, 假设在扰动过程中质点 P 的动量不变, 而当地流速大于 P 点流速, 因此当地处的离心力大于质点 P 的离心力, 即 -y 方向的压力梯度大于维持质点 P 运动所需要的离心力, 压力梯度就会将 P 拉回原处. 因此可以看出, 凸曲率起到稳定流动的作用, 因此湍流脉动在凸壁处受到抑制. 我们知道, 绕钝物体流动, 边界层会发生分离, 对于湍流边界层, 由于湍流的混合作用, 可以从边界层外汲取能量, 因而分离区变小. 那么, 凸壁附近湍流脉动的衰减会促进流动的分离, 会形成一个较长的分离泡. 同理, 凹壁附近由于  $\partial U/\partial y < 0$ , 若给质点 P 一扰动, P 会继续朝着扰动的方向移动, 凹曲率起到失稳的作用, 因此湍流脉动在凹壁处将得到增强. 曲率效应使 U 型槽道流内的湍流结构发生变化, 破坏了二维直槽道流湍流结构上下对称的特征.

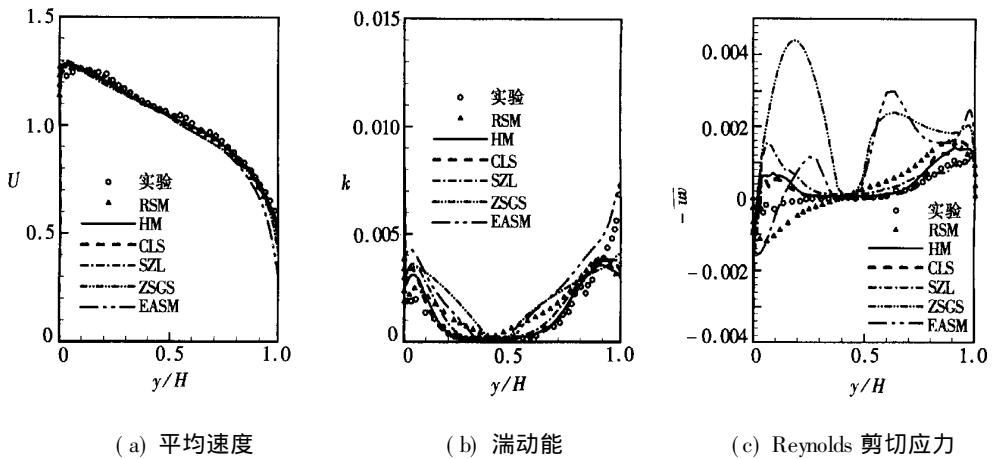


图 3  $\theta = 0^\circ$  分布

现在来考察计算结果. 首先讨论  $\theta = 0$  剖面, 即槽道尚未弯曲处的湍流特征. 如图 3 所示, 图 3(a) 至图 3(c) 分别是平均流向速度、Reynolds 剪切应力和湍动能  $\theta = 0^\circ$  在剖面的分布, 为了简便取二维流动的湍动能  $k = (\overline{uu} + \overline{vv})/2$ . 由于几种线性涡粘性模型给出的结果相差不多, 为了使图中的曲线容易辨认, 这里仅取 ZSGS 模型作为线性模型的代表. 图 3(a) 显示内壁附近流动加速, 外壁附近流动减速, 速度呈现非对称分布. 图 3(b)、图 3(c) 同样显示出曲率效应对湍流的影响, 内壁的凸曲率效应使得 Reynolds 剪切应力和湍动能衰减很快, 外壁的凹曲率效应使得它们略微增加. 与入口处乃至  $x/H = -2$  处速度、Reynolds 剪切应力和湍动能的对

称分布相比, 曲率效应在  $\theta = 0^\circ$  处就已经表现出来. 几种湍流模型预测的平均速度分布与实验符合得很好. 湍动能的预测与实验基本一致, 其中以 RSM、HM 和 CLS 结果与实验符合得最好. 但是, HM 和 CLS 没有能够预测出凹壁附近湍动能的峰值, 显式代数应力模型的结果较好. 大部分模型对 Reynolds 剪切应力的预测都不够理想, 其中线性模型的结果, 无论是变化趋势还是定量值都是不能接受的. 凹壁附近只有 RSM、HM、CLS 与 SZL 与实验符合得不错, 但所有模型都没有正确预测出内壁附近 Reynolds 剪切应力的大幅衰减, 只有 RSM 正确预测出了 Reynolds 剪切应力的负值, 这很可能是初始弯曲处曲率效应不够明显, 涡粘性湍流模型很难捕捉到剪切应力的这种变化.

