

文章编号:1000-0887(2004)01-0001-08

超音速边界层中二维扰动的 演化及小激波的产生*

黄章峰¹, 周恒^{1,2}

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 南开大学 天津大学刘徽应用数学中心, 天津 300072)

(本刊编委周恒来稿)

摘要: 通过直接数值模拟的方法,对二维超音速边界层中扰动的演化进行了研究。以某一剖面作为入口,加入 T-S 波,研究小扰动波逐渐增长的演化过程。发现了扰动非线性演化的特征。探讨了二种判断激波存在的方法,证实了超音速边界层中当扰动达到一定的幅值时会有小激波出现。为建立可压缩流稳定性非线性理论提供一定的依据。

关键词: 超音速边界层; 扰动演化; 小激波

中图分类号: O357.41 **文献标识码:** A

引言

由于工程技术发展的需要,可压缩流动的稳定性与转捩问题正在成为新的研究热点。航天飞行器在大气层中飞行时的流动分离、阻力及热载荷都与边界层中的流动状态有关。因此边界层转捩的预测和控制是成功设计飞行器的前提。

经多年的努力,不可压流边界层的转捩的机理在原则上已经清楚了^[1],但对可压流边界层,现有理论主要限于线性理论。曾有一些学者试图将不可压缩流动稳定性的非线性方法推广应用于可压缩流动中,以研究有限幅值扰动的非线性演化。但超音速,特别是高超音速边界层,当扰动的幅值达到一定程度时,很可能产生运动的小激波。小激波的出现将使流场变得不连续,从而建立在光滑流场基础上的不可压缩流动中研究扰动的非线性理论就有可能不适用于研究带有间断的可压缩流场扰动的演化。此外,超音速流的实验研究很困难,至今没有系统的实验数据可作为建立非线性理论的根据。

二维可压缩混合层中会产生小激波,已通过直接数值模拟的方法被证实^[2,3]。从概念上来说,可压缩边界层中也可能存在小激波。袁湘江和周恒首先提出了这一问题,并做了初步研究^[4],但他们没有得到可靠的结论。至今也没有可靠的实验结果可以回答这一问题。

本文将通过直接数值模拟的方法,对超音速边界层中一二维扰动的演化进行研究,给出扰

* 收稿日期: 2003-08-20; 修订日期: 2003-07-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90205021); 南开大学天津大学刘徽应用数学中心资助项目

作者简介: 黄章峰(1977—),男,湖南人,硕士(E-mail: hzf_tju@eyou.com);

周恒(1929—),男,福建人,教授,中科院院士。

动非线性演化的特征,并证实了超音速可压缩边界层中当扰动达到一定的幅值会有小激波出现,为建立可压缩流稳定性非线性理论提供一定的依据。

1 控制方程及其边界条件和计算方法

用特征长度 δ (边界层中计算域入口处的边界层排移厚度),来流速度 U_∞ ,无穷远处的密度 ρ_∞ ,温度 T_∞ 和粘性系数 μ_∞ , 分别对相应的参数进行无量纲化,则直角坐标系下,熟知的无量纲的守恒型二维可压缩 N-S 方程可写为:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y}, \quad (1)$$

其中, U 为守恒型通量, $\partial E/\partial x$ 和 $\partial F/\partial y$ 为非线性项,其中包括压力项; $\partial E_v/\partial x$ 和 $\partial F_v/\partial y$ 为粘性项,其中包括热传导项。

直接数值模拟的结果依赖于边界条件及其数值处理方法。本文中入口处取为给定值,出口和上边界采用 Poinsot 和 Lele 建议的无反射边界条件^[5],下边界固壁处用绝热无滑移条件。

在对方程(1)做数值模拟时,对于非线性项,例如以 x 方向的 $\partial E/\partial x$ 为例,根据其特征值的正负,可分裂为

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E^+}{\partial x} + \frac{\partial E^-}{\partial x}, \quad (2)$$

