

# 微下拉法 YAG 晶体生长数值模拟\*

屈菁菁<sup>1</sup>, 曾 忠<sup>1</sup>, 乔 龙<sup>1</sup>, 丁雨瞳<sup>2</sup>, 付昌禄<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 航空航天学院 工程力学系, 重庆 400044;

2. 中国电子科技集团公司 第二十六研究所 材料与装备中心, 重庆 401332)

(我刊编委曾忠来稿)

**摘要:** 对微下拉法生长 YAG 晶体进行包括感应加热在内的全局数值模拟,其耦合了感应加热、气体与熔体对流以及固液气三相的热运输,熔体对流同时考虑浮力与表面张力作用.为统一使用有限体积法离散控制方程,采用复函数法求解电磁场,与流函数法对比验证程序正确性.分析整个生长炉内的温度和流场(包括气体和熔体)分布,并针对固液交界面区域温度梯度较小的情况,改进后热器材料,为微下拉法晶体生长炉结构设计提供参考.

**关键词:** 微下拉法; 感应加热; 数值模拟

**中图分类号:** O351.2      **文献标志码:** A

**doi:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2016.06.003

## 引 言

微下拉法<sup>[1]</sup>是一种新型的熔体晶体生长技术.由于其生长速度快、贵金属坩埚小、生长晶体直径从微米至毫米可调、晶体(截面)形状可控等优势,近年来受到越来越多地重视和应用.现阶段对于微下拉法的数值研究主要集中在局部数值模拟, Lan 等<sup>[2]</sup>首次利用数值模拟技术分析了  $\text{Ge}_x\text{Si}_{1-x}$  晶体生长过程中熔体的流动和热运输,指出由表面张力引起的热毛细流对流场起主要作用.模型中设定坩埚壁面温度沿轴向成线性分布,这样的模拟并不能准确反映生长炉内真实的温度场. Samanta 等<sup>[3]</sup>用二维准稳态热毛细模型重点研究了籽晶拉伸速率极限,研究表明系统受坩埚温度影响比环境温度影响更大,强调了微下拉法加热系统的重要性.

微下拉法的加热方式通常有电阻加热和感应加热两种,而感应加热利用电磁感应原理将电能转换为热能,具有热效高、发热快、节能安全等优点,其越来越多地被应用于晶体生长过程中. Gresho 等<sup>[4]</sup>通过引入磁流函数,将电磁场方程转化为易于用有限单元法求解的椭圆方程形式,流函数法现已被广泛应用于感应加热数值模拟中<sup>[5-8]</sup>. Chen 等<sup>[9]</sup>在模拟 PVT(physical vapor transport)法生长 SiC 晶体时用复函数表示电磁场量并采用有限体积法离散方程.考虑加热系统在内的全局模拟可以提供更真实更完整的温度场和流场信息. Fang 等<sup>[10]</sup>利用 CrysMAS 软件包采用流函数法首次对微下拉法生长蓝宝石晶体过程进行全局模拟,综合分析晶体生长过程

\* 收稿日期: 2016-03-10; 修订日期: 2016-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(11572062); 教育部创新团队项目(IRT13043)

作者简介: 屈菁菁(1993—),女,硕士生(E-mail: fengmian13@gmail.com);

曾忠(1968—),男,教授,博士,博士生导师(通讯作者. E-mail: zzheng@cqu.edu.cn).

中的热运输情况,改进了坩埚装置,并讨论线圈位置、坩埚和后热器长度以及保温层厚度对固液交界面温度梯度的影响,其结果对微下拉法晶体生长炉结构设计有一定参考作用.苏文佳等<sup>[11]</sup>利用 Comsol 软件数值分析了微下拉法纤维蓝宝石单晶生长过程中的陶瓷保温管开裂现象、熔体对流和磁场分布,提出适当增大保温层厚度以降低其开裂概率.

计算流体力学普遍采用有限体积法<sup>[12]</sup>对控制方程离散,文中为了统一电磁场方程和流场方程形式,采用复函数法求解电磁场,并验证了模型程序正确性.然后对微下拉法生长 YAG 晶体进行了全局数值模拟,为改善固液交界区域的温度梯度,对比研究了不同后热器作用.

## 1 感应加热模型

感应加热的原理是将电能转化为热能.在围绕导体外部的线圈中通入交流电,交变的电流在导体外部产生交变的电磁场,当磁场内的磁力线穿过导磁性金属材料时,会在金属体内产生无数的涡电流,金属材料自身发热,从而加热金属材料筒内的物品.