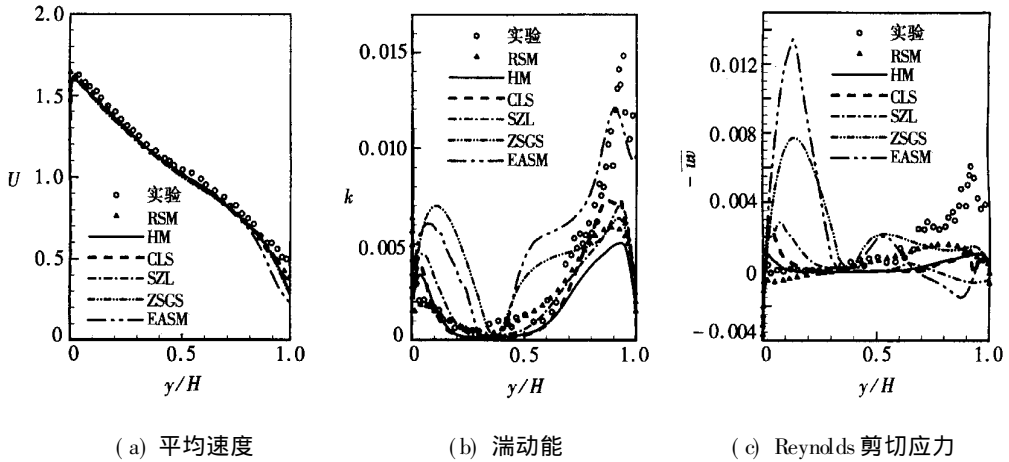


图4  $\theta = 30^\circ$  分布

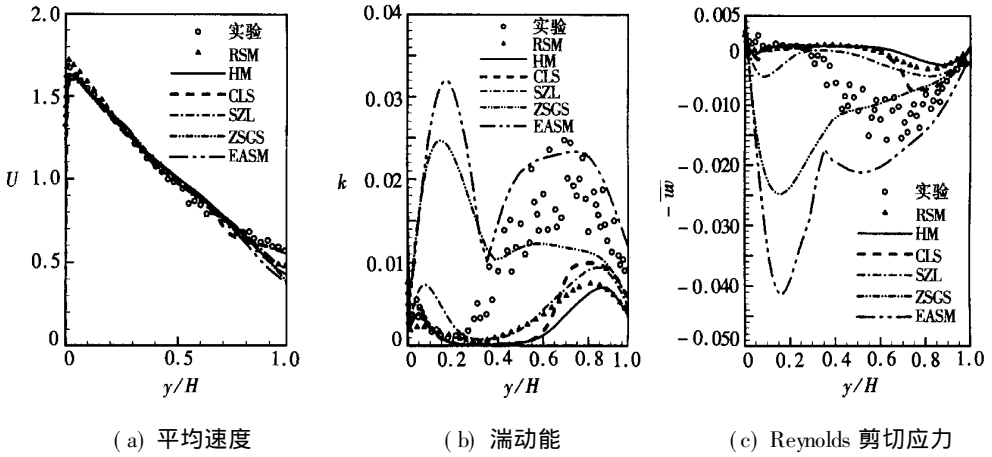


图5  $\theta = 90^\circ$  分布

现在来考察  $\theta = 30^\circ$  处剖面的湍流特征, 见图4. 除了外壁附近, 所有模型预测的平均速度分布均与实验符合得不错. 内壁附近湍流度衰减很快, 外壁附近湍流度比起  $\theta = 0^\circ$  附近又有增强. Reynolds 剪切应力在很大区域内近似为 0. 同样, HM、CLS、RSM 都很好的预测了这一趋势, 能够很好地确定凸壁附近湍流强度的衰减, 但预测的凹壁附近的 Reynolds 剪切应力与湍动能偏低. 这 3 个模型在槽道中心很大区域内预测的湍动能与实验重合. 能够反映流动各向异性的二阶非线性模型 SZL 的性能也较为满意, 线性模型 ZSGS 根本捕捉不到流动的曲率效应. 值得一提的是, HM 对内壁 Reynolds 应力的衰减预测得最好.