$\partial E^+/\partial x$ 与 $\partial E^-/\partial x$ 分别用三阶精度的弱迎风紧致格式:

$$\begin{cases} 2 \frac{\partial E_{i-1}^+}{\partial x} + 4 \frac{\partial E_i^+}{\partial x} = \frac{1}{dx} (-5E_{i-1}^+ + 4E_i^+ + E_{i+1}^+) + O(dx^3), \\ 4 \frac{\partial E_i^-}{\partial x} + 2 \frac{\partial E_{i+1}^-}{\partial x} = \frac{1}{dx} (-E_{i-1}^- - 4E_i^- + 5E_{i+1}^-) + O(dx^3), \end{cases} \quad (3)$$

粘性项则用中心型紧致差分格式求两次一阶导数,对于函数 f , 其一阶导数的六阶精度中心型紧致差分格式为:

$$12 \frac{\partial f_{i-1}}{\partial x} + 36 \frac{\partial f_i}{\partial x} + 12 \frac{\partial f_{i+1}}{\partial x} = \frac{1}{dx} (28(f_{i+1} - f_{i-1})) + (f_{i+2} - f_{i-2}) + O(dx^6), \quad (4)$$

时间导数采用一阶显式差分格式。

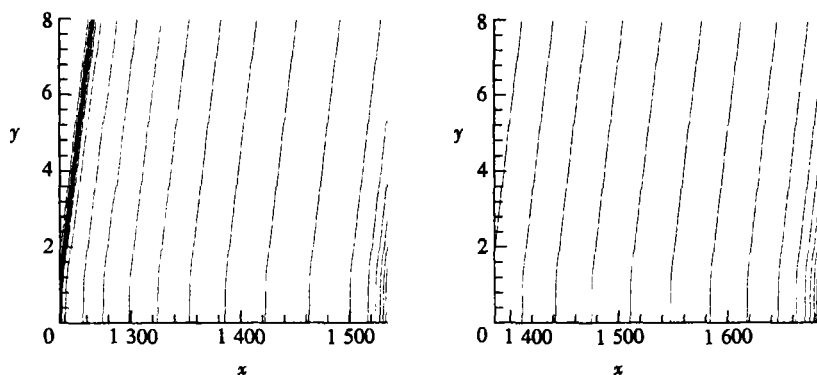
2 计算域的选取和基本流

本文数值模拟的是来流马赫数为 4.5 的平板边界层内二维扰动演化问题。气体参数取相当于 5000 m 高空处之值,并用它们为无量纲化时的参考量。计算域的入口为离平板前沿 2.12 m 处,计算域在流向约 0.5 m 长。

取 $Re_\delta = 100\,000$, 则 $\delta = 1.53$ mm, 其中 δ 为边界层排移厚度,是长度无量纲化时的参考量。按相似性解, $\delta = 1.53$ mm 对应于从平板前沿起 $x_0 = 2.12$ m 处,无量纲化后 $x_0^* = 1\,385$ 。取该处为计算域入口,计算域在 x 方向取 300 个无量纲单位,共 6 000 个网格。 y 方向取 8 个无量纲单位,在 y 方向采用指数变换加密计算网格: $y = 8(e^{2.4\eta} - 1)/(e^{2.4} - 1)$, η 是计算网格,从 0 到 1,共分 400 个网格。这样在入口处,在 y 的 $[0,1]$ 区间内有 135 个点。

计算时在入口处需给定速度等的剖面。一个显然的选择是用相似性解。但相似性解并不是 N-S 方程的准确解,这样,在入口处附近会有一个调整过程。为了消除这样可能带来的误差,先取无量纲计算域为 $x^* = 1\,235 \sim 1\,535$, 入口处则给定为可压缩边界层的相似性解。解定常

后压力等值线图如图 1(a)所示,入口处的等值线很密. 然后取计算域为 $x^* = 1385 \sim 1685$, 而入口条件则为上面算出的解在 $x^* = 1385$ 处之值. 再定常后即得到所需的层流基本解. 从图 1(b)可见,重新计算后,入口处的不光滑性已不存在.



