

考虑铰摩擦的太阳翼展开动力学研究*

段柳成, 李海泉, 刘晓峰, 蔡国平

(上海交通大学 工程力学系; 海洋工程国家重点实验室(上海交通大学), 上海 200240)

摘要: 研究了空间漂浮航天器太阳翼的展开动力学与控制问题, 采用单项递推组集方法建立了太阳翼展开与锁定过程的动力学模型, 利用虚功率原理推导了铰摩擦对系统动力学方程的贡献, 通过补充含摩擦铰物体的系统动平衡方程构建了系统封闭的动力学方程. 通过与 ADAMS 软件仿真结果的对比, 验证了所建模型的正确性. 研究结果显示, 所建模型能够有效地对太阳翼的展开过程进行描述, 铰摩擦会对系统的动力学行为产生影响, PD 控制方法能够较好地抑制太阳翼展开所引起的航天器的姿态漂移.

关键词: 太阳翼; 展开动力学; 单项递推组集; 摩擦; PD 控制

中图分类号: O313.7; V412.4⁺2 **文献标志码:** A

doi: 10.3879/j.issn.1000-0887.2014.12.003

引 言

太阳翼是航天器的重要部件, 它为航天器的在轨工作提供电力. 太阳翼在航天器入轨前呈收拢状态, 入轨后太阳翼压紧机构释放和展开机构动作, 以实现太阳翼各帆板的展开与锁定. 太阳翼的展开过程呈现出复杂的动力学行为, 帆板展开会对航天器的姿态造成影响, 航天器姿态的变化反过来又会影响帆板的展开过程. 随着科技的发展, 一方面是航天器朝着大型化和柔性化方向发展, 太阳翼尺寸和规模随之变大, 另一方面是高速度和高精度的要求, 这就需要对太阳翼展开过程进行精确的动力学建模和动力学分析, 为后续的控制设计提供模型保障. 截至目前, 国内外众多学者对太阳翼展开动力学进行了大量的研究, 例如, 1986 年, Wie 等^[1]对 IN-SAT 航天器的闭环拓扑结构进行了运动学建模和数值仿真; 1990 年, 周志成和曲广吉^[2]应用 Kane 方法建立了太阳翼展开与碰撞动力学模型, 并编制了仿真软件 K-DIDAS; 2002 年, Oskar 和 Simon^[3]运用 SIMPACK 软件对太阳帆板解锁释放、调姿、展开 3 个阶段进行了仿真, 分析了各阶段运动过程中太阳翼柔性对其驱动机构的影响; 2004 年, 郭峰等^[4]基于 ADAMS 软件建立了刚性太阳帆板展开动力学模型, 分析了帆板展开过程的动力学问题, 并探讨了铰接处摩擦和间隙等因素对帆板展开的影响; 2006 年, 白争锋等^[5]基于 ADAMS 和 ANSYS 软件对柔性太阳

* 收稿日期: 2014-06-06; 修订日期: 2014-10-11

基金项目: 国家自然科学基金(11132001; 11272202); 航空科学基金(20120157002); 高等学校博士学科点专项科研基金(20110073110008); 上海市教委科研重点项目(14ZZ021)

作者简介: 段柳成(1989—), 男, 湖南人, 硕士生(Tel: +86-21-34204413; E-mail: sjtudlc@sjtu.edu.cn);
蔡国平(1965—), 男, 河南人, 教授, 博士, 博士生导师(通讯作者. Tel: +86-21-34204798; E-mail: caigp@sjtu.edu.cn).

帆板展开和锁定过程进行了动力学仿真,并分析了航天器本体在两种不同展开方式下的姿态变化情况及帆板动力学行为过程;2008年,Yasushi等^[6]建立了刚性本体-柔性附件式卫星多体系统太阳翼展开过程中卫星姿态响应的解析模型,并运用 ADEOS 卫星和 ADEOS-II 卫星的飞行数据进行了数值求解;2010年 Birhanu等^[7]利用 ADAMS 和 ANSYS 软件对太阳翼展开与锁定和卫星本体姿态的相互作用进行了详细论述,并给出了帆板振动控制方面的建议;2011年,王晔等^[8]基于虚拟样机技术综合考虑多影响因素模拟了太阳翼地面展开锁定冲击过程,较好地预测了其动态行为;2012年,游斌弟等^[9]基于 Lagrange 和 Newton 法推导了递推形式的太阳翼展开锁紧动力学模型,研究了铰链副接触碰撞对卫星太阳翼系统的影响等等.由以上可以看出,太阳翼展开动力学一直是国内外的研究热点,众多学者对此开展了大量研究工作,但是仍存在问题有待进行深入探讨,例如现有的研究对包含有铰链副摩擦影响的太阳翼展开动力学的研究尚很不充分.铰链间不可避免地存在着间隙和摩擦^[10],由于太空环境恶劣和温度变化剧烈,铰链摩擦有时会对太阳翼展开造成重要影响,文献^[11]利用 ADAMS 软件对含间隙可展构件进行数值仿真,进一步指出摩擦等问题对展开动力学行为的影响不可忽略.

本文对考虑铰链摩擦影响的太阳翼展开动力学进行研究,给出详细的建模过程.首先给出太阳翼多体系统的动力学方程,然后利用虚功率原理推导铰链摩擦对系统动力学方程的贡献,最后通过数值仿真验证了本文方法的有效性.

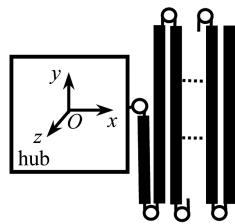
1 太阳翼系统结构

1.1 系统描述

如图 1 所示为太阳翼系统结构简图.系统由航天器本体(hub)、连接架(yoke)、 N' 块太阳帆板和铰链等所组成,其中航天器本体、连接架、太阳帆板三者之间都是通过扭簧铰链相互铰接,由此形成链式结构^[12].太阳翼释放前处于折叠状态,在航天器入轨后各展开构件靠扭簧驱动而同步展开,展开到预定位置后触发锁定装置使太阳翼最终锁定在期望位置.