电磁场空间分布由 Maxwell(麦克斯韦)方程组描述,该方程组由 Ampere(安培)环路定律、Faraday(法拉第)电磁感应定律、Gauss(高斯)电通定律和 Gauss 磁通定律(亦称磁通连续定律)组合而成.通过引入矢量磁位  $A$  (Wb/m),使  $A$  与磁感应强度  $B$  (T) 满足  $B = \nabla \times A$  来求解电磁场.假设微下拉法晶体生长中的感应加热模型满足:1) 系统为二维轴对称模型;2) 模型中没有净电荷,所有材料为线性且各向同性;3) 忽略位移电流;4) 线圈中通入的电流均匀分布;5) 忽略线圈自感.则控制方程为<sup>[4]</sup>

$$\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2} = -\mu J_\theta, \quad (1a)$$

$$E_\theta = -\partial A_\theta / \partial t, \quad (1b)$$

$A_\theta, J_\theta, E_\theta$  分别是矢量磁位  $A$ 、电流密度  $J$  (A/m<sup>2</sup>) 和电场强度  $E$  (V/m) 在  $\theta$  方向上的分量.

### 1.1 矢量磁位方程的求解

电磁场控制方程(1a)、(1b)的求解有两种方法:流函数法和复函数法.流函数法通过引入磁流函数,将控制方程变换为椭圆方程形式,便于用有限单元法求解.复函数法将电磁场量用复数形式表示,将控制方程变换为流体动力学控制方程的通用形式,便于用有限体积法求解.两种方法都是由电磁场基本控制方程(1)变换而来,当给定计算域和相应边界条件,基于我们的理论推导,两种方法求解的结果应该一致.本文为了便于和热质运输方程耦合求解电磁场,因此采用复函数法.

传统的电磁场求解采用流函数法<sup>[4]</sup>,通过引入磁流函数  $\psi(r, z, t) = rA_\theta(r, z, t)$ , 控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = -\mu J_\theta. \quad (2)$$

给定  $J_\theta = J_0 \cos(\omega t)$ , 在导体中,电流为电磁感应的涡电流:

$$J_\theta = \sigma E_\theta = -\sigma \frac{\partial A_\theta}{\partial t} = -\frac{\sigma}{r} \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

$\sigma$  为电导率(S·m<sup>-1</sup>).则解必是如下形式:

$$\psi(r, z, t) = C(r, z) \cos(\omega t) + S(r, z) \sin(\omega t), \quad (3)$$

其中  $C(r, z)$  是解的同相分量(in-phase component),  $S(r, z)$  是解的异相分量(out-of-phase component).则最终的控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial z} \right) = \begin{cases} -\mu J_0, & \text{in the coil,} \\ \frac{\mu\sigma\omega}{r} S, & \text{in the conductor,} \\ 0, & \text{elsewhere;} \end{cases} \quad (4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial z} \right) = \begin{cases} 0, & \text{in the coil,} \\ -\frac{\mu\sigma\omega}{r} C, & \text{in the conductor,} \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (4b)$$

通常计算域取 3~5 倍线圈模型尺寸时,计算域边界距离线圈足够远,可认为边界处磁流函数  $\psi$  为 0.在对称轴处  $r = 0, \psi$  也为 0.

导体上的能量耗散率(heat generation rate)为

$$Q = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma E_\theta^2 dt = \frac{\sigma\omega^2}{2r^2} (C^2 + S^2). \quad (5)$$

在求解温度时,  $Q$  通常作为源项加入能量守恒方程.

本文基于复函数法计算感应加热,复函数法中将电流强度及其他量表示为复数形式:

$$J_\theta = J_0 e^{i\omega t} = J_0 \cos(\omega t) + iJ_0 \sin(\omega t),$$

$$A_\theta = A'_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)} = A'_0 e^{i\varphi_0} e^{i\omega t} = A_0 e^{i\omega t} = A_0 \cos(\omega t) + iA_0 \sin(\omega t) = A_{re} + iA_{im},$$

其中实部  $A_{re}$  表示当前时刻  $t$  真实存在的场量,虚部  $A_{im}$  为虚拟量.