(a) 预计算所得基本流等压力线图 (b) 最终计算所得基本流等压力线图

图 1 等压力线图

3 特征值和特征函数

计算得到基本流后进行了线性稳定性分析, 求出增长最快的空间模式的 T-S 波. 二维扰动中, 第二模态比第一模态更不稳定, 因此本文只考察了第二模态扰动演化的情况, 其特征值为: $\omega = 2.149\ 582$, $\alpha_r = 2.351\ 038\ 4$, $\alpha_i = -0.039\ 556\ 1$. 特征函数示于图 2 内. 不难看出扰动特征函数速度 $|u|$ 的最大值在 $y = 0.3$ 附近, 速度 $|v|$ 的最大值在 $y = 0.4$ 附近, 温度 $|t|$ 的最大值在临界层 $y = 1$ 的附近. 特征波传播速度为 0.914, 波长为 2.67, 平均一个波长内有 53.45 个网格, 每一个时间周期取 3 000 步计算. 分别对空间网格和时间步长加密一倍后, 计算结果几乎没有变化, 说明空间网格和时间步长可取.

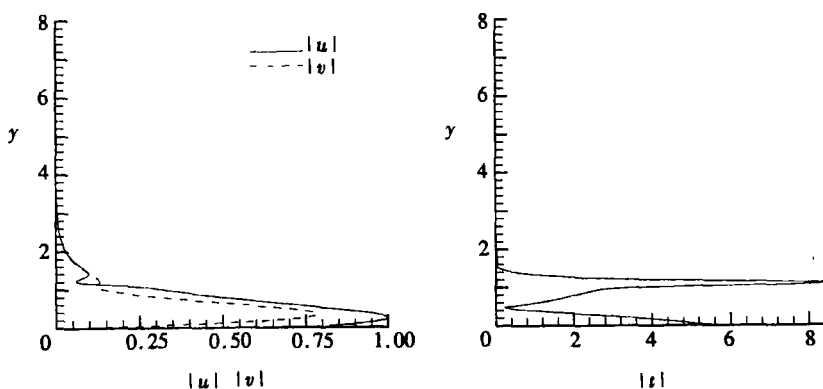


图 2 第二模态的特征函数

4 结果分析与讨论

在入口处加入的扰动其初始幅值为 0.000 1, 计算到 100 个周期时停止计算, 这时扰动还未到达出口处. 这样做是因为很难保证出口条件完全反映真实的物理条件, 而这样则可以避免由此而来的误差. 扰动幅值和各次谐波的增长情况如图 3 所示. 图 3(a)中是总扰动幅值的

演化图,幅值从0.0001增长,在 $x^* = 1560$ 处扰动幅值已达0.16. 图3(b)中给出了各次谐波幅值的演化曲线. 图3(c)中给出了各次谐波幅值取对数后除以 n 后的演化曲线图,其中 n 是该谐波的阶数. 直线段表示实际上按指数增长,而各线平行则表示符合弱非线性理论规律. 图3(d)是图3(c)的放大图,并加了辅助平行线. 从图3(d)看,到 $x^* = 1480$ 处,各次谐波的关系已开始偏离弱非线性理论规律. 此外,在入口处二次和三次谐波似乎并不满足弱非线性理论,这是因为各次谐波有一个被激发过程. 这在原来的弱非线性理论中无法解释,但用周恒和尤学一及周恒和藤村薰的改进后的弱非线性理论^[6,7]则从原则上讲可以解释. 各次谐波从 $x^* = 1480$ 开始偏离弱非线性理论,此时扰动幅值仅为0.01. 到了 $x^* = 1535$ 时,扰动幅值达到0.1. 非线性作用已经很强.