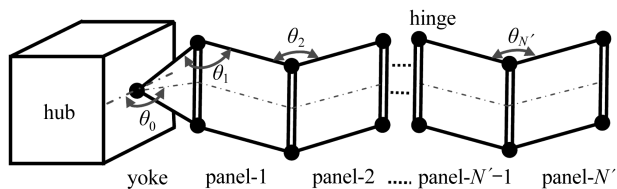
扭簧所提供的扭矩可以表达如下:

$$D_{\text{torque}} = K_d(\bar{\theta} - \theta), \quad (1)$$



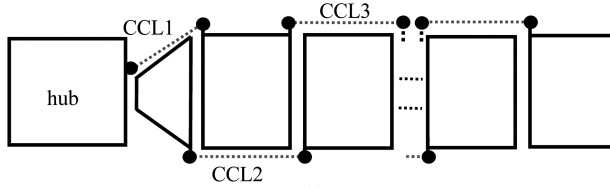
(a) 收拢状态

(a) In folded condition



(b) 展开过程

(b) The unfolding process



(c) CCL 连接示意图

(c) The CCL connection diagram

图 1 航天器太阳翼结构简图

Fig.1 The solar wing structure diagram

式中, K_i 为扭簧的扭转刚度, $\bar{\theta}$ 为扭簧的预紧角, θ 为连接架和太阳帆板的展开角如图 1(b) 所示. 太阳翼展开前处于折叠状态, 系统展开到位后扭簧扭矩假定为 0, 因此对于连接架有 $\bar{\theta} = 90^\circ$, 而对于各个帆板则有 $\bar{\theta} = 180^\circ$.

1.2 绳索联动展开机构

太阳翼各个构件的展开要求保持同步性, 这在实际中常常是通过绳索联动机构 (CCL) 来实现的^[13], 其连接方式如图 1(c) 所示^[1]. 在采用 ADAMS 软件对太阳翼展开进行仿真时, 文献 [4-5, 14] 采用 ADAMS 的关联副法 (COUPLER) 描述 CCL, 这实际上是将 CCL 的软钢索刚度视为无穷大, 与实际结构有差别. 本文将 CCL 视为一个反馈控制系统, 这可以更加有效地描述 CCL 的力学性能, 其数学模型为^[15]

$$T_{\text{CCL}} = K_{\text{CCL}} \Delta\theta, \quad (2)$$

式中, T_{CCL} 是 CCL 的绳索等效力矩, 其对各展开构件的施加方式可参考文献 [1]; K_{CCL} 是机构的等效扭转刚度, 具体表达式见文献 [15]; $\Delta\theta$ 是邻接展开角之差. 例如, 对于 CCL1, 有 $\Delta\theta_1 = 2\theta_0 - \theta_1$, 其中 θ_0 为 hub 与 yoke 之间的展开角, θ_1 为 yoke 与第 1 块帆板之间的展开角, 如图 1(b) 所示. 对于 CCL2, 有 $\Delta\theta_2 = \theta_1 - \theta_2$, 其中 θ_2 为第 1 块帆板和第 2 块帆板之间的展开角, 之后以此类推.

1.3 锁定机构

锁定机构的作用是当太阳翼展开到期望的角度后瞬间完成锁定. 对于连接架其期望展开角度为 90° , 对于帆板则为 180° . 本文考虑图 2 所示的凸轮锁定机构, 邻接两构件分别固定在 A 与 B 上, 凸轮 C 固定于 A 上, 轴 D 和凸轮 C 之间为转动铰, 滑销 E 在凸轮 C 表面上滑动, 最终进入槽窝 G 中, 最终实现锁定^[15].

锁定机构的数学模型可以结合软件 ADAMS 的阶跃函数与双侧碰撞函数的写法来确定, 锁定力矩的函数形式如下^[16]:

$$M_{\text{LOCK}}(\theta_i) = F_1(\theta_i, x_1, 0, x_2, 1) \times F_2(\theta_i, \dot{\theta}_i, x_3, x_4, k, e, c, d), \quad (3)$$

式中, F_1 代表 STEP 函数, F_2 代表 BISTOP 函数; θ_i 为展开构件的展开角位移, 如图 1(b) 所示; $\dot{\theta}_i$ 为其展开角速度; x_1 和 x_2 分别为阶跃函数 STEP 中角位移变量的低阈值和高阈值; x_3 和 x_4 分别为双侧碰撞函数 BISTOP 的角位移变量的低阈值和高阈值; k 为刚度系数, e 为刚度指数, c 为阻尼系数, d 为阻尼增量距离.

1.4 铰摩擦模型

太阳翼系统各构件之间通过旋转铰连接, 本小节给出铰摩擦力的表达. 旋转铰模型如图 3 所示, 其中 F_x , F_y 和 F_z 分别为相对于铰中心的约束反力, T_x 和 T_y 分别为约束反力矩, ω 为转动角速度, R_n 为摩擦圆半径, R_b 为弯曲作用半径, R_p 为转动副半径, T_f 为旋转铰受到的摩擦

力矩^[17].