在导体中,电流为电磁感应的涡电流:

$$J_\theta = \sigma E_\theta = -\sigma \frac{\partial A_\theta}{\partial t} = -\sigma (i\omega A_0 e^{i\omega t}) = -i\sigma\omega A_\theta.$$

整理控制方程为

$$\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2} = -\mu J_\theta = \begin{cases} -\mu J_\theta, & \text{in the coil,} \\ i\mu\omega\sigma A_\theta, & \text{in the conductor,} \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (6)$$

取  $t = 0$  时刻,在线圈中  $J_{re} = J_0, J_{im} = 0$ , 则

$$\nabla^2 A_{re} - A_{re}/r^2 = \begin{cases} -\mu J_0, & \text{in the coil,} \\ -\mu\omega\sigma A_{im}, & \text{in the conductor,} \\ 0, & \text{elsewhere;} \end{cases} \quad (7a)$$

$$\nabla^2 A_{im} - A_{im}/r^2 = \begin{cases} 0, & \text{in the coil,} \\ \mu\omega\sigma A_{re}, & \text{in the conductor,} \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (7b)$$

边界条件为

$$A_{re} = A_{im} = 0, \quad (r, z) \rightarrow \infty;$$

能量耗散率为

$$Q = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma E_\theta^2 dt = \frac{1}{2} \sigma\omega^2 (A_{re}^2 + A_{im}^2). \quad (8)$$

方程(4)和(7)都是由电磁场控制方程(1)推导而来的.对比可以得出  $A$  与  $C, S$  满足如下关系:

$$C = rA_{re}, S = -rA_{im}. \quad (9)$$

## 1.2 复函数法求解模型的验证

为了保证计算结果的可靠性,文中对感应加热数学模型进行了有效性验证.由于一些实验条件的限制,很难找到实验值作为对比验证.因此,本文将以文献[5]中提拉法模型的数值计算结果作为基准,来验证感应加热的复函数法求解模型的正确性.

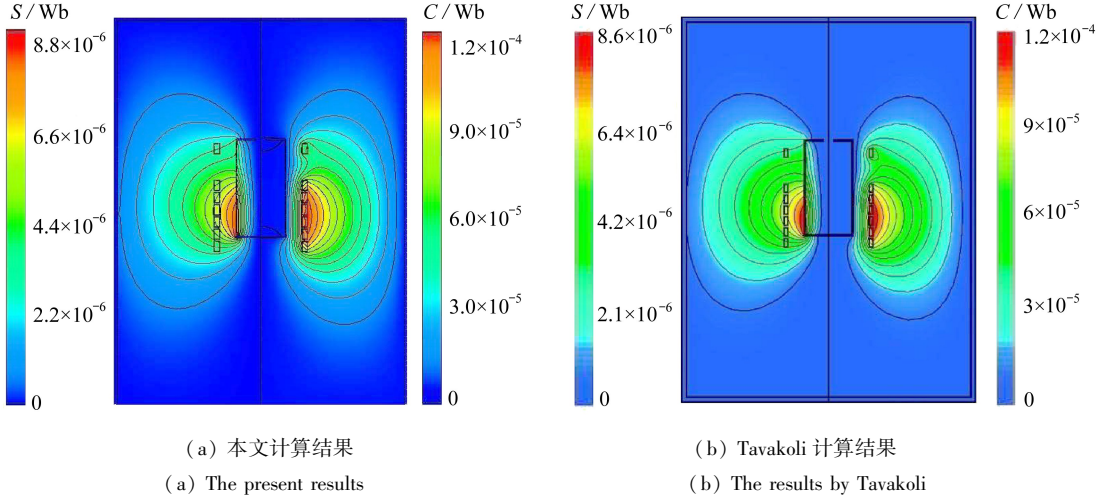


图1 异相分量  $S$  (左侧)和同相分量  $C$  (右侧)

Fig. 1 The out-of-phase component (left) and the in-phase component (right)

对于提拉法晶体生长感应加热二维轴对称模型,计算得到同相分量  $C$  和异相分量  $S$  如图 1 (a) 所示,该结果与 Tavakoli 的计算结果<sup>[5]</sup>(图 1 (b)) 分布形式是一致的.从表 1 也可以看出,本文计算得到的  $C$  的最大值与 Tavakoli 的计算结果一致,  $S$  的最大值与 Tavakoli 的计算结果相对偏差仅为 2.3%.

表1 本文和 Tavakoli 的计算结果的对比

Table 1 Comparison between the present results and the results by Tavakoli

| type    | present result | result by Tavakoli | error $\delta$ /% |
|---------|----------------|--------------------|-------------------|
| $C$ /Wb | 1.2E-4         | 1.2E-4             | 0                 |
| $S$ /Wb | 8.8E-6         | 8.6E-6             | 2.3               |

以上验证结果说明了本文数学模型和数值计算程序的可靠性,可以用于感应加热的计算研究.