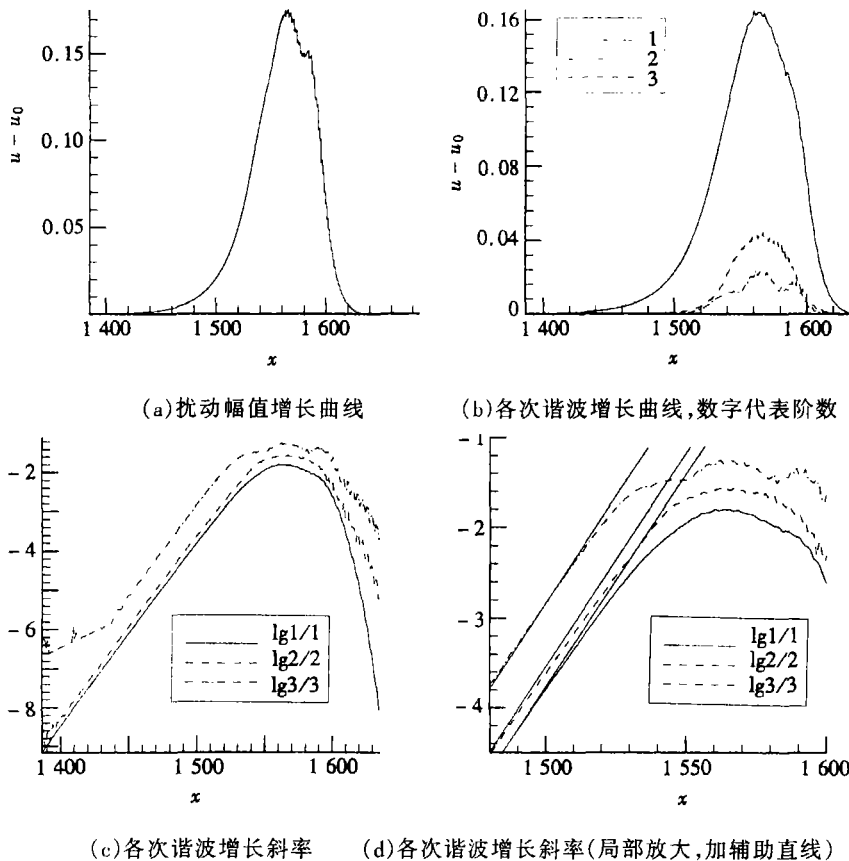


图3 扰动幅值和各次谐波的增长曲线

下面来研究扰动幅值增长后会不会演化出小激波的问题.

一种初步的,较为直观的判断激波方法是寻找等值线密集的地方. 从图3中看,在 $x^* = 1535$ 处幅值已经增长到0.1,不再是小扰动,有可能产生小激波,而扰动等马赫线在临界层附近有密集区. 当初袁湘江和周恒曾认为有这可能是小激波. 但实际上它们不是小激波. 这是因为该密集线附近的质点的速度范围在0.8~1之间,而密集线传播的速度等于波的传播速度,即等于0.914. 质点相对于等密集线的相对法向速度不可能是超音速. 因此在临界层附近等马赫线的密集处并不是小激波.

但在靠近壁面不远处,也有等值线密集区,并且密集线几乎与来流速度 u 垂直,应该考察

它们是不是小激波.