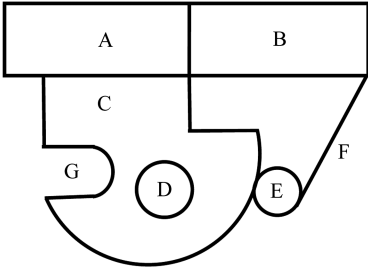


图2 锁定机构简图

Fig.2 Sketch of the locking mechanism

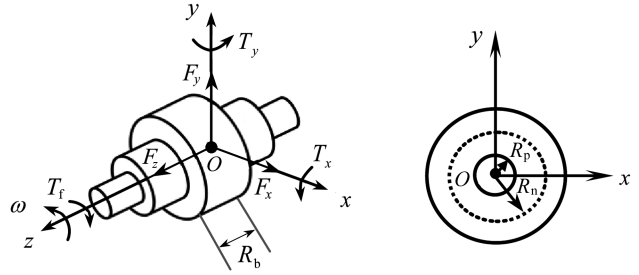


图3 旋转铰模型示意图

Fig.3 The rotation joint model

旋转铰的正压力由约束反力和约束反力矩等效而成,其中由轴向约束反力等效出的正压力可以表示为

$$N_1 = |F_z| \tag{4}$$

轴外方向约束反力等效出的正压力可表示为

$$N_2 = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \tag{5}$$

约束反力矩等效出的正压力为

$$N_3 = \frac{\sqrt{T_x^2 + T_y^2}}{R_b} \tag{6}$$

因此,旋转铰所产生的摩擦力矩可以表示为

$$T_f = \mu(N_1R_n + N_2R_p + N_3R_p) \tag{7}$$

式中, μ 为摩擦因数,本文引入改进的 Coulomb(库伦)摩擦模型^[18],摩擦因数为两接触物体相对速度 v_l 的函数,即

$$\mu(v_l) = \begin{cases} -\mu_d \text{sign}(v_l), & \text{for } |v_l| > v_d, \\ -\left\{ \mu_d + (\mu_s - \mu_d) \left(\frac{|v_l| - v_s}{v_d - v_s} \right)^2 \left[3 - 2 \left(\frac{|v_l| - v_s}{v_d - v_s} \right) \right] \right\} \text{sign}(v_l), & \text{for } v_d \geq |v_l| \geq v_s, \\ \mu_s - 2\mu_s \left(\frac{v_l + v_s}{2v_s} \right)^2 \left(3 - \frac{v_l + v_s}{v_s} \right), & \text{for } |v_l| < v_s, \end{cases} \tag{8}$$

式中, μ_s 和 μ_d 分别为静、动摩擦因数, v_s 和 v_d 分别为静、动摩擦的临界速度,详见文献[18].

2 太阳翼展开动力学与控制

本节采用单项递推方法推导太阳翼系统的动力学方程.假设系统各构件为刚体,忽略铰链间隙的非线性因素和重力的影响.

2.1 系统动力学建模

空间漂浮的航天器太阳翼为无根树形多体系统,其拓扑构型如图4所示. B_1 为航天器本体, B_2 为连接架, $B_3 \sim B_N$ 为太阳翼各帆板.由于航天器本体自由漂浮于空中,故物体 B_1 与 B_0 间可采用虚铰连接方式处理,即铰 H_1 为虚铰(自由度为6).该无根链式多体系统由 N 个物体和铰构成, $N = N' + 2$,其中 N' 为帆板的个数.如图4所示, $O_R-x_Ry_Rz_R$ 为参考基, $O_0-x_0y_0z_0$ 为轨道坐

标系且假定与参考基平行, $O_i-x_i y_i z_i$ 为 B_i 的连体基, $i = 1, 2, \dots, N$.

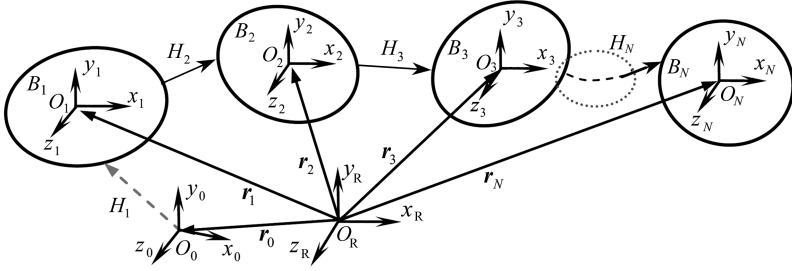


图4 太阳翼多体系统拓扑结构图

Fig.4 The topological structure of the solar wing as a multibody system

本文采用广义相对坐标即铰坐标来描述物体的位形.定义 B_i 的广义坐标为 $\mathbf{y}_i = \mathbf{q}_i, i = 1, 2, \dots, N$, 其中 $\mathbf{q}_i \in \mathfrak{R}^{\delta_{H_i} \times 1}$ 为铰 H_i 的坐标列阵, δ_{H_i} 为铰 H_i 的自由度数, $\delta_{H_i} \leq 6$. 则太阳翼系统独立的广义坐标列阵可以表示为

$$\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_N^T)^T. \quad (9)$$

定义 B_i 的绝对速度阵为 $\mathbf{v}_i = (\dot{\mathbf{r}}_i^T, \boldsymbol{\omega}_i^T)^T, i = 1, 2, \dots, N$, 其中 $\dot{\mathbf{r}}_i$ 和 $\boldsymbol{\omega}_i$ 分别为 B_i 连体基基点的速度和角速度列阵. 则系统的绝对速度列阵可以表示为

$$\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1^T, \mathbf{v}_2^T, \dots, \mathbf{v}_N^T)^T. \quad (10)$$

绝对速度列阵 \mathbf{v} 和独立的广义速度列阵 $\dot{\mathbf{y}}$ 之间的运动学转换关系可以根据单项递推组集方法得到, 详细表达式可以参考文献[19].

根据速度变分原理, 系统变分形式的动力学方程可以表示为 $(\Delta \mathbf{v})^T (-\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{f}) + \Delta P = 0$, 其中 \mathbf{M} , \mathbf{f} 和 ΔP 分别为系统的广义质量阵、广义外力阵以及物体间相互作用的力元与非理想约束力做的虚功率, 它们的具体形式可以参考文献[19]. 转换成广义坐标形式, 有

$$(\Delta \dot{\mathbf{y}})^T (-\mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{z} + \mathbf{f}^{\text{ey}}) = 0, \quad (11)$$

式中, \mathbf{Z} , \mathbf{z} 和 \mathbf{f}^{ey} 分别为关于系统广义坐标的广义质量阵、广义外力阵以及力元与非理想约束力阵, 具体形式参考文献[19]. 由于 \mathbf{y} 为系统独立的广义坐标, 因此最终可得系统的动力学方程为

$$-\mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{z} + \mathbf{f}^{\text{ey}} = 0. \quad (12)$$

2.2 铰摩擦

根据 Lagrange 理论, 铰理想约束力可通过约束 Jacobi (雅克比) 矩阵和 Lagrange 乘子进行表示. 设铰 H_i 限制物体 B_i 与 B_j 相对运动的约束方程的一般形式为

$$\boldsymbol{\Theta}^{H_i}(\mathbf{r}_i, \mathbf{A}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{A}_j, t) = \mathbf{0}, \quad (13)$$

式中, $\mathbf{r}_i, \mathbf{A}_i, \mathbf{r}_j$ 和 \mathbf{A}_j 分别为 B_i 与 B_j 的连体基基点的矢径坐标列阵和方向余弦阵, 它们都可以写成系统广义坐标 \mathbf{y} 的函数, 因此约束方程(13)也可以写为 $\boldsymbol{\Theta}^{H_i}(\mathbf{y}, t) = \mathbf{0}$.

