

超音速飞行器机翼颤振的时滞反馈控制*

齐欢欢¹, 徐 鉴², 方明霞²

(1. 中国核动力研究设计院 核反应堆系统设计技术重点实验室, 成都 610041;
2. 同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092)

摘要: 采用时滞反馈主动控制方法对超音速飞行器机翼颤振进行控制,以提高飞行器机翼系统的颤振临界速度.首先根据二元机翼的力学模型,制定时滞反馈控制策略并建立时滞反馈控制系统的数学模型;分别对无控、零时滞反馈控制和有时滞反馈控制系统进行稳定性分析,获得时滞反馈控制系统的颤振稳定性边界.利用 MATLAB/SIMULINK 进行时域数值模拟,验证理论稳定性分析结果的正确性.结果表明:通过调节时滞量,可有效提高飞行器机翼的颤振临界速度,且控制策略简单,效果较好.

关键词: 超音速; 颤振; 时滞反馈控制; 稳定区域; 时域分析

中图分类号: O354.4; TB123 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2016.02.009

引 言

超音速飞行器能够在大气层和跨大气层中实现超音速远程飞行,在飞行过程中将跨越亚音速、跨音速、超音速 3 个速度范围,很容易引起飞行器机翼的颤振问题.颤振是最严重的不稳定现象,它是一种自激振动,使机翼从气流中吸取能量转变成机翼的振动能量,剧烈的振动可能导致结构毁灭性破坏,因此对超音速飞行器颤振特性以及颤振控制方法的研究具有重要意义.学者们提出了各种抑制机翼颤振方法,大致可以分为被动控制和主动控制.被动控制采取的主要措施是质量平衡和局部刚度加强;主动控制方法有改变结构中的阻尼、使用压电元件、记忆合金和时滞控制等方法^[1].

吴志强等^[2]研究了机翼极限环颤振随气流速度变化引起的复杂动力学行为;Abbas 等^[3]在考虑刚度和阻尼非线性情况下,研究了机翼的复杂动力学行为.传统反馈控制模型忽略了实际控制系统中的时滞效应,而时滞效应会导致闭环系统的失稳,因此近年来,时滞反馈控制引起了部分学者的注意.Ramesh 和 Narayanan^[4]将时滞反馈控制应用到二元机翼颤振控制,并提出利用俯仰运动作为反馈信号,控制效果较好;Marzocca 等^[5]研究了时滞对不可压缩流中二元机翼的反馈控制的影响;Librescu 等^[6-7]使用 Volterra 级数,分析了带延迟反馈的亚音速二元机翼的气动弹性特性;李斌等^[8]研究了单自由度线性气动弹性系统在延迟反馈控制作用下的颤振稳定性特性;Zhao^[9]研究了二元机翼俯仰角速度时滞反馈控制.

* 收稿日期: 2015-08-12; 修订日期: 2015-10-11

作者简介: 齐欢欢(1983—),女,工程师,硕士(通讯作者. E-mail: qihuan73@126.com).

由于飞行器结构的复杂性,本文以简化的二元机翼模型为基础,设计时滞控制策略,将延迟的沉浮速度作为反馈信号,对系统的颤振进行时滞反馈控制.主要研究动机是通过建立时滞控制二元机翼模型,从理论上探讨时滞、反馈增益系数与临界速度的关系,目的在于通过调节时滞以提高临界速度.最后为了验证理论分析的可靠性和有效性,利用 MATLAB/SIMULINK 进行时域数值仿真.

1 时滞控制二元机翼系统

本文研究不可压缩流中具有上下平移和俯仰两个自由度的二元机翼颤振模型^[3,5,9](如图1所示).图1中 b 是半弦长, a 是从半弦点到弹性轴 Z 的无量纲距离, ab 是从半弦点到弹性轴 Z 的距离, x_α 是弹性轴到质心的无量纲距离, $x_\alpha b$ 是弹性轴到质心的距离, V 是气流速度, k_h 是弹性轴上 h 方向机翼的弹性系数, k_α 是弹性轴上 α 方向机翼的弹性系数.假设机翼上下沉浮位移 h 向下为正方向,机翼俯仰角 α 抬头为正.