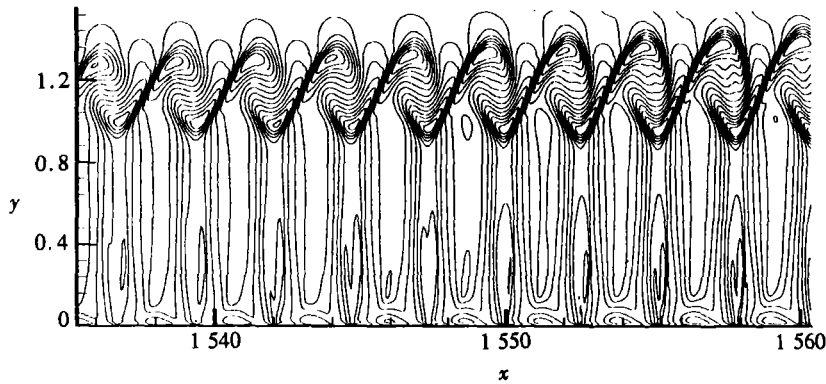


图4 扰动流场的等马赫线图

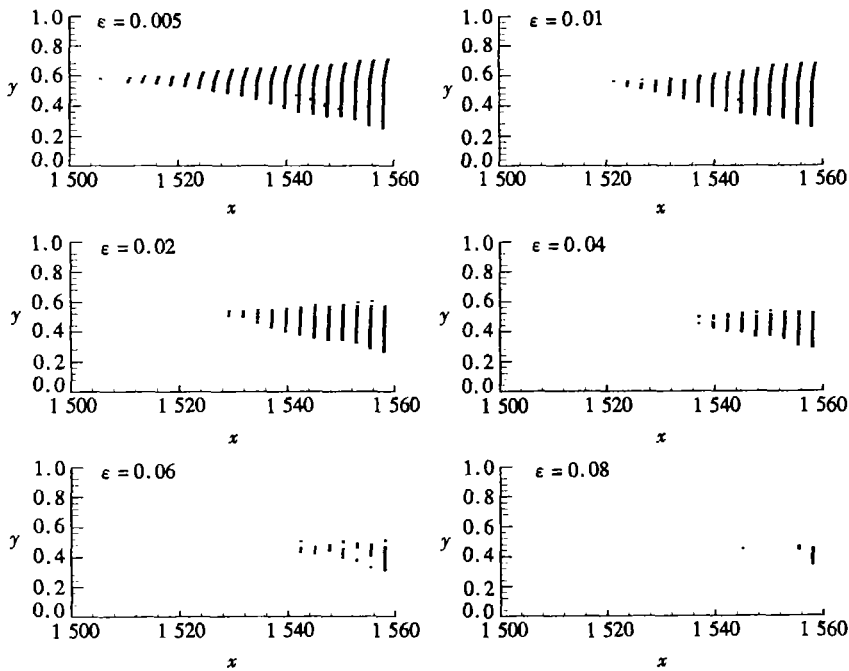


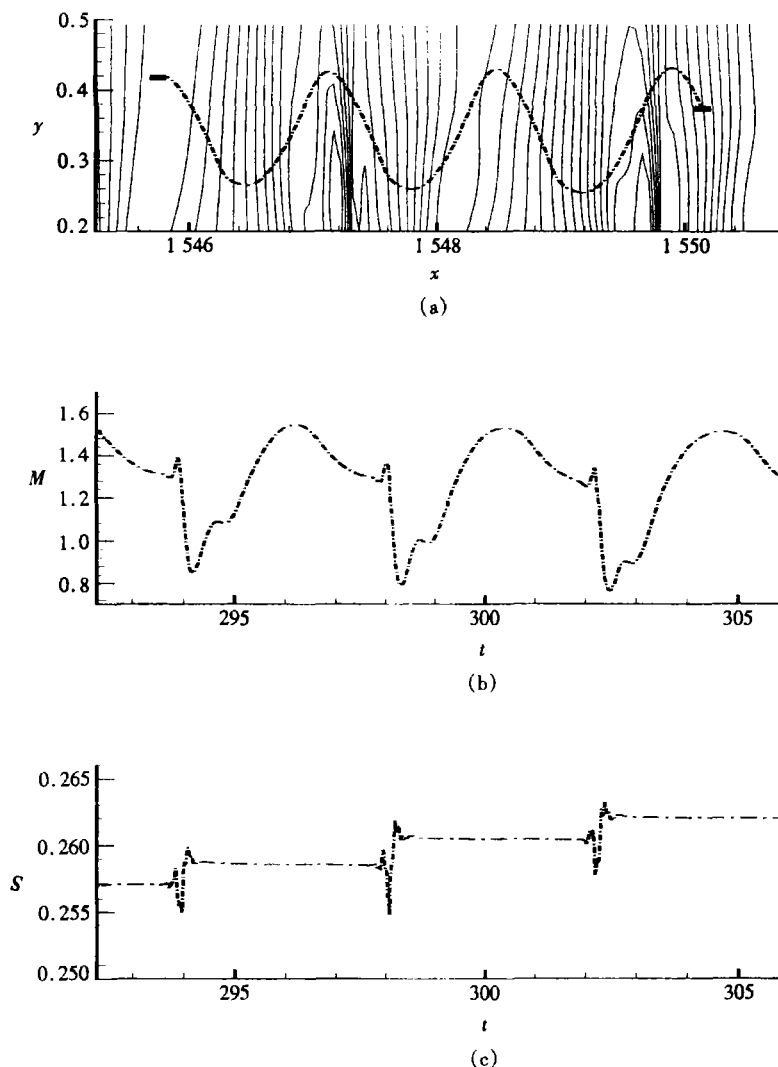
图5 判据中取不同 ϵ 时的“激波”位置

如果它们是小激波,而且是正激波,则在随着激波一起运动的坐标上来观察时,激波前后的质点分别应是超音速和亚音速. 这一条件可以写出如下:若某一 t 时刻速度场为 $u(t, x, y)$, 音速场为 $a(t, x, y)$, 激波速度为 c , 则满足下列关系式的点的集合代表着 t 时刻的正激波:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{c - u(t, x - \Delta x, y)}{a(t, x - \Delta x, y)} \leq 1 - \epsilon \\ \frac{c - u(t, x + \Delta x, y)}{a(t, x + \Delta x, y)} \geq 1 + \epsilon \end{cases} \quad \text{或 b) } \begin{cases} \frac{u(t, x - \Delta x, y) - c}{a(t, x - \Delta x, y)} \geq 1 + \epsilon, \\ \frac{u(t, x + \Delta x, y) - c}{a(t, x + \Delta x, y)} \leq 1 - \epsilon, \end{cases} \quad (5)$$

其中 ϵ 为可调参数, Δx 的大小应根据计算所得激波厚度选取. 满足关系式 a) 的激波, 质点沿激波速度的反向穿过激波, 而满足关系式 b) 的激波, 质点沿激波速度的正向穿过激波.

