

考虑空间效应的多支撑管线 随机地震响应分析*

李榆银, 张亚辉

(工业装备结构分析国家重点实验室(大连理工大学), 辽宁 大连 116024)

(本刊编委张亚辉来稿)

摘要: 提出了一种能考虑地震动空间变化效应的多支撑管线随机地震响应分析的解析方法.证明了多点地震作用下结构的平稳随机响应分析可转化为求解支座简谐运动时的确定性响应,直接给出了含有待定系数的简谐响应的形式,并通过边界条件和连续性条件建立待定系数的求解方程.与拟静位移分解法相比,该方法不用计算结构的振型以及拟静位移分量,完全是基于解析推导,因此在计算效率方面优势明显.数值算例中,采用该方法和拟静位移分解法计算了一个6跨管线在空间多点地震作用下的随机响应,对比验证了方法的正确性和高效性.

关键词: 空间效应; 多支撑管线; 解析方法; 拟静位移分解法

中图分类号: O326 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2015.06.002

引 言

大跨度结构比如桥梁、管线、水坝等都是重要的公共设施,一旦被破坏将会导致严重的经济损失和人员伤亡,因此对此类结构的抗震分析十分重要.工程上常用的是一致性地震动模型,但地震观测表明,由于行波效应、部分相干效应和局部场地效应的影响,地震波在沿大跨度结构传播过程中会有明显变化,导致结构的不同支座处发生不同的运动^[1-2].这种现象称为地震动的空间变化效应,这使得大跨度结构的抗震分析是一个多点激励问题.Mindlin 和 Goodman^[3]首先提出了拟静位移分解法,用于解决梁的移动边界问题,随后这种方法被应用于考虑空间变化效应的地震响应分析.Clough 和 Penzien^[4]采用拟静位移分解法研究了具有多点支承激励的一般的多自由度体系的地震响应,并指出拟静位移的求解需要耗费巨大的计算量.Zerva^[5-6]采用两跨和三跨连续梁模型研究了不同类型的空间效应对结构地震响应的影响,结果表明相对于一致性输入的情况,地震动的空间变化性可能使结构的响应变大或者变小,这取决于结构的具体形式.Zhang 等^[7]发展了一种适用于大跨度结构受非一致随机地震激励的高效分析方法,并认为地震的空间变化效应对结构的响应有着显著而又复杂的影响.

* 收稿日期: 2015-03-16; 修订日期: 2015-03-17

基金项目: 国家自然科学基金(11172056);国家重点基础研究发展计划(973计划)(2014CB046803)

作者简介: 李榆银(1989—),男,湖北仙桃人,博士生(E-mail: liyuyin@mail.dlut.edu.cn);

张亚辉(1972—),男,河北昌黎人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail: zhangyh@dlut.edu.cn).

尽管拟静位移分解法已经被广泛地应用于考虑空间变化效应的地震响应分析,但由于拟静位移计算量在总位移响应的计算中占有很大的比重,且需要高阶模态参与叠加才能得到相对精确的结果^[8],因此为了减少计算量或者算法实现上的方便,一些研究者提出了不同的思路. Alkhaleefi 等^[9]采用结构的自振振型来表示拟静位移,避免了直接求解拟静位移分量,但张亚辉等^[8]的研究结果表明,对于大型复杂结构,这种方法必须将截断模态取到非常高才能得到较为精确的结果. Chen 等^[10-11]采用积分变换和 Stokes 正则化法求解了支座运动情况下连续梁的瞬态和随机响应,这种方法不需要计算拟静位移分量,但是最终的结果依然是用级数形式表达,因此存在收敛性的问题. Lin 等^[12]将管线系统简化为含有周期支座的跨梁,采用传递矩阵法研究了考虑地震行波效应时结构的响应,这种方法要求支座的间隔必须相等,且只能考虑行波效应,无法考虑部分相干性和局部场地效应,因此存在一定的局限性. Leger 等^[13]采用大质量法将地面的运动等效为作用在支座上的外力,分析了大跨度结构的随机地震响应,但这种方法仅适用于离散模型且不可避免地会引入一定的误差;周国良等^[14]进一步研究了大质量法在多点激励分析中的应用,并指出大质量法不适用于采用 Rayleigh(瑞利)阻尼或者比例阻尼的多点激励分析.