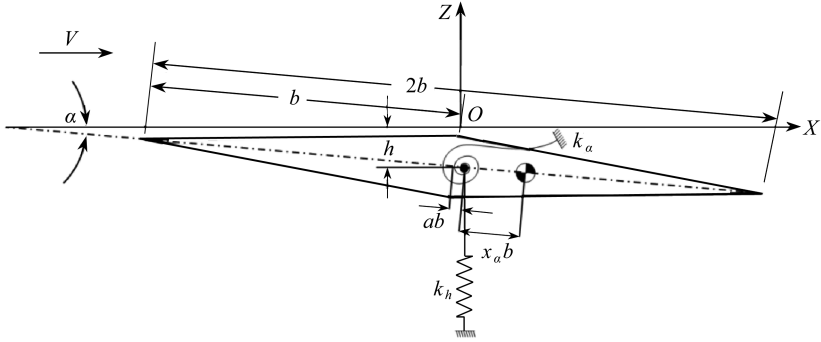


图1 二元机翼模型

Fig. 1 The model of a 2D airfoil

传统的气动弹性控制模型,没有考虑时滞的影响.由于时滞现象的存在,反馈控制体现的是系统过去的状态.本文将经时间延迟后的机翼上下沉浮速度作为反馈控制信号^[6,8-9],作动器作用在距半弦点 x_1 的位置,气动力模型取自文献[3],根据 Lagrange(拉格朗日)方程,带闭环时滞反馈控制二自由度二元机翼的动力学方程为

$$m\dot{h} + mx_\alpha b\ddot{\alpha} + k_h h = -4c_\infty \rho b \eta (\dot{h} - ab\dot{\alpha} + V\alpha) + g_v \dot{h}(t - \tau), \quad (1)$$

$$mx_\alpha b\dot{h} + mr_\alpha^2 \ddot{\alpha} + k_\alpha \alpha = -4c_\infty \rho b^2 \eta \left[\frac{b}{3} \dot{\alpha} - a(\dot{h} - ab\dot{\alpha} + V\alpha) \right] + g_v(x_1 - ab)\dot{h}(t - \tau), \quad (2)$$

式中, m 为机翼质量, c_∞ 为音速, ρ 为空气密度, η 为修正系数, $V = Ma \cdot c_\infty$ (Ma 为 Mach(马赫)数), g_v 为速度反馈系数, $N/(m/s)$, $\tau \geq 0$ 为时滞, s .

化简方程(1)、(2),得

$$c_0 \ddot{h}(t) + c_1 \ddot{\alpha}(t) + c_2 \dot{h}(t) + c_3 \dot{\alpha}(t) + c_4 h(t) + c_5 \alpha(t) + c_6 \dot{h}(t - \tau) = 0, \quad (3)$$

$$d_0 \ddot{h}(t) + d_1 \ddot{\alpha}(t) + d_2 \dot{h}(t) + d_3 \dot{\alpha}(t) + d_4 h(t) + d_5 \alpha(t) + d_6 \dot{h}(t - \tau) = 0, \quad (4)$$

其中

$$c_0 = m, c_1 = mx_\alpha b, c_2 = 4c_\infty \rho b \eta, c_3 = -4c_\infty \rho b^2 \eta a, c_4 = k_h,$$

$$c_5 = 4c_\infty^2 \rho b \eta Ma, c_6 = -g_v, d_0 = mx_\alpha b, d_1 = mr_\alpha^2, d_2 = -4c_\infty \rho b^2 \eta a,$$

$$d_3 = 4c_z \rho b^2 \eta \left(\frac{1}{3} b + a^2 b \right), d_4 = 0, d_5 = k_\alpha - 4c_z^2 \rho b^2 \eta a Ma, d_6 = -g_V(x_1 - ab).$$

方程(3)、(4)可化为如下的状态方程:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(Ma)\mathbf{X} + \mathbf{B}(g_V)\mathbf{X}(t - \tau), \quad (5)$$