## 2 感应加热微下拉法数值模拟

### 2.1 物理模型

图 2 为微下拉法晶体生长系统的简化模型,晶体直径 2.8 mm,晶体长度 20 mm,籽晶长度 50 mm,铢杆长度 160 mm,液面高度 16 mm,保温层直径 120 mm,坩埚高度 44 mm,厚度 1 mm,线圈外径 5 mm,厚度 1 mm,电流密度  $6.43 \times 10^7$  A/m<sup>2</sup>,频率 10 kHz.线圈通电加热坩埚中的熔体,籽晶牵引并随着铢杆下拉晶体.保温层保温,炉膛边界为常温,线圈内部通水冷却.系统为二维轴对称准定常模型并满足以下假设: 1) 熔体是 Newton 流体; 2) 熔体不可压缩,采用 Boussinesq 近似; 3) 晶体生长过程缓慢,对流简化为准定常问题,熔体流动为层流; 4) 不考虑熔体的内辐射; 5) 炉内气体为理想气体; 6) 忽略自由表面的动态变形; 7) 忽略晶体生长相

变引起的热源项。

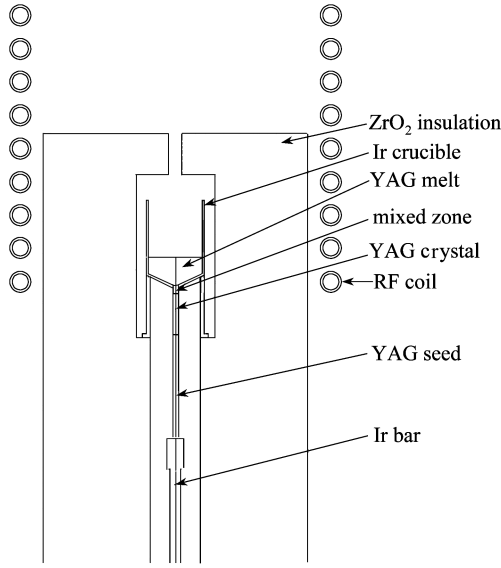


图2 微下拉法生长炉结构模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the micro-pulling-down crystal growth system

模型中各部分的控制方程如下：

1) 熔体的连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0; \quad (10a)$$

2) 气体的连续性方程

$$\nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g) = 0; \quad (10b)$$

3) 熔体和气体的流动方程

$$\rho_l \mathbf{u}_l \cdot \nabla \mathbf{u}_l = \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l - \nabla p - \rho_l \beta \Delta T \mathbf{g}; \quad (11)$$

4) 熔体和气体的能量方程

$$\rho_l c_{p,l} \mathbf{u}_l \cdot \nabla T_l = \lambda_l \nabla^2 T_l; \quad (12a)$$

5) 导体(坩埚和后热器)的能量方程

$$\lambda_c \nabla^2 T_c + q''_{ed,c} + \nabla \cdot q''_{r,c} = 0, \quad (12b)$$

其中  $q''_{ed,c}$  是方程(8)中的感应加热能量源项,  $q''_{r,c}$  是辐射能量源项<sup>[13]</sup>, 任意控制体表面  $i$  的有效辐射能量表示为

$$q''_{r,i} = \varepsilon_i \zeta T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} q''_{r,j},$$

式中,  $\varepsilon$  为表面发射率;  $\zeta$  为 Stefan-Boltzmann 常数 ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ );  $F_{ij}$  为表面间的辐射角系数:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} \delta_{ij} dA_i dA_j,$$

式中,  $\theta_i, \theta_j$  为微元法线与两微元中心连线的夹角;  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号, 由两微元面间的可视性决定。

6) 其他固体构件(保温层、线圈和晶体)的能量方程

$$\nabla^2 T_e = 0, \quad (12c)$$

式中下标 l, c, e 分别表示流体(熔体 l 和气体 g)、导体(坩埚和后热器)、其他固体构件(保温

层、线圈和晶体)。 $\mathbf{u}$  为速度矢量; $\Delta T = T - T_{\text{melt}}$ ,  $T_{\text{melt}}$  为熔点温度; $\rho$  为密度; $p$  为压力; $\mathbf{g}$  为重力加速度矢量; $c_p$  为定压热容; $\lambda$  为导热系数。