$\theta = 90^\circ$  处剖面的计算结果与  $\theta = 30^\circ$  处相似, 见图 5. 内壁附近流向速度进一步增强, 边界层变得更薄, 所有模型预测的速度都与实验都比较吻合, 其中以 CLS 结果最好. HM、CLS、RSM 预测出湍动能在内壁附近的衰减和外壁附近的增强, 而且紧贴内壁附近 CLS 预测的湍动能几乎与实验重合, HM 的结果与 RSM 比较接近. 这 3 种模型都预测出内壁附近 Reynolds 剪切应力的衰减, 而且在内壁附近向外很大一区域内计算结果与实验重合, 同时也预测出了外壁附近 Reynolds 应力的增强趋势, 但幅度不够.  $30^\circ$ 、 $90^\circ$  站位 RSM 和三阶非线性湍流模型虽然预测出曲率效应带来的流动趋势, 但外壁附近 Reynolds 应力与湍动能预测的幅值不够, 这是因为内壁的凸曲率效应是使已存在的湍流涡强度衰减, 而外壁的凹曲率效应不仅重构着已存在的湍流涡, 并且会导致更大尺度湍流涡的产生<sup>[17]</sup>, 湍流模型很难捕捉到这种曲率效应. 同样, 线性模型 ZSGS 等对湍流量的预测是完全不能接受的.

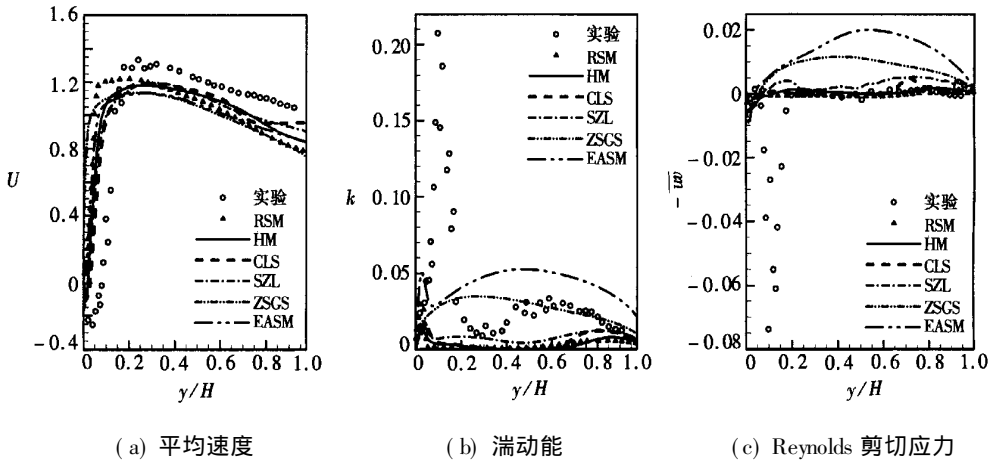
图 6  $\theta = 180^\circ$  分布

表 1 计算的分离点和再附点位置与实验的比较

模型	分离点 $P_1$	再附点 $P_2$
ZSGS	—	—
EASM	$x/H = 0.03$	$x/H = 0.69$
SZL	$\theta = 167^\circ$	$x/H = 0.92$
CLS	$\theta = 166^\circ$	$x/H = 1.3$
HM	$\theta = 170^\circ$	$x/H = 1.086$
RSM	$\theta = 173^\circ$	$x/H = 1.31$
实验值	$\theta = 150^\circ$	$x/H = 1.0 \sim 1.5$

现在来讨论  $\theta = 180^\circ$  处剖面湍流流场的特征. 我们知道,  $\theta = 90^\circ$  下游内壁附近存在着逆压梯度, 它将导致流动发生分离. 由于内壁附近湍流剪切应力的衰减, 促进了流动的分流. 实验数据显示,  $\theta = 150^\circ$  左右内壁发生边界层分离. 因此,  $\theta = 180^\circ$  处剖面平均流动应反映出分离流动的特征. 仔细考察该剖面的平均速度分布, 见图 6(a), 可以看到在内壁附近出现了负的速度值, 即表明出现了流动分离. 线性涡粘性模型 ZSGS 等在内壁附近给出太大的 Reynolds 剪切应力, 计算的流场中几乎无分离发生. 能够反映流动各向异性的 EASM 虽然预测出了分离泡, 但分离点被大大推迟且分离泡很小. 除了这两个模型外, 其它模型均预测出了内壁面附近流动分离, 但是, 分离泡的高度预测得偏低. 流向速度的法向分布与内外壁附近的湍