其中 $\mathbf{X} = [h \quad \alpha \quad \dot{h} \quad \dot{\alpha}]^T$, 矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 分别为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_{33} & 0 \\ 0 & 0 & n_{43} & 0 \end{bmatrix};$$

$$m_{31} = \frac{c_4 d_1 - c_1 d_4}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, m_{32} = \frac{c_5 d_1 - c_1 d_5}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, m_{33} = \frac{c_2 d_1 - c_1 d_2}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, m_{34} = \frac{c_3 d_1 - c_1 d_3}{d_0 c_1 - d_1 c_0},$$

$$m_{41} = \frac{c_0 d_4 - c_4 d_0}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, m_{42} = \frac{c_0 d_5 - c_5 d_0}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, m_{43} = \frac{c_0 d_2 - c_2 d_0}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, m_{44} = \frac{c_0 d_3 - c_3 d_0}{d_0 c_1 - d_1 c_0},$$

$$n_{33} = \frac{c_6 d_1 - c_1 d_6}{d_0 c_1 - d_1 c_0}, n_{43} = \frac{c_0 d_6 - c_6 d_0}{d_0 c_1 - d_1 c_0}.$$

2 时滞控制二元机翼系统稳定性分析

可以看出式(5)的平衡点是 $\mathbf{X}^* = (0, 0, 0, 0)$. 为了研究 \mathbf{X}^* 的稳定性, 假设式(5)根的形式为 $\mathbf{X} = \bar{\mathbf{X}}e^{\lambda t}$, 将其代入式(5), 可得如下的特征方程:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}(Ma) - \mathbf{B}(g_V)e^{-\lambda \tau}) = 0. \quad (6)$$

特征方程(6)可化成如下形式:

$$D(\lambda, \tau) = H(\lambda) + L(\lambda)e^{-\lambda \tau} = 0, \quad (7)$$

其中

$$H(\lambda) = \lambda^4 + h_3 \lambda^3 + h_2 \lambda^2 + h_1 \lambda + h_0, \quad L(\lambda) = l_3 \lambda^3 + l_2 \lambda^2 + l_1 \lambda;$$

$$h_3 = -m_{44} - m_{33}, \quad h_2 = -m_{31} - m_{42} - m_{34}m_{43} + m_{33}m_{44},$$

$$h_1 = m_{42}m_{33} + m_{31}m_{44} - m_{32}m_{43} - m_{41}m_{34}, \quad h_0 = m_{31}m_{42} - m_{41}m_{32},$$

$$l_3 = -n_{33}, \quad l_2 = n_{33}m_{44} - n_{43}m_{34}, \quad l_1 = n_{33}m_{42} - n_{43}m_{32}.$$

当 $\tau = 0$ 时, $D(\lambda, \tau) = H(\lambda) + L(\lambda)$, 此时可根据如下的 Routh-Hurwitz 判据分析系统的稳定性:

$$\begin{cases} R_{H_1}: h_3 + l_3 > 0, \\ R_{H_2}: R_{H_1}(h_2 + l_2) - (h_1 + l_1) > 0, \\ R_{H_3}: R_{H_1}[(h_2 + l_2)(h_1 + l_1) - h_0 R_{H_1}] - (h_1 + l_1)^2 > 0, \\ R_{H_4}: h_0 > 0. \end{cases} \quad (8)$$

利用判据式(8)可求出当 $\tau = 0$ 时, 系统的临界 Mach 数 Ma_c .

时滞系统(5)零解的稳定性由它的特征方程(7)的特征根决定, 由于式(7)是一个超越方程, 该方程具有无穷多个特征根, 在实践中得到这无穷个特征根是不可能的. 对于我们所研究的问题, 已经知道在 $\tau = 0$ 情况下, 当 $Ma > Ma_c$ 时, 会有一对复根在右半复平面. 对于时滞控制方程(5), 控制参数 τ 是从 0 开始连续变化的, 特征方程的特征根也是随 τ 连续变化的. 因此, 当

时滞到达某一值使式(7)出现纯虚根时,只可能出现两种情况:1)右半平面的复根($\tau=0, Ma > Ma_c$ 时,系统出现的那一对复根)穿越虚轴进入左半平面,右半平面再无复根;2)左半平面的复根穿越虚轴进入右半平面.本文利用特征根随时滞具有的上述变化规律,试图使系统出现第一种情形,以达到提高临界速度的目的.