数值模拟中所选取的边界条件如下:

1) 熔体自由表面

$$\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial n} = \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial n} + q''_{r,1},$$

$$\tau_l = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \nabla T_l;$$

2) 其他与气体直接接触表面

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial n} = \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial n} + q''_{r,s},$$

式中下标 l, g, s 分别表示熔体、气体、固体部件;  $n$  为法向单位矢量法向分量。

本文选取 YAG 晶体的微下拉法生长过程进行全局模拟, 主要材料参数<sup>[14]</sup>如表 2。

表 2 微下拉法晶体生长材料参数

Table 2 Material properties used in calculations

| parameter   | YAG melt | YAG crystal | Ir     | copper | ZrO <sub>2</sub> | Ar      | water |
|---|----------|-------------|--------|--------|------------------|---------|-------|
| density $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$  | 3 600    | 4 300       | 22 650 | 8 978  | 4 133            |         | 998.2 |
| specific heat $c_p / (\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$                                       | 800      | 390         | 130    | 381    | 519              | 520     | 4 182 |
| thermoconductivity $\lambda / (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$                               | 4        | 10          | 15     | 387.6  |                  | 10      | 0.6   |
| emissivity $\varepsilon$  | 0.3      | 0.9         | 0.3    | 0.35   | 0.5              |         |       |
| dynamic viscosity $\mu / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$                                   | 0.046 8  |             |        |        |                  | 2.24E-5 | 0.001 |
| electro conductivity $\sigma / (\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$  |          |             | 1.72E6 | 5.9E7  |                  |         |       |
| thermal expansion coefficient $\beta / \text{K}^{-1}$   | 1.8E-5   |             |        |        |                  |         |       |
| melting point $T_{\text{melt}} / \text{K}$  | 2 243    |             |        |        |                  |         |       |
| surface tension coefficient $\partial \gamma / \partial T / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ | -3.5E-5  |             |        |        |                  |         |       |

## 2.2 结果和讨论

通过有限体积法离散控制方程, 采用 SIMPLE 算法求解耦合的速度场和压力场, 对流项离散采用二阶迎风格式, 给定相应边界条件, 迭代至收敛。

图 3 显示的是整个生长炉内的电磁场分布, 右侧是同相分量, 左侧是异相分量。同相分量的最大值位于线圈的中间区域, 而异相分量的最大值位于坩埚附近。在坩埚区域, 二者的值在量级上一致, 由式(5)可以看出, 二者同时影响着坩埚上的感应热能。

图 4(a) 是整个炉内区域的温度场分布。保温层内区域是整个炉内温度变化最大的区域, 可见氧化锆具有很好的保温效果。图 4(b) 是坩埚区域的温度分布。温度的最大值集中在坩埚中间区域, 最大值 2 434 K 比 YAG 熔体熔点高 191 K。图 4(c) 是晶体生长附近熔体区域的温度分布。温度沿轴向近似线性分布, 温度梯度为 15.5 K/mm。

图 5(a) 是整个炉内区域的流场分布。在保温层上部, 因为较大的温差, 气体对流强烈。而保温层外部靠近炉壁的区域因温差减小而对流相对较弱。图 5(b) 是坩埚区域的流函数分布。坩埚中的熔体在表面张力的驱动下从高温区域(靠近坩埚区域)向低温区域(中心区域)流动, 同时由于连续性和动量守恒, 熔体沿中心轴附近从低温区域向高温区域回流, 形成一个涡心位于自由表面附近的环形涡。此时浮力流相对较弱。图 5(c) 是晶体生长附近熔体区域的流函数分布,