本文采用多跨连续 Euler-Bernoulli 梁模型,研究了多支撑管线受多点空间地震作用的问题,提出了一种完全不同于拟静位移分解的新方法. 首先从理论上证明了结构受多点随机地震作用问题可转换为求解支座简谐运动时的确定性响应,拓展了虚拟激励法的适用范围;然后根据微分方程理论,在处理支座简谐运动问题时直接给出了含有待定系数的解的形式;最后通过边界条件和连续性条件建立待定系数的求解方程. 与拟静位移分解法相比,本文的方法避免了计算结构的振型以及拟静位移分量,且完全基于解析推导,因此在计算精度和效率方面有一定的优势.

1 问题描述

当多支撑管线距离震中较远时,地震地面运动可认为是一组单方向传播的平面波. 将多支撑管线简化为多跨连续 Euler-Bernoulli 梁,如图 1 所示. 竖向地震作用下的运动方程和边界条件为

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = 0, \quad (1)$$

$$y(x_1,t) = u_1(t), y(x_2,t) = u_2(t), \dots, y(x_N,t) = u_N(t), \quad (2)$$

其中 $y(x,t)$ 为梁的竖向位移, \bar{m}, c, E 和 I 分别为梁单位长度质量、阻尼系数、弹性模量和截面惯性矩, N 为支座总数, x_k 为支座 k ($= 1, 2, \dots, N$) 的坐标, $u_k(t)$ 为支座 k 处的地面位移, 假设为平稳随机过程.

由于地质条件的复杂性,地震波在沿平面几何尺寸较大的结构(如本文所讨论的多支撑管线)传播时,不同支座处的地震动存在空间变化效应. 包括地震波到达不同支座时发生的时间延迟(行波效应);因复杂的震源发震机理、地震波在不均匀土壤介质中不规则的反射折射等原因而导致的支座运动之间的部分相干效应;以及因不同支座处场地的性质不同而造成的局部场地效应等^[1-2]. 现有的地震动空间变化效应模型大致分为经验模型^[15-17]和半理论半经验模型^[18-19],其中经验模型依据若干密集台阵记录,采用随机信号处理技术直接统计回归得到,而半理论半经验模型则是从统计学和随机过程理论出发,结合地震动的物理机制来建立. 地震

地面运动的空间效应通常用加速度的互功率谱来表征^[1-2],第 n 个支座和第 l 个支座处地面运动加速度 $\ddot{u}_n(t)$ 和 $\ddot{u}_l(t)$ 的互功率谱为

$$S_{\ddot{u}_n\ddot{u}_l}(\omega) = \gamma_{nl}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_n\ddot{u}_n}(\omega) S_{\ddot{u}_l\ddot{u}_l}(\omega)}, \quad (3)$$

其中, $S_{\ddot{u}_n\ddot{u}_n}(\omega)$ 和 $S_{\ddot{u}_l\ddot{u}_l}(\omega)$ 分别为 $\ddot{u}_n(t)$ 和 $\ddot{u}_l(t)$ 的自功率谱密度函数; $\gamma_{nl}(\omega)$ 为相干函数, 可以表示为如下的形式:

$$\gamma_{nl}(\omega) = \gamma_{nl}^{(i)}(\omega) \gamma_{nl}^{(w)}(\omega) \gamma_{nl}^{(s)}(\omega), \quad (4)$$

$\gamma_{nl}^{(i)}(\omega)$, $\gamma_{nl}^{(w)}(\omega)$ 和 $\gamma_{nl}^{(s)}(\omega)$ 分别表示部分相干效应、行波效应和局部场地效应. 本文采用 Loh 和 Yeh 提出的部分相干模型^[17]:

$$\gamma_{nl}^{(i)}(\omega) = \exp\left[-\alpha \frac{\omega d_{nl}}{2\pi v_s}\right], \quad (5)$$

其中, α 是地面运动波数, v_s 为剪切波波速, d_{nl} 是第 n 和第 l 个支座的水平距离.