为了得到使式(7)出现纯虚根的临界时滞(记为 τ_c),将 $\lambda = i\omega$ ($\omega > 0$)代入该方程可得

$$H_R(\omega) + iH_I(\omega) + (L_R(\omega) + iL_I(\omega)) \times (\cos(\omega\tau) - i\sin(\omega\tau)) = 0, \quad (9)$$

分离式(9)的实部和虚部,可得

$$\begin{cases} \sin(\omega\tau) = \frac{H_I(\omega)L_R(\omega) - H_R(\omega)L_I(\omega)}{L_R^2(\omega) + L_I^2(\omega)}, \\ \cos(\omega\tau) = -\frac{H_R(\omega)L_R(\omega) + H_I(\omega)L_I(\omega)}{L_R^2(\omega) + L_I^2(\omega)}. \end{cases} \quad (10)$$

利用 $\sin^2(\omega\tau) + \cos^2(\omega\tau) = 1$,消去 τ 可得

$$F(\omega) = \omega^8 + s_1\omega^6 + s_2\omega^4 + s_3\omega^2 + s_4 = 0, \quad (11)$$

其中 $s_1 = -2h_2 + h_3^2 - l_3^2$, $s_2 = 2h_0 + h_2^2 - l_2^2 - 2h_1h_3 + 2l_1l_3$, $s_3 = h_1^2 - 2h_0h_2 - l_1^2$, $s_4 = h_0^2$.值得注意的是:当 $\tau \geq 0$ 时,准多项式 $D(i\omega, \tau) = 0$ 有正实根 ω 的充分必要条件是 $F(\omega) = 0$ 存在正实根.

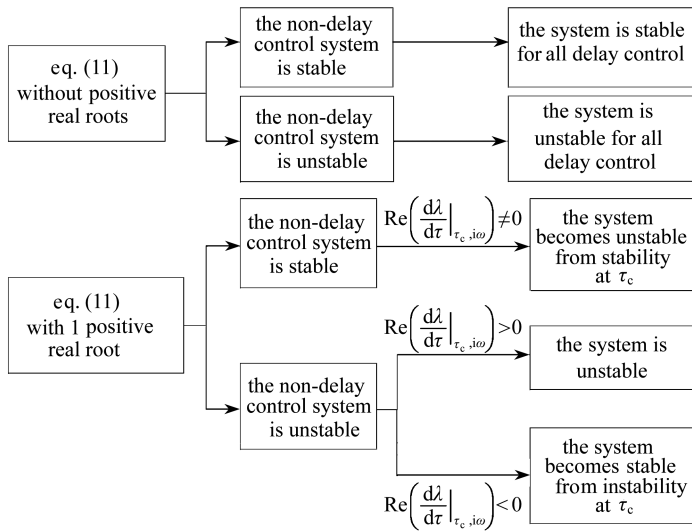


图2 系统(5)零解的稳定性判定

Fig. 2 Zero solution stability criteria of eq.(5)

将方程(11)中解得的正实根 ω 代入(10)可求出 τ_c .当 $\tau = \tau_c$ 时,方程(7)的某一对共轭复根有可能穿过虚轴必须满足下列条件:

1) 方程(11)至少存在一个正实根;

2) $\text{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\bigg|_{\tau_c, i\omega}\right) \neq 0$.

将方程(7)中的 λ 对 τ 求导,可得

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{e^{-\tau\lambda}\lambda^2(l_3\lambda^2 + l_2\lambda + l_1)}{4\lambda^3 + 3h_3\lambda^2 + 2h_2\lambda + h_1 + e^{-\tau\lambda}(3l_3\lambda^2 + 2l_2\lambda + l_1 - \tau l_3\lambda^3 - \tau l_2\lambda^2 - \tau l_1\lambda)}. \quad (12)$$

显然,当 $\text{Re}(d\lambda/d\tau|_{\tau_{c,i\omega}}) \neq 0$, 方程(7) 的特征根穿过虚轴. 特别地, 当 $\text{Re}(d\lambda/d\tau|_{\tau_{c,i\omega}}) < 0$ 时, $\tau = 0$ 系统在右半平面的一对特征根将穿过虚轴进入左半平面.

通过如图 2 所示流程图来说明时滞控制系统的稳定性判别方法^[10].