流结构密切相关,自  $\theta = 30^\circ$  剖面下游外壁附近湍流度的过低预测,使得各个模型预测的  $180^\circ$  站位的速度分布不够理想. 湍动能和湍流剪切应力在分离区有一峰值,除了 EASM 和 ZSGS 外,所有模型都给出了这一趋势,只是峰值的幅值相差很多. Monson 等人<sup>[16]</sup>指出如此高的峰值可能是因为分离区内流动有较强的非定常性所致. 槽道内分离区高度可达  $0.23H$ ,长度可延伸到  $x = 2.8H$ ,这样大范围的分离区非定常流动影响了实验数据的可靠性. 几种湍流模型计算的分离点和再附点位置见表 1. CLS 给出与实验最接近的结果.

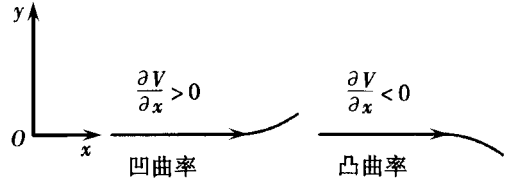


图 7 含凹曲率和含凸曲率的流线

通过上述 4 个不同剖面湍流场特征的分析,可以看出,除了剖面处的平均速度分布对湍流模型不甚敏感外(发生分离后,不同湍流模型确定的速度分布相差较大),不同层次的湍流模型预测的湍动能和 Reynolds 应力的分布差别还是很大的,究其原因还是要从湍流模型本身的构造入手. 对于二维不可压缩湍流,首先来看看不同湍流模型给出的湍动能产生项:

#### RSM 模型

$$P_{11} = -2\rho\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (9)$$

$$P_{12} = -\rho u^2 \frac{\partial V}{\partial x} - \rho v^2 \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (10)$$

$$P_{22} = -2\rho\overline{vw} \frac{\partial V}{\partial x}. \quad (11)$$

#### 线性模型

$$P_k = \mu_t \left[ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right]^2. \quad (12)$$

若流场中没有流线弯曲,  $\partial V/\partial x = 0$ , 所有的湍动能产生项表达式中只有  $\partial U/\partial y$  起作用. 而对于 U 型槽道流动,内壁和外壁均为边界层型流动,在内外壁分别建立当地直角坐标系  $x-y$ , 均有  $\partial U/\partial y > 0$ . 参考图 7, 外壁的凹曲率效应使得  $\partial V/\partial x > 0$ , 内壁的凸曲率效应使得  $\partial V/\partial x < 0$ . 对于 RSM 模型, 由于  $u^2 \gg v^2$ , 即使  $\partial V/\partial x$  比  $\partial U/\partial y$  的量级小很多, 它对  $P_{12}$  的贡献也不容忽视. 外壁附近,  $\partial U/\partial y > 0$ ,  $\partial V/\partial x > 0$  的出现使得  $P_{12}$  的量级增加 ( $P_{12} < 0$ ), 导致  $-\overline{uw}$  增大, 观察方程(9)、(11), Reynolds 正应力产生项增大 ( $P_{11}, P_{12} > 0$ ), 这就意味着  $u^2, v^2$  增大, 代入方程(10)后使得  $P_{12}$  量级进一步增加, 如此循环下去, 这是一个正反馈的过程, Reynolds 应力将得到持续增长; 同理, 在凸壁附近 Reynolds 应力将得到持续衰减, 湍流得到抑制. 以上分析说明 Reynolds 应力模型的湍动能产生项对流线曲率十分敏感, 能够反映湍动能的增强或者衰减, 以及 Reynolds 应力的变化. 而线性涡粘性  $k-\varepsilon$  模型,  $|\partial V/\partial x| \ll |\partial U/\partial y|$ ,  $\partial V/\partial x$  基本不起作用, 涡粘性系数也不因曲率而发生变化, 无法反映流线的曲率效应. 这就是为什么 ZSGS 线性模型完全不能反映曲率效应.