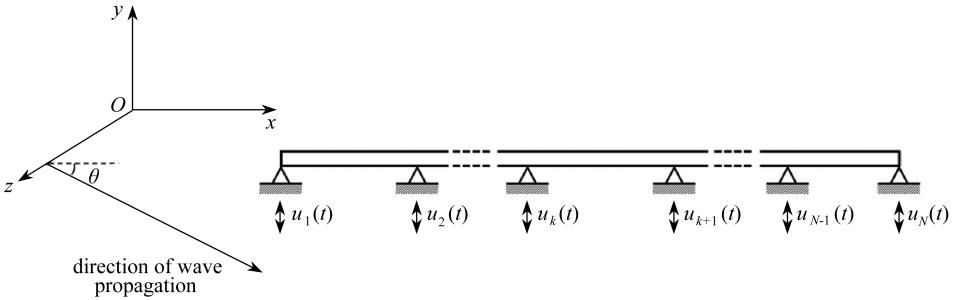


图 1 多支撑管线示意图

Fig. 1 Schematic of the multi-supported pipeline

假设各支座参考坐标原点的运动时间差分别为 T_1, T_2, \dots, T_N , 则

$$T_l - T_n = \frac{d_{nl}}{v_s \cos \theta}, \quad (6)$$

其中 θ 为地震波传播方向与两支座连线的夹角. 因此行波效应可表示为

$$\gamma_{nl}^{(w)}(\omega) = \exp[i\omega(T_l - T_n)]. \quad (7)$$

不同土壤条件的场地效应为^[18]

$$\gamma_{nl}^{(s)}(\omega) = \exp\{i[\theta_n^{(s)}(\omega) - \theta_l^{(s)}(\omega)]\}, \quad (8)$$

这里

$$\theta_n^{(s)}(\omega) = \arctan \frac{-2\xi_n \omega_n \omega^3}{\omega_n^2(\omega_n^2 - \omega^2) + 4\xi_n^2 \omega_n^2 \omega^2}, \quad (9)$$

ω_n 和 ξ_n 是第 n 个支座处土层的自振频率和阻尼比.

因此, 多支撑管线支座加速度向量 $\ddot{\mathbf{u}}(t) = \{\ddot{u}_1 \ \ddot{u}_2 \ \dots \ \ddot{u}_N\}^T$ 的功率谱密度矩阵可写为

$$S_a(\omega) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(\omega) S_{\ddot{u}_1\ddot{u}_1} & \gamma_{12}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_1\ddot{u}_1} S_{\ddot{u}_2\ddot{u}_2}} & \dots & \gamma_{1N}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_1\ddot{u}_1} S_{\ddot{u}_N\ddot{u}_N}} \\ \gamma_{21}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_2\ddot{u}_2} S_{\ddot{u}_1\ddot{u}_1}} & \gamma_{22}(\omega) S_{\ddot{u}_2\ddot{u}_2} & \dots & \gamma_{2N}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_2\ddot{u}_2} S_{\ddot{u}_N\ddot{u}_N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{N1}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_N\ddot{u}_N} S_{\ddot{u}_1\ddot{u}_1}} & \gamma_{N2}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_N\ddot{u}_N} S_{\ddot{u}_2\ddot{u}_2}} & \dots & \gamma_{NN}(\omega) S_{\ddot{u}_N\ddot{u}_N} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

以此即可表征地震地面运动空间变化效应.

2 多跨连续梁的随机地震响应

从上节的介绍可以看出,多支撑管线各支座的运动是以加速度功率谱矩阵的形式给出的,按传统随机振动理论^[4]很难直接得到多支撑管线的随机响应.因此本文基于虚拟激励法^[20]的研究思路,将平稳随机振动问题转换为简谐振动分析.

随机支座运动下连续梁的任意响应 $z(x, t)$ (可以是位移、内力、应力等),可表示为如下的形式:

$$z(x, t) = \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) u_i(t - \theta_i) d\theta_i, \quad (11)$$

其中 $G_i(x, t, \theta_i)$ 为 Green 函数,表示第 i 个支座产生单位位移脉冲时梁的响应.因为 $u_i(t)$ 为平稳随机过程,所以响应 $z(x, t)$ 也是平稳的,其自相关函数可表示为

$$\begin{aligned} R_{zz}(x, \tau) &= E[z(x, t)z(x, t + \tau)] = \\ &E \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) G_j(x, t, \theta_j) u_i(t - \theta_i) u_j(t - \theta_j + \tau) d\theta_i d\theta_j \right] = \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) G_j(x, t, \theta_j) R_{u_i u_j}(\tau + \theta_i - \theta_j) d\theta_i d\theta_j. \end{aligned} \quad (12)$$

由 Wiener-Khinchine (维纳-辛钦) 关系可以写出响应 $z(x, t)$ 的自功率谱密度函数

$$\begin{aligned} S_{zz}(x, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{zz}(x, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \\ &\frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) G_j(x, t, \theta_j) \int_{-\infty}^{+\infty} R_{u_i u_j}(\tau + \theta_i - \theta_j) e^{-i\omega\tau} d\tau d\theta_i d\theta_j = \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{u_i u_j}(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) e^{i\omega\theta_i} d\theta_i \int_{-\infty}^{+\infty} G_j(x, t, \theta_j) e^{-i\omega\theta_j} d\theta_j, \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $R_{u_i u_j}(\tau)$, $S_{u_i u_j}(\omega)$ 分别为第 i 个和第 j 个支座位移的互相关函数和互功率谱密度函数.记

$$H_i = \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) e^{-i\omega\theta_i} d\theta_i, \quad (14)$$