假定该约束方程共有 n_{H_i} 个, 即 $\boldsymbol{\Theta}^{H_i} = (\boldsymbol{\Theta}_1^{H_i}, \boldsymbol{\Theta}_2^{H_i}, \dots, \boldsymbol{\Theta}_{n_{H_i}}^{H_i})^T$, 其中 $n_{H_i} < 6$. 对方程(13)求导, 可得速度约束方程:

$$\mathbf{Y}_i^{H_i} \mathbf{v}_i + \mathbf{Y}_j^{H_i} \mathbf{v}_j = \mathbf{Y}_v^{H_i}, \quad (14)$$

式中, $\mathbf{Y}_i^{H_i} \in \mathfrak{R}^{n_{H_i} \times 6}$ 和 $\mathbf{Y}_j^{H_i} \in \mathfrak{R}^{n_{H_i} \times 6}$ 分别为约束方程相对于 B_i 和 B_j 的 Jacobi 矩阵, $\mathbf{Y}_v^{H_i}$ 为速度约束方程右项.

定义 Lagrange 乘子列阵为 $\boldsymbol{\lambda}^i = (\lambda_1^i, \lambda_2^i, \dots, \lambda_{n_{H_i}}^i)^T$, 则作用于 B_i 质心上的理想约束力可以

表达为

$$\mathbf{F}_{ci}^{H_i} = (\mathbf{Y}_i^{H_i})^T \boldsymbol{\lambda}^i. \quad (15)$$

该理想约束力对 B_i 所做的虚功率为

$$\Delta P_{ci}^{H_i} = (\Delta \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{Y}_i^{H_i})^T \boldsymbol{\lambda}^i. \quad (16)$$

为了能够计算铰点的摩擦力,需要得到铰点上的实际约束力的表达式,以下推导铰点实际约束力与 Lagrange 乘子之间的关系.以铰 H_i 为研究对象,作用于铰点 P 上的实际约束力 $\widehat{\mathbf{F}}_{ci}^{H_i P} = [(\mathbf{F}_i^{H_i P})^T, (\mathbf{M}_i^{H_i P})^T]^T$ 所做的虚功率为

$$\Delta P_{ci}^{H_i P} = (\Delta \dot{\mathbf{r}}_i^P)^T \mathbf{F}_i^{H_i P} + (\Delta \boldsymbol{\omega}_i^P)^T \mathbf{M}_i^{H_i P} = (\Delta \mathbf{v}_i^P)^T \widehat{\mathbf{F}}_{ci}^{H_i P}, \quad (17)$$

式中, $\mathbf{v}_i^P = [(\dot{\mathbf{r}}_i^P)^T, (\boldsymbol{\omega}_i^P)^T]^T$ 为 P 点的绝对速度列阵,由刚体动力学知有 $\boldsymbol{\omega}_i^P = \boldsymbol{\omega}_i$.

考虑到理想约束力和实际约束力对 B_i 所做的虚功率相等,由方程(16)和(17)可得

$$(\Delta \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{Y}_i^{H_i})^T \boldsymbol{\lambda}^i = (\Delta \mathbf{v}_i^P)^T \widehat{\mathbf{F}}_{ci}^{H_i P}. \quad (18)$$

考虑到方程 $\mathbf{v}_i = \mathbf{K}_i^P \mathbf{v}_i^P$, 其中 $\mathbf{K}_i^P = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \tilde{\boldsymbol{\rho}}_i^P \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$, 方程(18)可以写为

$$(\Delta \mathbf{v}_i^P)^T \widehat{\mathbf{F}}_{ci}^{H_i P} = (\Delta \mathbf{v}_i^P)^T (\mathbf{K}_i^P)^T (\mathbf{Y}_i^{H_i})^T \boldsymbol{\lambda}^i. \quad (19)$$

由方程(19)可以得到铰点 P 上的实际约束力与 Lagrange 乘子之间的关系为

$$\widehat{\mathbf{F}}_{ci}^{H_i P} = (\mathbf{Y}_i^{H_i} \mathbf{K}_i^P)^T \boldsymbol{\lambda}^i. \quad (20)$$

由摩擦理论知,作用于铰点 P 的摩擦力 $\widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P}$ 可以表示为实际约束力的函数,因此铰摩擦力也可以表示成 Lagrange 乘子的函数,即

$$\widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P} = \widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) \\ \mathbf{M}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

考虑到方程(17),摩擦力对铰点 P 所做的虚功率为

$$\Delta P_{fi}^{H_i P} = (\Delta \mathbf{v}_i^P)^T \widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) = (\Delta \mathbf{v}_i)^T [(\mathbf{K}_i^P)^T]^{-1} \widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i). \quad (22)$$

同理,以铰 H_i 为研究对象,铰 H_i 对铰点 Q 的摩擦力可表示为

$$\widehat{\mathbf{F}}_{cfj}^{H_i Q} = \widehat{\mathbf{F}}_{cfj}^{H_i Q}(\boldsymbol{\lambda}^i) = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) \\ -\mathbf{M}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) - \tilde{\mathbf{h}}_i \mathbf{F}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

式中, $\tilde{\mathbf{h}}_i$ 为 \mathbf{h}_i 的坐标方阵.本文所考虑的铰为旋转铰,因此有 $\mathbf{h}_i = \mathbf{0}$.

考虑到方程(22)和(23),类似地,可求得铰摩擦对铰 H_i 点 Q 所做虚功率为

$$\Delta P_{fj}^{H_i Q} = (\Delta \mathbf{v}_j^Q)^T \widehat{\mathbf{F}}_{cfj}^{H_i Q}(\boldsymbol{\lambda}^i) = (\Delta \mathbf{v}_j)^T [(\mathbf{K}_j^Q)^T]^{-1} \widehat{\mathbf{F}}_{cfj}^{H_i Q}(\boldsymbol{\lambda}^i), \quad (24)$$

式中 $\mathbf{K}_j^Q = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \tilde{\boldsymbol{\rho}}_j^Q \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$.