因自由表面上温度梯度导致不平衡表面张力,从而驱动热毛细流<sup>[15]</sup>,该对流集中于自由表面附近。

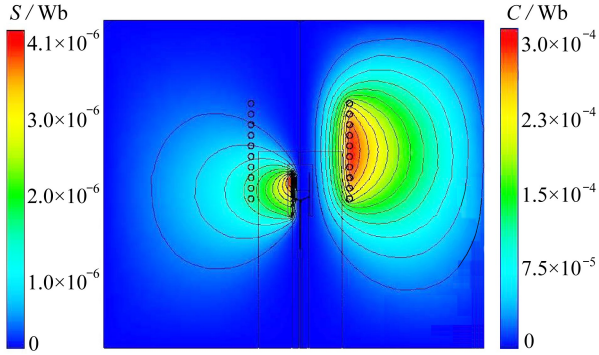
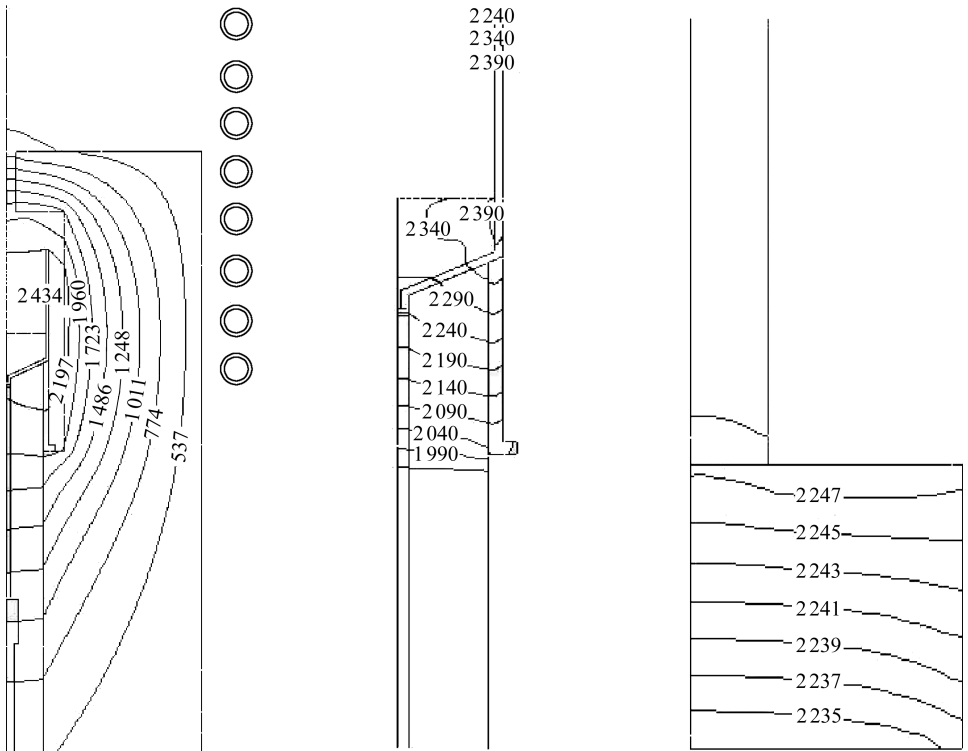


图3 炉内电磁场分布(异相分量(左侧)和同相分量(右侧))

Fig. 3 The magnetic field distribution in the furnace(the out-of-phase component (left) and the in-phase component (right))



(a) 整个炉内区域

(b) 坩埚附近区域

(c) 晶体生长附近熔体区域

(a) In the entire furnace

(b) Around the crucible regions

(c) The melt zone near the crystal growth

图4 温度场分布(单位: K)

Fig. 4 The temperature distribution(unit: K)

在晶体初始生长阶段,固液交界区与籽晶直接接触,温度梯度过小,不利于初始晶体的形成和生长.固液交界区的外围是后热器,后热器与坩埚材料相同,持续产热不利于晶体的冷却.我们尝试改善这一状况,考虑两种情况,一是将后热器材料换为不导电的氧化锆材料;二是去

掉后热器部件.计算得到固液交界区域的轴向温度分布如图 6 所示.