3 时滞控制二元机翼系统的数值模拟

采用表 1 中的系统参数^[3]对二元机翼系统的稳定性进行数值模拟.

表 1 系统模拟参数

Table 1 Simulation parameters of the 2D airfoil system

parameter	value	parameter	value
m/kg	209.95	b/m	0.5
x_α	0.25	r_α/m	0.5
$c_\infty/(m/s)$	340	$\rho/(kg/m^3)$	1.225 6
η	1	x_1/m	-0.5
a	0.15	$k_h/(N/m)$	1 552 788
$k_\alpha/(N \cdot m/\text{rad})$	956 584		

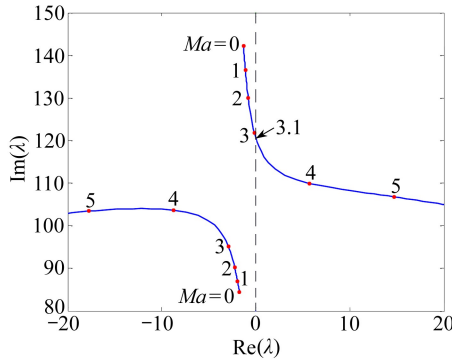


图 3 无控制系统特征根轨迹

Fig. 3 The eigenvalue diagram of the uncontrolled system

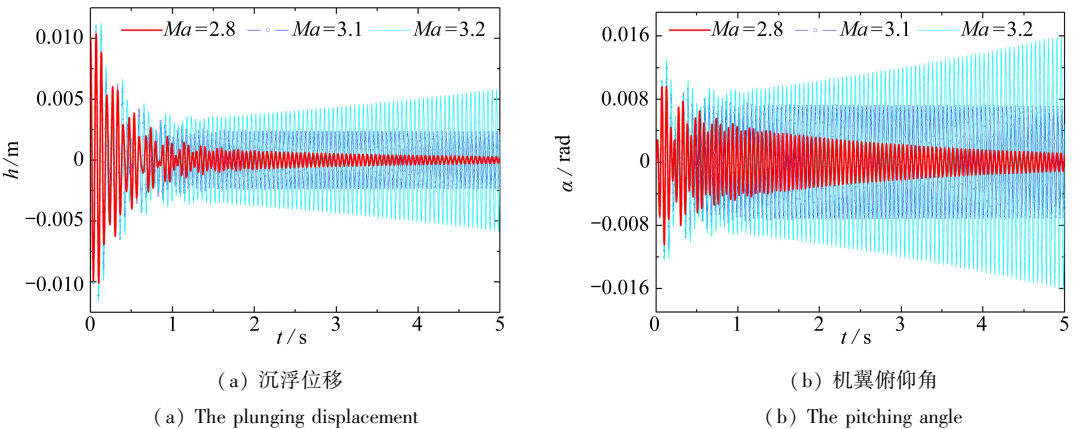


图 4 无控系统时程曲线

Fig. 4 Time histories of the uncontrolled system

首先通过 Routh-Hurwitz 判据式(8), 求得无控制系统的临界速度为 $3.1Ma$, 通过求解特征方程的根随着 Mach 数变化的轨迹(如图 3 所示)可以更清楚地了解原系统的失稳特性, 可以

看出随着 Mach 数的增加,无控系统某一特征根穿越虚轴进入右半平面而失稳。为了验证稳定性分析的准确性,应用 SIMULINK 对 Mach 数为 2.8, 3.1 和 3.2 分别进行数值模拟,沉浮位移 h 和机翼俯仰角 α 的时程曲线如图 4 所示。

施加时滞为 0 的速度反馈控制,通过式(8)可计算出 g_V-Ma 的稳定性区域,如图 5 所示。从图中可以看出,当时滞 $\tau = 0$ s 时,实线将 g_V-Ma 参数平面分成两部分,其中实线左侧 I 区域为 Routh-Hurwitz 稳定,右侧 II 区域为不稳定。当 $g_V \approx 270$ N/(m/s) 时,零时滞速度反馈控制的临界速度最高可到达 $3.8Ma$ 。