铰 H_i 的摩擦力对系统所做的虚功率可表示为

$$\begin{aligned} \Delta P_f^{H_i} &= \Delta P_{fi}^{H_i P} + \Delta P_{fj}^{H_i Q} = \\ & (\Delta \mathbf{v}_i)^T [(\mathbf{K}_i^P)^T]^{-1} \widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) + (\Delta \mathbf{v}_j)^T [(\mathbf{K}_j^Q)^T]^{-1} \widehat{\mathbf{F}}_{cfj}^{H_i Q}(\boldsymbol{\lambda}^i). \end{aligned} \quad (25)$$

考虑到方程运动学递推关系^[19],方程(25)可表达为

$$\Delta P_f^{H_i} = \Delta P_{fi}^{H_i P} + \Delta P_{fj}^{H_i Q} = \Delta \dot{\mathbf{y}}_i^T \mathbf{f}_{fi}^{ey}(\boldsymbol{\lambda}^i), \quad (26)$$

式中

$$\mathbf{f}_{fi}^{ey}(\boldsymbol{\lambda}^i) = \mathbf{G}_i^T [(\mathbf{K}_i^P)^T]^{-1} \widehat{\mathbf{F}}_{cfi}^{H_i P}(\boldsymbol{\lambda}^i) + \mathbf{G}_j^T [(\mathbf{K}_j^Q)^T]^{-1} \widehat{\mathbf{F}}_{cfj}^{H_i Q}(\boldsymbol{\lambda}^i), \quad (27)$$

式中, $\mathbf{G}_i = [\mathbf{G}_{i1}, \mathbf{G}_{i2}, \dots, \mathbf{G}_{iN}]$, 具体表达式可参考文献[19].

系统所有铰的摩擦力做的虚功率可以写为

$$\Delta P_f = \sum \Delta P_f^{H_i} = (\Delta \mathbf{y})^T \sum \mathbf{f}_{fi}^{ey} = (\Delta \mathbf{y})^T \mathbf{f}_f^{ey}(\boldsymbol{\lambda}), \quad (28)$$

式中 $\boldsymbol{\lambda} = [(\boldsymbol{\lambda}^1)^T, (\boldsymbol{\lambda}^2)^T, \dots, (\boldsymbol{\lambda}^N)^T]^T$.

摩擦力为非理想约束力,则有

$$\mathbf{f}_{nc}^{ey} = \mathbf{f}_f^{ey}(\boldsymbol{\lambda}) = \sum \mathbf{f}_{fi}^{ey}(\boldsymbol{\lambda}^i), \quad (29)$$

式中, $\mathbf{f}_f^{ey}(\boldsymbol{\lambda})$ 即为系统所有铰摩擦力对系统动力学方程的贡献.在方程(12)中加入摩擦力,便可得到考虑铰摩擦的系统动力学方程:

$$-\mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{z} + \mathbf{f}_e^{ey} + \mathbf{f}_f^{ey}(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{0}. \quad (30)$$

由于方程(30)中引入了 Lagrange 乘子,方程个数少于待求变量的数量,因此需要补充方程才能进行求解.本文通过引入系统中受铰摩擦力作用的外接物体的动平衡方程来获得系统的动力学方程.系统中单个物体的动平衡方程为

$$-\mathbf{M}_i \dot{\mathbf{v}}_i + \mathbf{f}_i + \mathbf{F}_i^c + \mathbf{F}_i^f = \mathbf{0}, \quad (31)$$

式中, $\mathbf{F}_i^c \in \mathfrak{R}^{6 \times 1}$ 为铰的实际约束力向 B_i 的质心简化的广义力列阵, $\mathbf{F}_i^f \in \mathfrak{R}^{6 \times 1}$ 为铰摩擦力向 B_i 的质心简化的广义力列阵.

考虑到方程(31),系统中 N 个含摩擦铰的物体的动平衡方程可写成矩阵形式,有

$$-\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{f} + \mathbf{F}^c + \mathbf{F}^f = \mathbf{0}. \quad (32)$$

考虑到运动学递推关系,方程(32)可表达为

$$-\mathbf{M}(\mathbf{G}_0 \dot{\mathbf{v}}_0 + \mathbf{G}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{g}\hat{\mathbf{I}}_N) + \mathbf{f} + \mathbf{F}^c + \mathbf{F}^f = \mathbf{0}. \quad (33)$$

综合方程(32)和(33),引入摩擦后的系统动力学方程最终可以表达为

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{z} + \mathbf{f}_e^{ey} + \mathbf{f}_f^{ey}(\boldsymbol{\lambda}) \\ -\mathbf{M}(\mathbf{G}_0 \dot{\mathbf{v}}_0 + \mathbf{G}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{g}\hat{\mathbf{I}}_N) + \mathbf{f} + \mathbf{F}^c + \mathbf{F}^f \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (34)$$

式(34)为非线性方程组,需要通过非线性迭代求得数值解,具体数值算法可以参考文献[17, 19],本文不再给出.

2.3 控制设计

太阳翼的展开过程会对航天器的位形造成影响,影响其定位精度.本小节采用 PD 控制方法,通过施加在 hub 上 6 个自由度上的控制力和力矩来控制帆板展开所引起的系统位形变化.施加控制项后,系统方程(12)或(30)可以改写为

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{F}(\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{y}) + \mathbf{C}\mathbf{u}, \quad (35)$$

式中, $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{y}) = \mathbf{Z}^{-1}(\mathbf{z} + \mathbf{f}^{ey})$ 为系统广义力列阵, \mathbf{C} 为控制力位置矩阵, $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^{6 \times 1}$ 为控制力列阵.本文只采用 hub 的信息进行控制反馈,因此 PD 控制律可写为

$$\mathbf{u} = -\mathbf{k}_1 \mathbf{y}_{\text{hub}} - \mathbf{k}_2 \dot{\mathbf{y}}_{\text{hub}}, \quad (36)$$

式中, $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$ 为控制增益矩阵,都为对角阵; $\mathbf{y}_{\text{hub}}, \dot{\mathbf{y}}_{\text{hub}} \in \mathfrak{R}^{6 \times 1}$ 分别为 hub 的位形坐标列阵和位形坐标速度列阵.从下节的数值仿真将可以看出,PD 控制律能够有效地抑制太阳翼展开所引起的本体位形漂移.