根据一般激波捕捉法所能得到的激波宽度, Δx 取为 1 个网格宽度. 当 ϵ 很小时, 如 $\epsilon =$



(a) 流体质点运动轨迹和等马赫线; (b) 相对马赫数随时间的变化;
(c) 熵随时间的变化

图 6

0.005, 由于数值误差将把不是激波的点也包含进来, 而当 ϵ 很大时, 如 $\epsilon = 0.08$, 则将强度较弱的激波丢掉了. 图 5 中给出 ϵ 取 0.005 ~ 0.08 之间得到的“激波”点的集合.

但判断激波是否存在, 最有效, 也是最令人信服的方法是跟随一个流体质点并考察它通过“激波”前后的相对流速是否分别是超音速和亚音速以及该质点的熵是否有跃增. 在临界层之下图 5 所示小激波处, 质点的流速范围在 0.2 ~ 0.8, 小于小激波的运动速度 0.914, 因此质点将沿“激波”运动方向的反向穿过“激波”.

图 6(a) 中给出了一个流体质点的运动轨迹, 该点在计算五个周期后, 共三次穿越“激波”, 图 6(b) 给出了它的相对马赫数随时间的变化, 图 6(c) 给出了它的熵值随时间的变化. 可以看出, 其熵值有三次明显的跃增, 而其余部分则近似为常数, 对应于绝热等熵流 (在跃增处附近由于计算格式问题而有一些非物理振荡). 与此相关, 其相对马赫数在熵有跃增时三次从超音速突变为亚音速. 可见它的确三次穿过激波. 从图中还可看出, 该点在法向跨越了比较大的一

个范围。这意味在这范围内,层与层之间的流体交换(包含动量交换)较强,提供了产生激波的条件。根据这一方法,本文在由 $\epsilon = 0.02$ 得到的“激波”前面放一些质点,研究其随时间演化的情况,以检验那些“激波”是否真正是激波。经检验确认为激波的点集合示与图 7(a)中。