对于非线性三阶湍流模型, 我们以 CLS 模型为例:

$$P_k = -\overline{u_i u_j} U_{i,j} = -\overline{u_i u_j} S_{ij} = -k(a_{ij} + 2\delta_{ij}/3) S_{ij} = -ka_{ij} S_{ij}, \quad (13)$$

这里做合理简化, 只保留主要的  $S_{12}, S_{21}, W_{12}, W_{21}$ , 所以

$$P_k = -\overline{u_i u_j} U_{i,j} = -2ka_{12} S_{12}. \quad (14)$$

将式(4)代入时式(14), 得到



$$\begin{aligned}
P_k = & 4(\mu_t S_{12}^2 + \nu_1 k^4 / \varepsilon^3 S_{12}^3 - \nu_2 k^4 / \varepsilon^3 W_{12}^2 S_{12}) = \\
& \mu_t \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 80 C_{\mu}^3 \frac{k^4}{\varepsilon^3} \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} = \right. \\
& \left. \mu_t \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \left( 1 + \alpha \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right], \quad (15)
\end{aligned}$$

其中

$$\alpha = \left[ 80 C_{\mu}^2 \frac{k^2}{f \mu \varepsilon^2} \frac{\partial U}{\partial y} \right] \left| \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right| > 0$$

可称之为曲率因子。

内壁附近, 由于当地坐标系下  $\partial V / \partial x < 0$ ,  $P_k$  减小, 湍流得到抑制; 外壁附近, 当地坐标系下  $\partial V / \partial x > 0$ ,  $P_k$  增大, 湍流得到增强. 以上分析说明非线性三阶湍流模型, 理论上能够捕捉流线的曲率效应, 推导过程中我们发现 Reynolds 应力本构关系中的三阶项起到主导作用. 正是内/外壁  $\partial V / \partial x$  的不同, 导致了凸/凹曲率的两种完全相反的效应, 曲率因子  $\alpha$  是曲率效应的放大因子, 是湍流模型捕捉曲率的关键. 适度调整  $\alpha$ , 可以有针对性地改变  $P_k$ , 从而改善湍流模型的性能.

RSM 模型直接模化并求解 Reynolds 应力输运方程, 自然能够比较好的预测出曲率效应. 三阶非线性涡粘性 HM、CLS 模型包含了较多的、由应变率张量  $S$  和旋转张量  $W$  构成的三阶项, 这些项能够因法向速度的变化在凸壁和凹壁附近自动调整湍动能产生项, 捕捉出凸曲率或凹曲率效应, 其预测结果和 RSM 模型的结果很接近. 虽然反映流动各向异性的二阶模型 SZL、EASM 都能预测出弯槽道后部的分离泡, 参考式(4), 由于 EASM 中  $\beta_1 \neq 0$ 、 $\beta_2 \neq 0$ ;  $\beta_3 = 0$ , 仅含一项包含旋转张量的二阶项; 而 SZL 中 3 项皆有, 其中第 3 项代表旋转张量自身的相互作用, 因此可以理解为什么二阶 EASM 模型不能捕捉到曲率效应对湍动能和 Reynolds 应力的影响, 而 SZL 可以较好地预测出 Reynolds 剪切应力和湍动能的变化趋势.

## 4 结 论

我们应用一系列线性、非线性涡粘性模型、显式代数应力模型和 Reynolds 应力模型对 U 型槽道流这种含强曲率效应的典型复杂湍流进行了数值模拟. 结果表明, 线性涡粘性湍流模型完全不能模拟流线的曲率效应对湍流流场的影响. 二阶模型, 如 SZL 与 EASM, 其计算结果不够理想. 性能良好的三阶非线性湍流模型, 如 HM 和 CLS 模型, 预测结果与实验值以及 Reynolds 应力模型的计算值最为接近, 较好地捕捉了强曲率效应对湍流结构的影响, 表明 Reynolds 应力本构关系中旋转张量对于捕捉曲率效应起着决定性的作用, 模型含有的三阶非线性项越多, 越能较好地反映流线曲率效应对湍流结构的影响. 性能较好的三阶涡粘性模型, 如 HM 和 CLS, 能够应用于含曲率效应的复杂湍流的工程计算.

### [参 考 文 献]

- [1] Bradshaw P. Effects of streamline curvature on turbulent flow[R]. Agardograph progress No 169, AGARD, 1973.
- [2] Durst F, Rastogi A K. Turbulent Shear Flows [M]. Vol 2. Berlin: Springer, 1980.
- [3] 钱焜祺, 符松. 反映流动曲率影响的非线性湍流模式[J]. 空气动力学报, 2001, 19(2): 203-209.