3 数值仿真

本节进行数值仿真,验证以上理论内容的有效性.考虑航天器带有 3 块帆板的情况,系统物理参数见表 1.航天器在空间处于漂浮状态,初始时刻太阳翼为收拢状态,见图 1(a).所有扭簧刚度皆取值为 $K_d = 0.1 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$,旋转铰的几何参数为 $R_p = 0.02 \text{ m}$, $R_n = 0.04 \text{ m}$, $R_b = 0.06 \text{ m}$,

静、动摩擦因数分别为 $\mu_s = 0.45, \mu_d = 0.35$, 其它参数参考文献[18], yoke 和 3 块帆板在展开过程中需要保持同步性, 因此任意时刻展开角之间在数值上应满足 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 2\theta_0$. CCL 装置的等效扭转刚度取值为 $K_{CCL} = 1.5 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$. 锁定机构施加于连接架根部与航天器本体之间, 其它各帆板的锁定由同步机构 CCL 协调完成, 锁定力矩函数各参数的取值可以参考文献[4], 在此不再给出.

表 1 航天器太阳翼模型的物理参数

Table 1 Parameters of the solar wing

component	dimension L_i / m (length×width×height)	mass m / kg	rotary inertia $J_{xx} / (\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	rotary inertia $J_{yy} / (\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	rotary inertia $J_{zz} / (\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
hub	1×1×1	1 800	300	300	300
yoke	0.765×2×0.025	4.500	1.730	1.500	0.220
panel-1	1.530×2×0.025	9.000	4.775	3.013	1.763
panel-2	1.530×2×0.025	9.000	4.775	3.013	1.763
panel-3	1.530×2×0.025	9.000	4.775	3.013	1.763

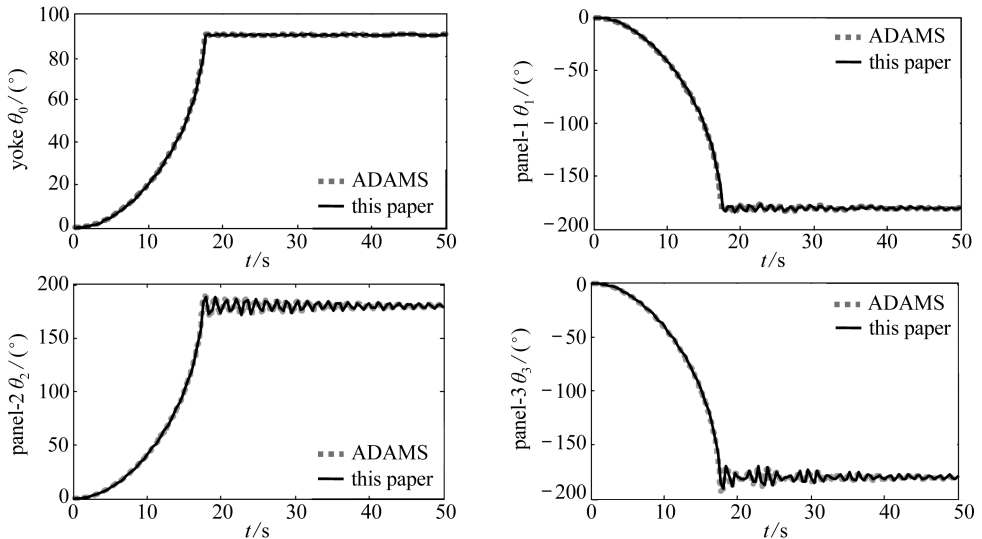


图 5 太阳翼角位移时间历程

Fig.5 Angular displacement history of the solar wing

根据本文理论自编程序进行数值仿真, 航天器连接架和 3 块帆板的角位移时程如图 5 所示. 可以看出, 太阳翼各展开构件在扭簧驱动及同步机构 CCL 共同作用下实现同步展开动作, 并在 17.5 s 依靠锁定机构开始锁定, 由于锁定机构、同步机构以及惯性的联合作用, 展开角会在期望角附近出现一定的震荡, 尤其是帆板 2 和帆板 3 较为明显. 这是由于锁定机构施加在连接架根部与本体之间, 各帆板之间则依靠同步机构协助锁定, 同步机构提供的锁定力小于锁定机构而造成. 图 5 中同时给出了采用 ADAMS 软件进行仿真的结果. 可以看出, 采用本文方法能够取得与 ADAMS 软件相同的仿真结果, 这验证了本文方法的有效性. 本文采用自编程序所得到的太阳翼展开曲线与文献[1, 8, 13-15]中采用商业软件仿真所得结果的趋势是一致的, 这进一步验证了本文数值仿真结果的正确性. 此外, 铰摩擦对太阳翼展开以及锁定过程的影响不可忽略. 从图 6 可以看出, 铰摩擦对太阳翼展开存在一定迟滞作用, 且对锁定后展开角的震荡现象具有一定的抑制作用.

太阳翼的展开过程会引起航天器本体位形的变化, 如图 7 中虚线所示. 为了抑制位形漂

移,采用本文的PD方法进行控制,控制增益取值为 $k_1(i,i)=10^4$, $k_2(i,i)=5\times 10^3$, $i=1,2,\dots,6$.控制仿真结果如图7所示,可看出,施加控制后航天器本体基本维持在初始位置.