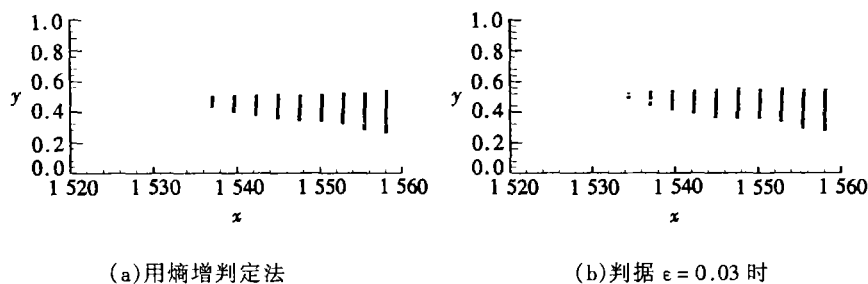


图 7 流场中激波的位置

从图 7(a)可以看出,在 $x^* = 1535$ 处开始出现激波,此时扰动幅值已增长到 0.1,非线性作用已相当强。与图 7(b)相比,激波的位置与判据中 ϵ 取 0.03 时的“激波”位置吻合,说明该方法可用以确定激波的位置。但用(5)式去检验激波的存在与否,仅对正激波才有效。事实上,在上述跟随流体质点法寻找激波时,我们发现,在靠近激波下端处的点有可能绕过下端,但仍有熵的跃增,这表明该处有延伸出去的斜激波。

5 结 论

1) 小扰动演化初期,基本波的增长符合线性理论。激发出的高次谐波也按弱非线性理论演化。但到幅值为 0.01 时,各次谐波的演化开始偏离弱非线性理论。演化到幅值为 0.1 时,强非线性作用已占主导地位。

2) 简单地用扰动场的等马赫线密集的地方来判定激波是否存在是不可靠的;用波前波后的相对马赫数判断激波位置的方法能够初步确定激波的位置,但如不是正激波,则用该方法不方便;判断激波是否存在的最令人信服的方法是考察通过“激波”的质点在“激波”前后是否有熵的跃增。

3) 我们证实了小扰动演化到其幅值较大时,流场中会有激波存在。

致谢 第一作者在与本文有关的研究过程中,曾得到罗纪生教授的多次指导,特此表示深谢意。

[参 考 文 献]

- [1] 张涵信,周恒. 流体力学的基础研究[J]. 世界科技研究与发展, 2001, 23(1): 15—18.
- [2] 傅德薰,马延文. 平面混合流拟序结构的直接数值模拟[J]. 中国科学, A 辑, 1996, 26(7): 659—664.
- [3] 曹伟,周恒. 二维超音速混合层中小激波的存在及其对流场结构的影响[J]. 中国科学, A 辑, 2001, 31(5): 439.
- [4] 袁湘江,周恒. 超声速边界层中小幅值 T-S 波的数值研究[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(12), 1211—1214.
- [5] Poinso T J, Lele S K. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, 101: 104—129.
- [6] 周恒,尤学一. 流动稳定性弱非线性理论中的问题及其改进[J]. 力学学报, 1993, 25(5): 515—528.
- [7] 周恒,藤村薰. 流动稳定性弱非线性理论的进一步改进[J]. 中国科学, A 辑, 1997, 27(12): 1111—

Evolution of a 2-D Disturbance in a Supersonic Boundary Layer and the Generation of Shocklets

HUANG Zhang-feng¹, ZHOU Heng^{1,2}

(1. *Department of Mechanics, Tianjin University,*
Tianjing 300072, P. R. China;

2. *LIU-Hui Center of Applied Mathematics, Nankai & Tianjin University,*
Tianjin 300072, P. R. China)

Abstract: Through direct numerical simulation, the evolution of a 2-D disturbance in a supersonic boundary layer has been investigated. At a chosen location, a small amplitude T-S wave was fed into the boundary layer to investigate its evolution. Characteristics of non-linear evolution have been found. Two methods were applied for the detection of shocklets, and it was found that when the amplitude of the disturbance reached a certain value, shocklets would be generated, which should be taken into consideration when non-linear theory of hydrodynamic stability for compressible flows is to be established.

Key words: supersonic boundary layer; evolution of disturbance; shocklet