则式(13)可表示为

$$S_{zz}(x, \omega) = \{ H_1^* \quad H_2^* \quad \cdots \quad H_N^* \} \begin{bmatrix} S_{u_1 u_1} & S_{u_1 u_2} & \cdots & S_{u_1 u_N} \\ S_{u_2 u_1} & S_{u_2 u_2} & \cdots & S_{u_2 u_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{u_N u_1} & S_{u_N u_2} & \cdots & S_{u_N u_N} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_N \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

其中,上标“*”代表共轭.式(15)简记为

$$S_{zz}(x, \omega) = \mathbf{H}^* \mathbf{S}_d(\omega) \mathbf{H}^T, \quad (16)$$

其中, $\mathbf{S}_d(\omega)$ 为支座位移 $\mathbf{u}(t) = \{ u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_N \}^T$ 的功率谱密度函数矩阵,与上节中的支座加速度功率谱密度矩阵的关系为

$$\mathbf{S}_d(\omega) = \mathbf{S}_a(\omega) / \omega^4 = \mathbf{B}^* \mathbf{LFLB} / \omega^4, \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{B} = \text{diag} [e^{-i(\omega T_1 + \theta_1^{(s)})} \quad e^{-i(\omega T_2 + \theta_2^{(s)})} \quad \cdots \quad e^{-i(\omega T_N + \theta_N^{(s)})}], \quad (18)$$

$$L = \text{diag} \left[\sqrt{S_{\ddot{u}_1 \ddot{u}_1}} \quad \sqrt{S_{\ddot{u}_2 \ddot{u}_2}} \quad \cdots \quad \sqrt{S_{\ddot{u}_N \ddot{u}_N}} \right], \quad (19)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11}^{(i)} & \gamma_{12}^{(i)} & \cdots & \gamma_{1N}^{(i)} \\ \gamma_{21}^{(i)} & \gamma_{22}^{(i)} & \cdots & \gamma_{2N}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{N1}^{(i)} & \gamma_{N2}^{(i)} & \cdots & \gamma_{NN}^{(i)} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

Γ 是一个正定的实对称矩阵, 可以表示为一个实下三角阵 Q 和其转置的乘积

$$\Gamma = QQ^T. \quad (21)$$

这样, 式(17)可以表示为

$$S_d(\omega) = U^* U^T, \quad (22)$$

这里

$$U = BLQ/\omega^2. \quad (23)$$

将式(22)代入式(16)中, 则可将其表示为

$$S_{zz}(x, \omega) = \tilde{z}^* \tilde{z}^T, \quad (24)$$

其中

$$\tilde{z} = HUe^{i\omega t} \quad (25)$$

为 N 维行向量, 其第 j 个元素可表示为

$$\tilde{z}_j = \sum_{i=1}^N H_i U_{ij} e^{i\omega t} = \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} G_i(x, t, \theta_i) U_{ij} e^{i\omega(t-\theta_i)} d\theta_i, \quad (26)$$

其中 U_{ij} 为矩阵 U 的第 i 行第 j 列元素. 对比式(26) 和式(11) 可知, \tilde{z}_j 为各支座发生简谐运动 $\{U_{1j} \ U_{2j} \ \cdots \ U_{Nj}\} e^{i\omega t}$ 时多跨连续梁上 x 处的响应.

以上的推导表明, 多跨连续梁的平稳随机地震响应分析可转化为支座简谐运动下的确定性响应分析. 首先将支座加速度功率谱密度矩阵进行分解, 得到矩阵的每一列均可构造为一组简谐支座位移, 然后根据式(26) 可求得每组支座运动下的简谐响应, 并将这些响应表示为 N 维行向量, 最后通过式(24) 得到响应的功率谱密度函数. 本节的推导基于虚拟激励法的研究思路, 并将虚拟激励法的适用范围扩展到直接处理多点随机支座运动的情况.