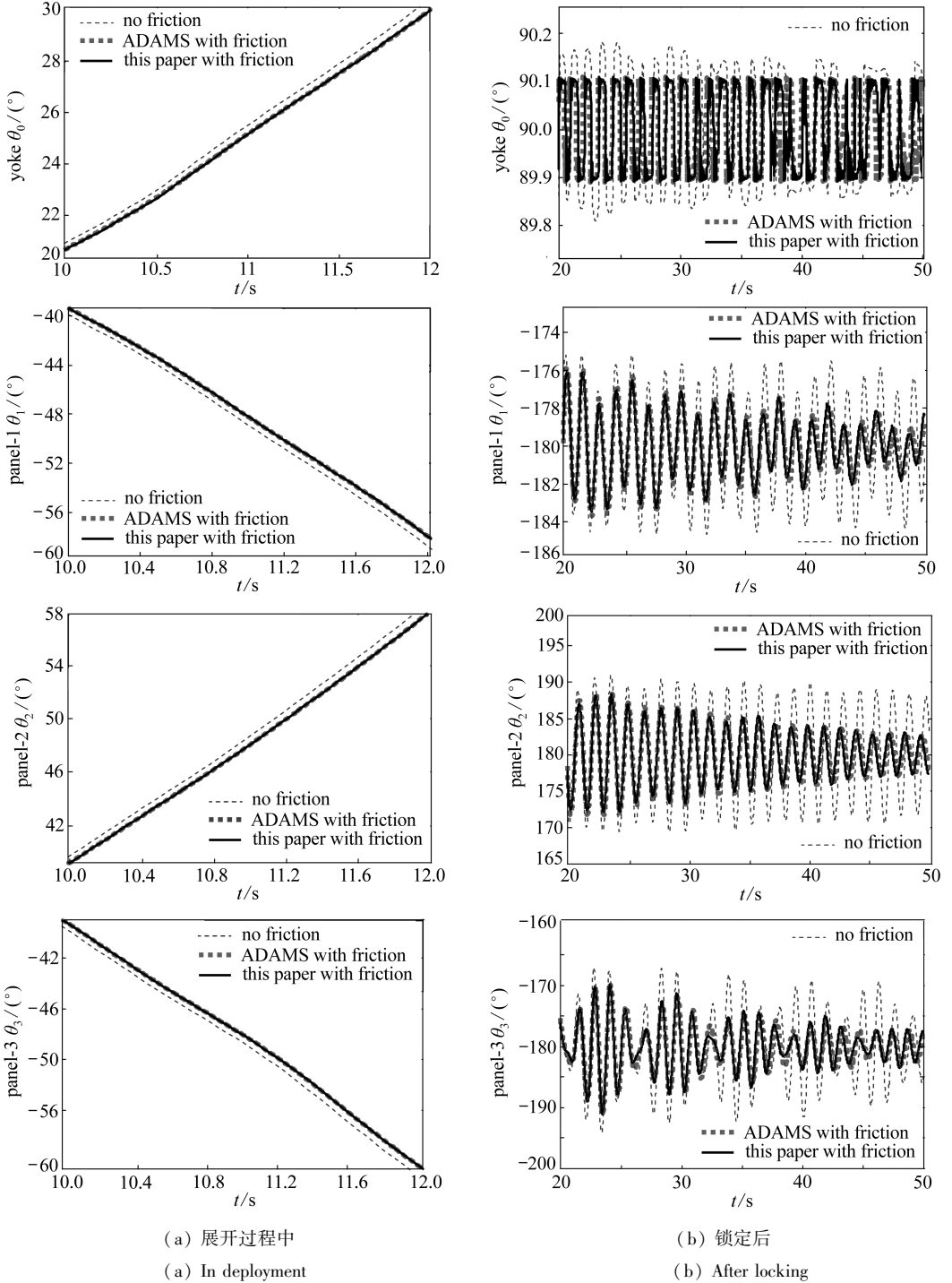


图6 摩擦对太阳翼角位移影响

Fig.6 Influence of hinge friction on angular displacement of the solar wing

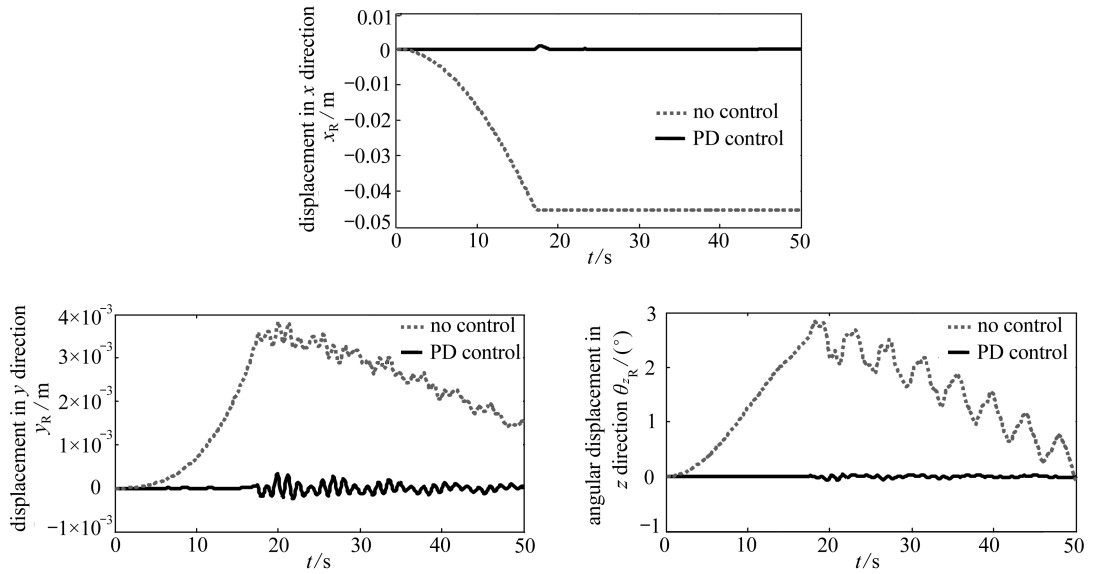


图7 航天器本体的位移和角位移时间历程

Fig.7 Displacement and angular displacement of the hub

4 结 论

本文采用虚功率原理和单项递推组集方法研究了太阳翼展开动力学建模与主动控制问题,给出了系统动力学建模的详细推导过程,研究了旋转铰摩擦对系统动力学方程的贡献.通过与 ADAMS 软件的仿真结果进行对比,验证了所建系统模型的正确性,而且该模型具有计算效率高和程式化的特点.研究结果显示,本文所建模型能够正确描述太阳翼展开过程,铰摩擦对太阳翼展开动力学行为的影响不可忽略,太阳翼的展开过程会导致航天器的位形发生漂移,基于位形本体信息反馈的 PD 控制能够有效地抑制这种位形漂移.