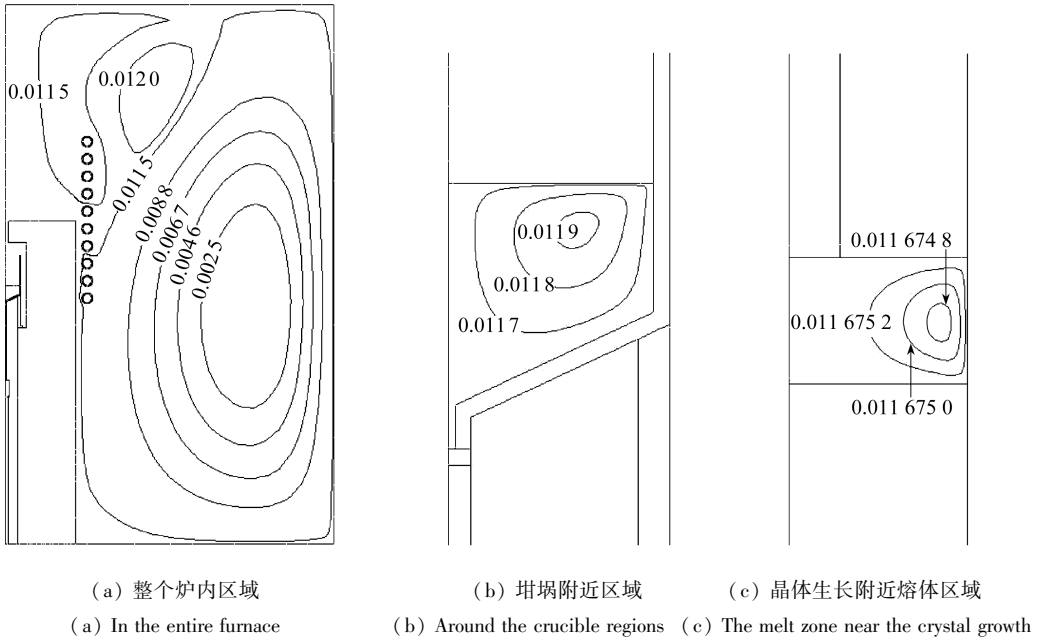


图 5 流场分布(单位:  $m^2/s$ )

Fig. 5 The stream function distribution(unit:  $m^2/s$ )

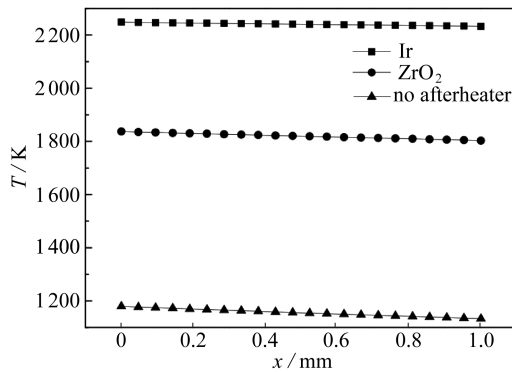


图 6 不同后热器材料情况下的固液交界区温度分布

Fig. 6 Variation of the temperature distribution in the solid-liquid interface zone with different afterheater materials

当后热器材料采用与保温层相同的氧化锆时,温度梯度增大,为 33.6 K/mm.但此时固液交界区的温度降低,即此时的装置加热效率降低.当不采用后热器装置时,此时温度梯度明显增大,为 45.86 K/mm,是较理想的 YAG 晶体生长环境.但此时温度大幅下降,加热效率非常低,需增大线圈中通入的电流大小.

### 3 结 论

本文对晶体生长炉内的感应加热、热传导、辐射、气体与熔体对流等进行了耦合数值模拟.采用有限体积法求解电磁场和流场方程,有效地解决了电磁场和流场的耦合问题.对微下拉法 YAG 晶体生长进行全局模拟,分析整个生长炉内的温度和流场分布,并改进后热器材料,为微