3 非一致简谐支座运动下多跨连续梁的响应

针对多跨连续梁受非一致简谐支座运动的问题, 本节提出了一种新的解析方法. 在简谐支座位移

$$\mathbf{A}(t) = \{A_1 \ A_2 \ \cdots \ A_N\}^T e^{i\omega t} \quad (27)$$

作用下, 第 k 跨梁的运动方程和边界条件可表示为

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = 0, \quad (28)$$

$$y(x_k, t) = A_k e^{i\omega t}, \quad y(x_{k+1}, t) = A_{k+1} e^{i\omega t}. \quad (29)$$

方程(28)的解可表示为

$$y(x, t) = Y(x) e^{i\omega t}. \quad (30)$$

将其代入方程(28) 和式(29) 并消去 t 相关的项, 则有

$$Y(x) = \sum_{i=1}^4 C_i^k e^{r_i x}, \quad (31)$$

$$Y(x_k) = A_k, Y(x_{k+1}) = A_{k+1}, \quad (32)$$

其中

$$r_{1,2} = \pm s, r_{3,4} = \pm is \quad (33)$$

为特征方程的根, $s = [(-\omega^2 \bar{m} + i\omega c)/EI]^{1/4}$, C_i^k 为待定系数。梁的转角 θ 、弯矩 M 和剪力 F 可分别表示为

$$\begin{cases} \theta(x) = \sum_{i=1}^4 r_i C_i^k e^{r_i x}, \\ M(x) = EI \sum_{i=1}^4 (r_i)^2 C_i^k e^{r_i x}, \\ F(x) = EI \sum_{i=1}^4 (r_i)^3 C_i^k e^{r_i x}. \end{cases} \quad (34)$$

式(31)和(34)中有4个待定系数,根据边界条件式(32)只能确定两个方程,因此还需要引入额外的条件才能确定这些系数。

为了推导的方便,将多跨连续梁的支座分为边界支座和中间支座。每个边界支座处可以确定2个位移或力边界条件。而由连续性条件可知,中间支座左右两侧梁的转角、弯矩和横向位移均相等,且横向位移等于支座的位移,因此每个中间支座处可以确定4个位移协调和力平衡条件。

以简支边界条件为例,多跨连续梁最左端和最右端支座处的力和位移关系可以表示为

$$Y(x_1) = A_1, M(x_1) = 0, \quad (35)$$

$$Y(x_N) = A_N, M(x_N) = 0. \quad (36)$$

将式(31)和(34)分别代入式(35)和(36)中,并将其表示为矩阵的形式:

$$D_1 C^1 = A_1 R, \quad (37)$$

$$D_N C^{N-1} = A_N R, \quad (38)$$

其中, $C^k = \{C_1^k \ C_2^k \ C_3^k \ C_4^k\}^T$, $R = \{1 \ 0\}^T$, D_1 和 D_N 为

$$\begin{cases} D_1 = \begin{bmatrix} e^{r_1 x_1} & e^{r_2 x_1} & e^{r_3 x_1} & e^{r_4 x_1} \\ r_1^2 e^{r_1 x_1} & r_2^2 e^{r_2 x_1} & r_3^2 e^{r_3 x_1} & r_4^2 e^{r_4 x_1} \end{bmatrix}, \\ D_N = \begin{bmatrix} e^{r_1 x_N} & e^{r_2 x_N} & e^{r_3 x_N} & e^{r_4 x_N} \\ r_1^2 e^{r_1 x_N} & r_2^2 e^{r_2 x_N} & r_3^2 e^{r_3 x_N} & r_4^2 e^{r_4 x_N} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (39)$$

中间支座 p ($p = 2, 3, \dots, N-1$) 处的位移协调和力平衡条件为

$$\begin{cases} Y^-(x_p) = A_p, Y^+(x_p) = A_p, \\ \theta^-(x_p) = \theta^+(x_p), M^-(x_p) = M^+(x_p), \end{cases} \quad (40)$$

式中,上标“-”和“+”分别表示支座的左侧和右侧。将式(31)和(34)代入方程(40)中,并将其表示为矩阵的形式:

$$[W_p \ V_p]^T \begin{Bmatrix} C^{p-1} \\ C^p \end{Bmatrix} = A_p G, \quad (41)$$