- [4] Rumsey C L, Gatski T B, Morrison J H. Turbulence model predictions of strong curved flow in a U-duct[J]. AIAA J, 2000, **38**(8): 1394-1402.
- [5] Huang Y N, Ma H Y. Reynolds stress model involving the mean spin tensor[J]. Physical Review, E, 2004, **70**(5): NO3: 036302. 1-036302. 10.
- [6] Craft T J, Launder B E, Suga K. Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1996, **17**(2): 108-115.
- [7] Yang X D, Ma H Y, Huang Y N. Prediction of homogeneous shear flow and a backward-facing step flow with some linear and non-linear  $k$ - $\epsilon$  turbulence models[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2005, **10**(3): 315-328.
- [8] Huang Y N, Ma H Y, Chu H J. Modelling turbulent swirling flows based on the algebraic two equation approach[J]. Internat J Numer Methods Fluids, 2006, **51**(3): 285-304.
- [9] 马晖扬, 黄宇宁, 徐晶. 非线性涡粘性湍流模型在非惯性中的应用[A]. 第十三届全国计算流体力学会议[C]. 丹东: 全国计算流体力学会议组织委员会, 中国航天空气动力技术研究院, 2007, 345-351.
- [10] Zhang H S, So R M C, Gatski T B, et al. A near-wall second order closure for compressible turbulent flows near-wall turbulent flows[A]. In: So R M C, Speziale C G, Launder B E, Eds. Near-Wall Turbulent Flows[C]. Elsevier Science Publishers B V, 1993, 209-218.
- [11] Speziale C G, Abid R, Anderson C. Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence[J]. AIAA J, 1992, **30**(2): 324-331.
- [12] Zhang H S, So R M C, Speziale C G, et al. Near-wall two equation model for compressible turbulent flows[J]. AIAA J, 1992, **31**(1): 196-199.
- [13] Shih T H, Zhu J, Lumley J L. A realizable Reynolds stress algebraic equation model[R]. NASA TM 105993, 1993.
- [14] Abid R, Morrison J H, Gatski T B, et al. Prediction of aerodynamic flows with a new explicit algebraic stress model[J]. AIAA J, 1996, **34**(12): 2632-2635.
- [15] Monson D J, Lee Seegmiller H. An experimental investigation of subsonic flow in a two-dimensional U-duct[R]. NASA Technical Memorandum 103931.
- [16] Monson D J, Seegmiller H L, McConnaughey P K, et al. Comparison of experiment with calculations using curvature-corrected zero and two Equation turbulence models for a two-dimensional U-Duct[R]. AIAA 1990, 90-1484.
- [17] LUO Jiang, Lakshminarayana Budugur. Prediction of strongly curved turbulent duct flow with reynolds stress model[J]. AIAA J, 1997, **35**(1):

# Nonlinear Turbulence Models That Predict Strong Curvature Effects

XU Jing-lei<sup>1</sup>, MA Hui-yang<sup>1</sup>, HUANG Yu-ning<sup>2</sup>

(1. Department of Physics, Graduate School of the Chinese Academy of Sciences,  
Beijing 100049, P. R. China;

2. State Key Laboratory for Turbulence and Complex Systems;  
Department of Mechanics and Engineering Science,  
Peking University, Beijing 100871, P. R. China)

**Abstract:** The curvature effects on the structure of turbulence were analyzed qualitatively. Numerical simulations of a turbulent U-duct flow with a number of turbulence models in order to assess their overall performance were conducted. The models evaluated are some typical linear eddy viscosity turbulence models, nonlinear eddy viscosity turbulence models (NLEVM) (quadratic and cubic), a quadratic explicit algebraic stress model (EASM) and a Reynolds stress model (RSM) developed based on the second moment closure. The numerical results show that a cubic NLEVM that performs considerably well in other benchmark turbulent flows, such as the Craft, Launder and Suga model and the Huang and Ma model, is able to capture the major features of the highly curved turbulent U-duct flow, including the damping of turbulence near the convex wall, the enhancement of turbulence near the concave wall, and the subsequent turbulent flow separation. The predictions of the cubic models are quite close to that of the RSM, in relatively good agreement with the experimental data, which suggests that these models may be applied to simulating the turbulent curved flows in engineering applications.

**Key words:** curvature effect; nonlinear eddy viscosity turbulence model; Reynolds stress model