下拉法晶体生长炉结构设计提供参考。

## 参考文献(References):

- [1] Fukuda T, Chani V I. *Shaped Crystals: Growth by Micro-Pulling-Down Technique*[M]. New York: Springer-Verlag, 2007: 3-5.
- [2] Lan C W, Uda S, Fukuda T. Theoretical analysis of the micro-pulling-down process for  $\text{Ge}_x\text{Si}_{1-x}$  fiber crystal growth[J]. *Journal of Crystal Growth*, 1998, **193**(4): 552-562.
- [3] Samanta G, Yeckel A, Daggolu P, Fang H S, Bourret-Courchesne E D, Derby J J. Analysis of limits for sapphire growth in a micro-pulling-down system[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2011, **335**(1): 148-159.
- [4] Gresho P M, Derby J J. A finite element model for induction heating of a metal crucible[J]. *Journal of Crystal Growth*, 1987, **85**(1/2): 40-48.
- [5] Tavakoli M H. Modeling of induction heating in oxide Czochralski systems—advantages and problems[J]. *Crystal Growth & Design*, 2008, **8**(2): 483-488.
- [6] SU Juan, CHEN Xue-jiang, LI Yuan. Numerical design of induction heating in the PVT growth of SiC crystal[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2014, **401**: 128-132.
- [7] Fang H S, Pan Y Y, Zheng L L, Zhang Q J, Wang S, Jin Z L. To investigate interface shape and thermal stress during sapphire single crystal growth by the Cz method[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2013, **363**: 25-32.
- [8] Khodamoradi H, Tavakoli M H, Mohammadi K. Influence of crucible and coil geometry on the induction heating process in Czochralski crystal growth system [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2015, **421**: 66-74.
- [9] Chen Q S, Zhang H, Prasad V, Balkas C M, Yushin N K. Modeling of heat transfer and kinetics of physical vapor transport growth of silicon carbide crystals[J]. *Journal of Heat Transfer*, 2001, **123**(6): 1098-1109.
- [10] Fang H S, Yan Z W, Bourret-Courchesne E D. Numerical study of the micro-pulling-down process for sapphire fiber crystal growth[J]. *Crystal Growth & Design*, 2010, **11**(1): 121-129.
- [11] 苏文佳, 左然, 程晓农.  $\mu$ -PD 法蓝宝石纤维晶体生长中传热传质的数值模拟[J]. 人工晶体学报, 2014, **43**(12): 3214-3218. (SU Wen-jia, ZUO Ran, CHENG Xiao-nong. Numerical simulation of the heat and mass transfer during the process of  $\mu$ -PD sapphires fiber crystal growth [J]. *Journal of Synthetic Crystals*, 2014, **43**(12): 3214-3218. (in Chinese))
- [12] 刘亚平, 曾忠, 许小龙, 张臻, 屈菁菁. 不同结构板翅式油冷器单层冷却液侧换热特性的数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2014, **35**(7): 815-822. (LIU Ya-ping, ZENG Zhong, XU Xiao-long, ZHANG Zhen, QU Jing-jing. Numerical simulation of monolayer coolant-side heat transfer characteristics for plate-fin oil coolers with different structures[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, **35**(7): 815-822. (in Chinese))
- [13] 张尚中, 曾忠, 张永祥, 邱周华, 时洪宇. Czochralski 法晶体生长全局数值模拟[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2009, **28**(S): 355-357. (ZHANG Shang-zhong, ZENG Zhong, ZHANG Yong-xiang, QIU Zhou-hua, SHI Hong-yu. Global numerical simulation of crystal Czochralski growth[J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Sciences)*, 2009, **28**(S): 355-357. (in Chinese))
- [14] Banerjee J, Muralidhar K. Role of internal radiation during Czochralski growth of YAG and Nd: YAG crystals[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2006, **45**(2): 151-167.

- [15] 姚丽萍, 曾忠, 张永祥. 微重力环境下横向旋转磁场对热表面张力流的影响[J]. 重庆大学学报, 2012, 35(3): 115-120. (YAO Li-ping, ZENG Zhong, ZHANG Yong-xiang. Effects of transverse rotating magnetic field on thermocapillary flow under microgravity[J]. *Journal of Chongqing University*, 2012, 35(3): 115-120. (in Chinese))

## Numerical Simulation of the Micro-Pulling-Down Method for YAG Crystal Growth

QU Jing-jing<sup>1</sup>, ZENG Zhong<sup>1</sup>, QIAO Long<sup>1</sup>, DING Yu-chong<sup>2</sup>, FU Chang-lu<sup>2</sup>

(1. *Department of Engineering Mechanics, College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P.R.China;*

2. *Material and Equipment Center, The 26th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Chongqing 401332, P.R.China)*

(Contributed by ZENG Zhong, M. AMM Editorial Board)

**Abstract:** The global numerical simulation was performed for the YAG crystal growth with the micro-pulling-down method. The induction heating, the convection of both gas and melt and the heat transfer of solid/melt/gas were solved simultaneously. In the melt zone, buoyancy convection and thermocapillary flow were considered. In order to uniformly discretize the controlling equations with the finite volume method, the electromagnetic field was modelled with the complex function method, and the computation of the electromagnetic field was verified with the results from the stream function method. Both the temperature and flow fields in the global furnace (including gas and melt) were investigated. As for the low temperature gradient at the solid-liquid interface, the effects of the afterheater was parametrically investigated. This work is useful for the optimal design of crystal growth furnaces.

**Key words:** micro-pulling-down method; induction heating; numerical simulation

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China(11572062)

---

引用本文/Cite this paper:

屈菁菁, 曾忠, 乔龙, 丁雨瞳, 付昌禄. 微下拉法 YAG 晶体生长数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(6): 574-583.

QU Jing-jing, ZENG Zhong, QIAO Long, DING Yu-chong, FU Chang-lu. Numerical simulation of the micro-pulling-down method for YAG crystal growth[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(6): 574-583.