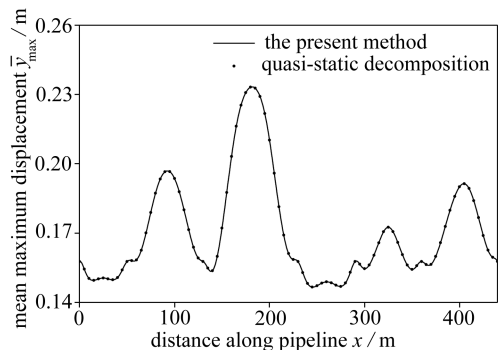
其中

$$G = \{1 \ 1 \ 0 \ 0\}^T,$$

表 2 局部场地效应参数

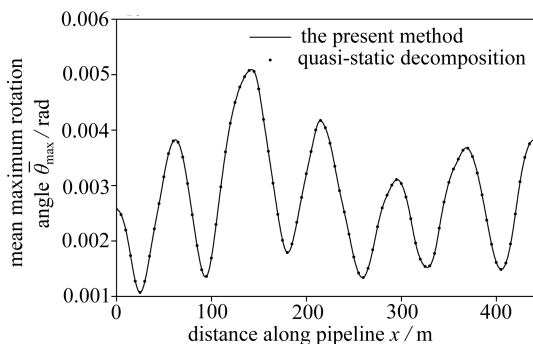
Table 2 Parameters of site-response effect

support No	1	2	3	4	5	6	7
$\omega_{g1} / (\text{rad/s})$	15.70	18.84	21.98	25.12	21.98	18.84	15.70



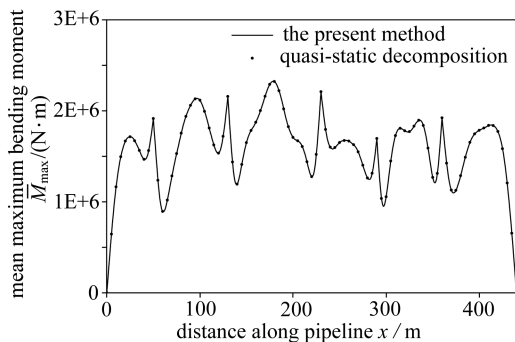
(a) 位移

(a) Displacement



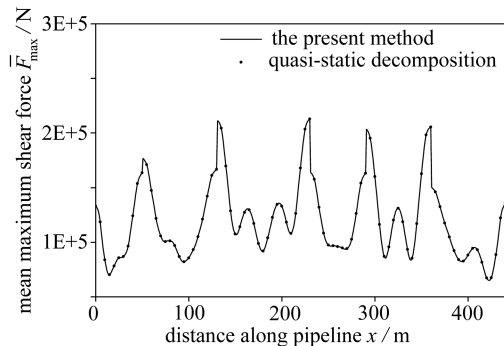
(b) 转角

(b) Rotation angle



(c) 弯矩

(c) Bending moment



(d) 剪力

(d) Shear force

图 2 本文方法与拟静位移分解法的计算结果比较(两端简支)

Fig. 2 Comparison of results between the present method and the quasi-static decomposition method (both ends simply supported)

采用本文提出的方法计算了上述地震作用下结构的位移、转角、弯矩和剪力的功率谱密度函数,并进一步求得了响应最大值的均值^[20].为了验证方法的正确性,采用传统的拟静位移分解法计算了同样的问题.将多跨连续梁划分为 440 个 2 节点梁单元,并选取前 30 阶振型参与叠加.本文的方法是基于解析的,不需要对结构进行离散化,但依然计算了梁上 440 个点处的响应,以保证两种方法在计算规模上是一致的.考虑了多跨连续梁两端简支和两端固支两种情况,分别比较了两种方法的计算结果,如图 2 和图 3 所示.

从图 2 和图 3 的结果可以看出,两种边界条件下,本文提出的方法与拟静位移分解法得到的位移、转角、弯矩和剪力的最大值均值吻合得很好,由此可以验证本文提出方法的正确性.另外,从计算量的角度来讲,本文提出的方法求解的是待定系数,而梁的每一跨只有 4 个待定系数,因此算例中的 6 跨多支撑管线最终形成的求解方程为 24 阶;而拟静位移分解法形成的求解方程的阶数与有限元模型的自由度数相等,远大于本文的方法.此外还需要计算结构的振型和拟静位移分量,显然拟静位移分解法的计算量要远大于本文提出的方法.表 3 给出了本文方