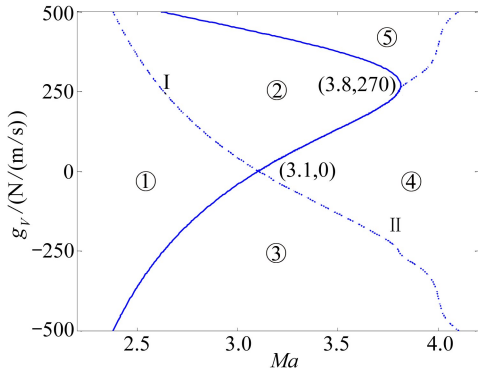


图 5 g_V-Ma 稳定性区域

Fig. 5 The g_V-Ma stability region

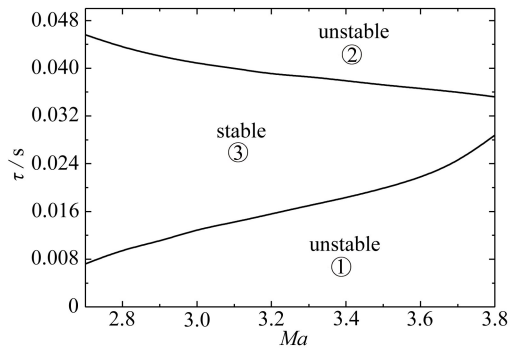


图 6 当 $g_V = -270$ N/(m/s) 时, $\tau-Ma$ 稳定性区域

Fig. 6 The $g_V = -270$ N/(m/s), the $\tau-Ma$ stability region

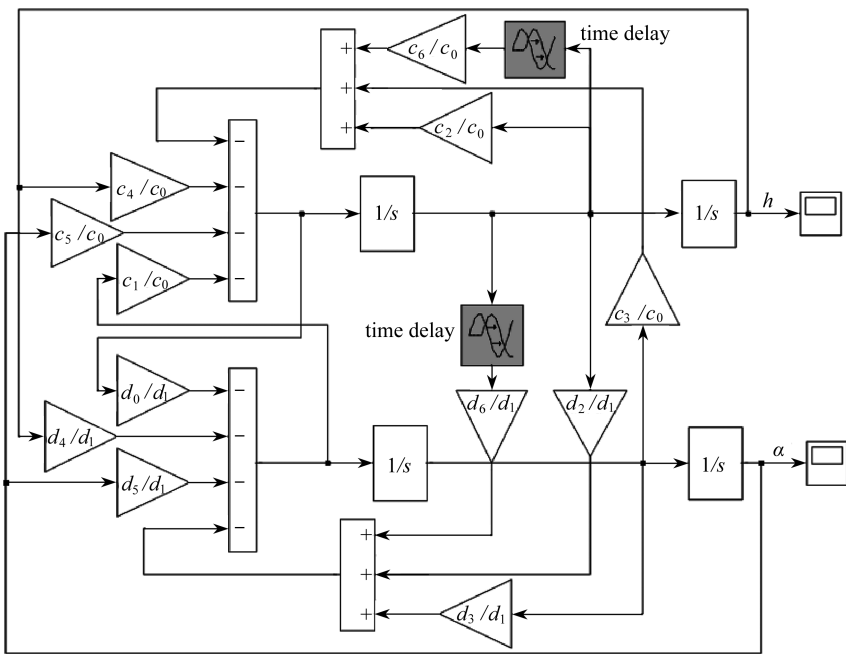


图 7 二元机翼时滞控制 SIMULINK 框图

Fig. 7 The SIMULINK block diagram for the time-delayed control of the 2D airfoil

根据图 2 所示的时滞系统稳定性判定方法,发现随着时滞量的增加,区域 I 和 II 的稳定性将发生变化。I 中的区域①为时滞无关稳定,不管时滞量为多大,系统总是稳定的; I 中的区域②将随着时滞量的增加,由稳定变化为不稳定; II 中的区域③将随着时滞量的增加,由不稳定

变为稳定; II 中的区域④为时滞无关不稳定,即稳定性与时滞无关,系统始终不稳定; II 中的区域⑤将随着时滞量的增加,由不稳定变为稳定.通过参数平面的稳定性划分,我们可选择位于③和⑤区域内的适当参数,以提高原系统的临界速度.