法与拟静位移分解法计算时间的对比,结果表明在同样计算规模下,本文方法的效率要远高于拟静位移分解法。

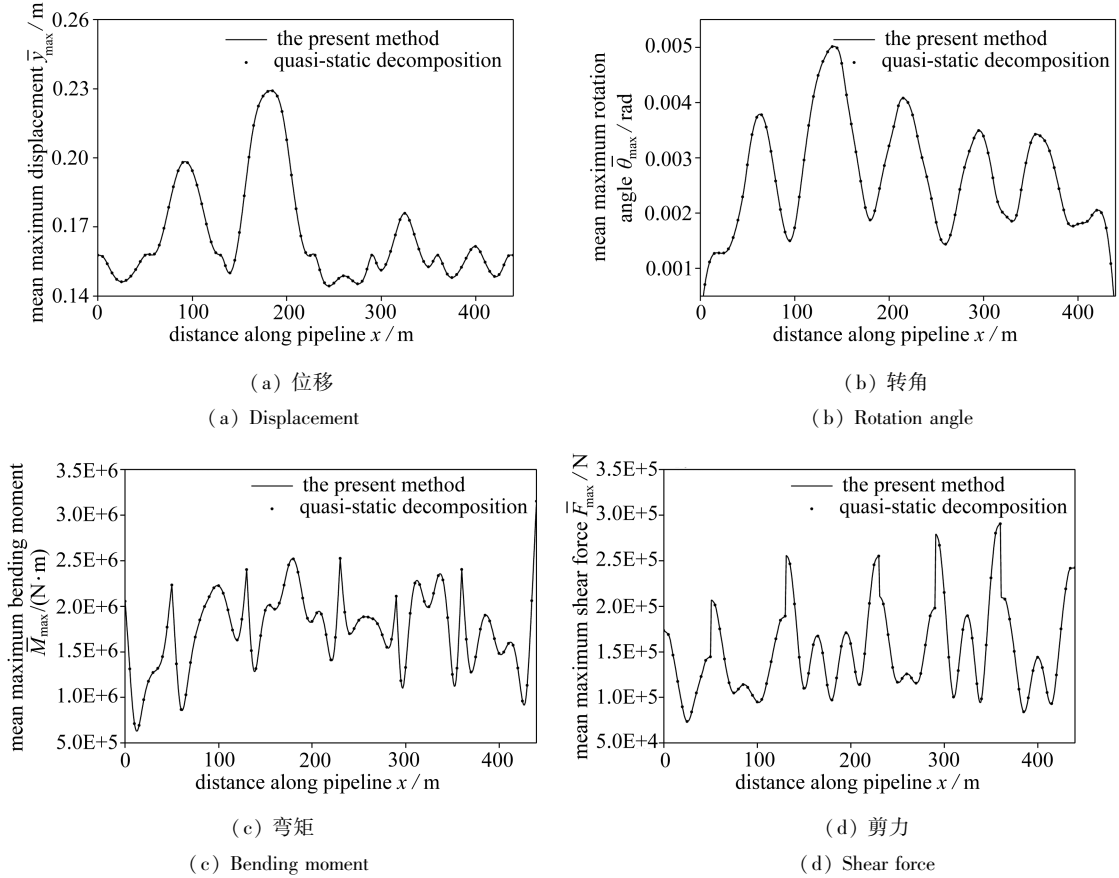


图3 本文方法与拟静位移分解法的计算结果比较(两端固支)

Fig. 3 Comparison of results between the present method and the quasi-static decomposition method (both ends clamped)

表3 本文方法与拟静位移分解法的计算时间

Table 3 Computation times of the present method and the quasi-static decomposition method

	computation time t/s	
	both ends simply supported	both ends clamped
the present method	3.02	3.13
quasi-static decomposition	11.34	11.28

5 结 论

针对多支撑管线受平稳随机地震作用的问题,本文提出了一种可以考虑地震空间效应的解析方法.证明了考虑空间效应的平稳随机地震响应分析可转化为求解管线在简谐支座运动下的确定性响应.在求解管线的简谐响应时采取了完全不同于拟静位移分解的思路:结合微分方程理论直接给出了含有待定系数的解的形式,然后通过边界条件和连续性条件建立待定系数的求解方程.本文方法不需要计算结构的模态和拟静位移分量,且完全基于解析推导,因此相比拟静位移分解法在精度和效率方面都有优势.此外,本文还从理论上拓展了虚拟激励法的

适用范围,值得注意的是本文方法基于地震地面运动平稳性假设,对于非平稳随机地震响应问题还需要进一步研究。

参考文献(References):

- [1] Der Kiureghian A, Neuenhofer A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1992, **21**(8): 713-740.
- [2] Heredia-Zavoni E, Vanmarcke E H. Seismic random vibration analysis of multi-support structural systems[J]. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 1994, **120**(5): 1107-1128.
- [3] Mindlin R D, Goodman L E. Beam vibrations with time-dependent boundary conditions[J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1950, **17**(4): 377-380.
- [4] Clough R W, Penzien J. *Dynamics of Structures*[M]. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [5] Zerva A. Response of multi-span beams to spatially incoherent seismic ground motions[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1990, **19**(6): 819-832.
- [6] Zerva A. Seismic loads predicted by spatial variability models[J]. *Structural Safety*, 1992, **11**(3): 227-243.
- [7] Zhang Y H, Li Q S, Lin J H, Williams F W. Random vibration analysis of long-span structures subjected to spatially varying ground motions[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2009, **29**(4): 620-629.
- [8] 张亚辉, 智浩, 吕峰. 结构多点随机地震响应分析及拟静位移计算[J]. 计算力学学报, 2004, **21**(5): 564-570. (ZHANG Ya-hui, ZHI Hao, LÜ Feng. Seismic random response analysis of multi-supported structures and the quasi-static displacement approximation [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2004, **21**(5): 564-570. (in Chinese))
- [9] Alkhaleefi A M, Ali A. An efficient multi-point support-motion random vibration analysis technique[J]. *Computers & Structures*, 2002, **80**(22): 1689-1697.
- [10] Chen J T, Hong H K, Yeh C S, Chyuan S W. Integral representations and regularizations for a divergent series solution of a beam subjected to support motions[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1996, **25**(9): 909-925.
- [11] Chen J T, Tsaur D H, Hong H K. An alternative method for transient and random responses of structures subject to support motions[J]. *Engineering Structures*, 1997, **19**(2): 162-172.
- [12] Lin Y K, Zhang R, Yong Y. Multiply supported pipeline under seismic wave excitations[J]. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 1990, **116**(5): 1094-1108.
- [13] Leger P, Ide I M, Paultre P. Multiple-support seismic analysis of large structures[J]. *Computers & Structures*, 1990, **36**(6): 1153-1158.
- [14] 周国良, 李小军, 刘必灯, 齐兴军. 大质量法在多点激励分析中的应用, 误差分析与改进[J]. 工程力学, 2011, **28**(1): 48-54. (ZHOU Guo-liang, LI Xiao-jun, LIU Bi-deng, QI Xing-jun. Error analysis and improvement of large mass method used in multi-support seismic excitation analysis[J]. *Engineering Mechanics*, 2011, **28**(1): 48-54. (in Chinese))
- [15] 屈铁军, 王君杰, 王前信. 空间变化的地震功率谱的实用模型[J]. 地震学报, 1996, **18**(1): 55-62. (QU Tie-jun, WANG Jun-jie, WANG Qian-xin. Practical PSD ground motion with spatial effect[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 1996, **18**(1): 55-62. (in Chinese))
- [16] 冯启民, 胡奉贤. 空间相关地面运动的数学模型[J]. 地震工程与工程振动, 1981, **1**(2): 1-8. (FENG Qi-min, HU Yu-xian. A mathematical model for spatial seismic ground motion[J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 1981, **1**(2): 1-8. (in Chi-

- nese))
- [17] Loh C H, Yeh Y T. Spatial variation and stochastic modelling of seismic differential ground movement[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1988, **16**(4): 583-596.
- [18] Der Kiureghian A. A coherency model for spatially varying ground motions[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1996, **25**(1): 99-111.
- [19] Somerville P G, McLaren J P, Sen M K, Helmberger D V. The influence of site conditions on the spatial incoherence of ground motions[J]. *Structural Safety*, 1991, **10**(1): 1-13.
- [20] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui. *Pseudo-Excitation Method for Random Vibration*[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))

Random Seismic Analysis of Multi-Supported Pipelines Subjected to Spatially Varying Ground Motions

LI Yu-yin, ZHANG Ya-hui

(*State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment*
(*Dalian University of Technology*), Dalian, Liaoning 116024, P.R.China)

(Contributed by ZHANG Ya-hui, M. AMM Editorial Board)

Abstract: An analytical method was formulated for the random seismic analysis of multi-supported pipelines subjected to spatially varying ground motions. With the pseudo-excitation method, the stationary random seismic responses were proven to be represented in terms of deterministic responses of pipelines under multi-support harmonic excitations. The harmonic responses were expressed as a series of harmonic functions with undetermined coefficients, which could be solved with the appropriate boundary and compatibility conditions. In comparison with the quasi-static decomposition method, the present method is derived analytically without computation of the structural normal modes and quasi-static components. The high accuracy and efficiency of the present method is verified through its application to an exemplary 6-span pipeline and the comparison of results made with those from the quasi-static decomposition method.

Key words: spatially varying ground motion; multi-supported pipeline; analytical method; quasi-static decomposition

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11172056); The National Basic Research Program of China(973 Program)(2014CB046803)