为了进一步研究时滞对系统稳定性的影响,固定 $g_v = -270 \text{ N}/(\text{m}/\text{s})$, 通过时滞系统稳定性判断方法可求出 τ - Ma 稳定性区域,如图 6 所示.可以看出,通过改变时滞的大小可以有效地提高系统的临界速度 ($2.7Ma \rightarrow 3.8Ma$), 增大稳定区域.

为了验证时滞系统稳定性理论分析的正确性,利用 MATLAB/SIMULINK 进行数值模拟,其设计思想如图 7 所示.

对不同时滞情况进行数值模拟,得到受控系统沉浮位移和机翼俯仰角的时程曲线,如图 8 所示.其中 $\tau = 0.0287 \text{ s}$ 位于图 6 的不稳定区域①, $\tau = 0.0300 \text{ s}$ 位于图 6 的稳定区域③, $\tau = 0.0355 \text{ s}$ 位于图 6 的不稳定区域②,数值模拟结果与稳定性分析结果相当吻合.

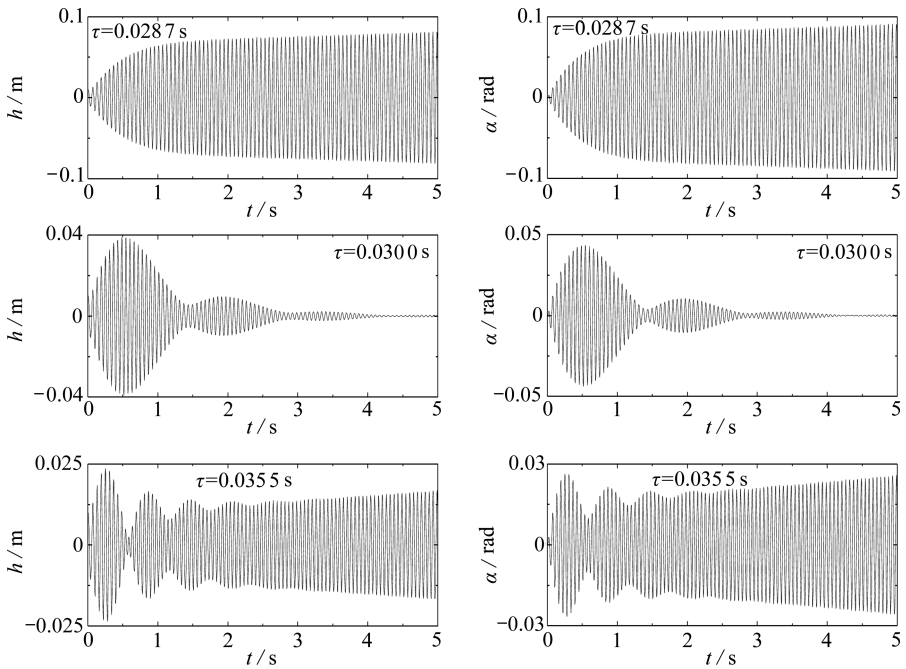


图 8 当 $g_v = -270 \text{ N}/(\text{m}/\text{s})$, $Ma = 3.8$ 时,受控系统沉浮位移、机翼俯仰角时程曲线

Fig. 8 The plunging displacement and pitching angle time histories of the controlled system for $g_v = -270 \text{ N}/(\text{m}/\text{s})$, $Ma = 3.8$

4 结 论

采用时滞主动控制思想对超音速飞行器二元机翼系统的颤振进行控制,建立速度时滞反馈控制模型,分别对无控、零时滞反馈控制和有时滞反馈控制系统进行稳定性分析,并通过 SIMULINK 进行数值模拟.

1) 通过 Routh-Hurwitz 计算无控二元机翼系统临界速度,建立时滞反馈控制模型,通过对零时滞反馈控制和有时滞反馈控制系统的稳定性分析发现,调节时滞可有效地提高受控系统的临界速度和稳定区域.

2) 通过分析将增益-流速图划分不同的稳定性区域,通过稳定区域的划分可以更详细地

研究了不同区域的颤振特性及控制方法.通过调整控制参数,可以将系统控制在特定的稳定区域,从而达到提高机翼颤振速度的目的.本文中对于给定参数下的超音速飞行器,将颤振临界速度由 $3.1Ma$ 提高到 $3.8Ma$, 提高 22.6%,可见时滞控制可以有效地提高颤振临界速度.

3) 通过 SIMULINK 数值模拟,可以获得系统时域振动特性,同时验证了稳定性理论分析结果的准确性.

参考文献 (References):

- [1] 赵永辉. 气动弹性力学与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2007. (ZHAO Yong-hui. *Aeroelasticity and Control*[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [2] 吴志强, 张建伟. 二元机翼极限环颤振复杂分岔[J]. 工程力学, 2008, **25**(2): 52-55, 92. (WU Zhi-qiang, ZHANG Jian-wei. Complicated bifurcations in limit-cycle flutter of two-dimensional airfoil[J]. *Engineering Mechanics*, 2008, **25**(2): 52-55, 92. (in Chinese))
- [3] Abbas L K, Chen Q, O'Donnell K, Valentine D, Marzocca P. Bifurcations and chaotic behavior of hypersonic lifting surfaces with freeplay including the stiffness and damping nonlinearities[C]//48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, Hawaii, 2007.
- [4] Ramesh M, Narayanan S. Controlling chaotic motions in a two-dimensional airfoil using time delayed feedback[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, **239**(5): 1037-1049.
- [5] Marzocca P, Librescu L, Na S, Rubillo C, Chan Y G. Non-linear aeroelastic response and control of supersonic flapped 2-D lifting surfaces[C]//47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Newport, Rhode Island, 2006.
- [6] Librescu L, Marzocca P, Silva W A. Aeroelasticity of 2-D lifting surfaces with time-delayed feedback control[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, **20**(2): 197-215.
- [7] Librescu L, Marzocca P, Silva W A. Supersonic/hypersonic flutter and postflutter of geometrically imperfect circular cylindrical panels[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2002, **39**(5): 802-812.
- [8] 李斌, 杨智春, 谷迎松. 带延迟反馈控制的二元机翼颤振稳定性分析[J]. 机械科学与技术, 2007, **26**(1): 49-52. (LI Bin, YANG Zhi-chun, GU Ying-song. Flutter stability analysis for a two-dimensional wing with time-delayed feedback control[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2007, **26**(1): 49-52. (in Chinese))
- [9] Zhao Y H. Stability of a two-dimensional airfoil with time-delayed feedback control[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2009, **25**(1): 1-25.
- [10] 齐欢欢. 输液管道颤振失稳的时滞控制[D]. 硕士学位论文. 上海: 同济大学, 2009. (QI Huan-huan. Delayed feedback control to flutter in a cantilever pipe conveying fluid[D]. Master Thesis. Shanghai: Tongji University, 2009. (in Chinese))

Time-Delayed Feedback Control of Flutter for Supersonic Airfoils

QI Huan-huan¹, XU Jian², FANG Ming-xia²

- (1. *Science and Technology on Reactor System Design Technology Laboratory, Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610041, P.R.China;*
2. *School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, P.R.China*)

Abstract: An active delayed feedback control technique was proposed to control the flutter of supersonic airfoils. It's intended to increase the critical flow velocity. Firstly, the delayed feedback control strategy was designed to suppress the flutter of the 2D airfoil, in turn the delayed differential equations (DDEs) were formulated for the controlled system under consideration. Then, the stability of the uncontrolled system, the non-delay feedback controlled system and the time-delayed feedback controlled system were analytically determined, respectively, and the flutter stability boundary of the delayed feedback controlled system as a function of the time delay was predicted. Finally, numerical simulation in time domain with the MATLAB/SIMULINK software was made to demonstrate the effectiveness of the present theoretical analysis results. The results show that, the critical flow velocity is significantly increased through regulation of the time delay magnitude, and the proposed delayed feedback control strategy for flutter control of supersonic airfoils is not only valid but also easily applicable to engineering structures.

Key words: supersonic; flutter; time-delayed feedback control; stability region; time-domain analysis

引用本文/Cite this paper:

齐欢欢, 徐鉴, 方明霞. 超音速飞行器机翼颤振的时滞反馈控制[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(2): 210-218.

QI Huan-huan, XU Jian, FANG Ming-xia. Time-delayed feedback control of flutter for supersonic airfoils[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(2): 210-218.