参考文献 (References):

- [1] Wie B, Furumoto N, Banerjee A K, Barba P M. Modeling and simulation of spacecraft solar array deployment[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1986, **9**(5): 593-598.
- [2] 周志成, 曲广吉. 航天器太阳阵多体展开的动力学分析[J]. *力学与实践*, 1990, **12**(6): 53-57. (ZHOU Zhi-cheng, QU Guang-ji. Deployment analysis of spacecraft solar array[J]. *Mechanics in Engineering*, 1990, **12**(6): 53-57. (in Chinese))
- [3] Oskar W, Simon W. Simulation of deployment of a flexible solar array[J]. *Multibody System Dynamics*, 2002, **7**(1): 101-125.
- [4] 郭峰, 黄振华, 邓扬明. 基于 ADAMS 航天器刚性太阳帆板动力学仿真分析[J]. *机械设计与制造*, 2004(4): 71-72. (GUO Feng, HUNG Zhen-hua, DENG Yang-ming. Test simulation of deployment motion of satellite solar array using ADAMS[J]. *Machinery Design and Manufacture*, 2004(4): 71-72. (in Chinese))
- [5] 白争锋, 田浩, 赵阳. 基于 ADAMS 航天器太阳帆板展开与锁定动力学仿真[J]. *机械设计与制造*, 2006(11): 124-126. (BAI Zheng-feng, TIAN Hao, ZHAO Yang. Dynamics simulation of deployment and locking of spacecraft solar panel using ADAMS[J]. *Machinery Design and Manufacture*, 2006(11): 124-126. (in Chinese))

- [6] Yasushi K, Shigemune T, Yoshiaki O. Dynamic simulation of stick-slip motion of a flexible solar array[J]. *Special Section on Large Scale Systems*, 2008, **16**(6): 724-735.
- [7] Birhanu F, Chen Z B, Ma W S. Modeling simulation of satellite solar panel deployment and locking[J]. *Information Technology Journal*, 2010, **9**(3): 600-604.
- [8] 王晔, 陈天智, 柴洪友. 太阳翼地面展开锁定的动力学仿真分析[J]. 航天器工程, 2011, **20**(3): 86-92.(WANG Xian, CHEN Tian-zhi, CHAI Hong-you. Dynamics simulation analysis of solar array ground deployment and locking[J]. *Spacecraft Engineering*, 2011, **20**(3): 86-92.(in Chinese))
- [9] 游斌弟, 王兴贵, 陈军. 卫星太阳阵展开锁紧过程冲击振动[J]. 机械工程学报, 2012, **48**(21): 67-76.(YOU Bin-di, WANG Xing-gui, CHEN Jun. Vibration and impact for deployable solar array of satellite with locking hinges[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, **48**(21): 67-76.(in Chinese))
- [10] 吴爽, 赵寿根, 吴大方, 罗敏. 太阳翼铰链结构的动力学试验与非线性动力学建模[J]. 宇航学报, 2013, **34**(12): 1550-1556.(WU Shuang, ZHAO Shou-gen, WU Da-fang, LUO Min. Dynamic experiments and nonlinear dynamics modeling of joints in solar array[J]. *Journal of Astronautics*, 2013, **34**(12): 1550-1556.(in Chinese))
- [11] Li J L, Yan S Z, Guo F, Guo P F. Effects of damping, friction, gravity, and flexibility on the dynamic performance of a deployable mechanism with clearance[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science*, 2013, **227**(8): 1791-1803.
- [12] 肖宁聪, 李彦锋, 黄洪钟. 卫星太阳翼展开机构的可靠性分析方法研究[J]. 宇航学报, 2009, **30**(4): 1704-1710.(XIAO Ning-cong, LI Yan-feng, HUANG Hong-zhong. Reliability analysis method of deployment mechanism of a satellite solar arrays[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, **30**(4): 1704-1710.(in Chinese))
- [13] 王天舒, 孔宪仁, 王本利, 马兴瑞. 太阳帆板绳索联动同步机构的机理和功能分析[J]. 宇航学报, 2001, **21**(3): 29-33.(WANG Tian-shu, KONG Xian-ren, WANG Ben-li, MA Xing-rui. The research on principle and function of closed loop configuration of solar arrays[J]. *Journal of Astronautics*, 2001, **21**(3): 29-33.(in Chinese))
- [14] 白争锋, 田浩, 赵阳. 基于虚拟样机的太阳帆板展开动力学仿真[J]. 系统仿真学报, 2009, **21**(13): 3975-3979.(BAI Zheng-feng, TIAN Hao, ZHAO Yang. Dynamics simulation of deployment of solar panels in different layouts based on ADAMS[J]. *Journal of System Simulation*, 2009, **21**(13): 3975-3979.(in Chinese))
- [15] 梁小光, 陈照波. 阻尼器对卫星太阳翼锁定冲击力矩影响的研究[J]. 噪声与振动控制, 2011, **31**(1): 127-130.(LIANG Xiao-guang, CHEN Zhao-bo. Study on influence of damper on locking wallop of deployable solar array of satellite[J]. *Noise and Vibration Control*, 2011, **31**(1): 127-130.(in Chinese))
- [16] Daniel W K. Techniques for using ADAMS in spacecraft applications[C]//*ADAMS: Mechanical Dynamics-Customer Service, 16th European MDI User Conference*. Berchtesgaden, Germany, 2001.
- [17] 罗晓明. 多体系统中铰内摩擦接触分析[D]. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2011.(LUO Xiao-ming. Frictional contact analysis of joints in multibody system[D]. PhD Thesis. Dalian: Dalian University of Technology, 2011.(in Chinese))
- [18] BAI Zheng-feng, ZHAO Yang, CHEN Jun. Dynamics analysis of planar mechanical system considering revolute clearance joint wear[J]. *Tribology International*, 2013, **64**: 85-98.

- [19] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003. (HONG Jia-zhen. *Computational Dynamics of Multibody Systems*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003. (in Chinese))

Deployment Dynamics for Solar Wings With Joint Friction

DUAN Liu-cheng, LI Hai-quan, LIU Xiao-feng, CAI Guo-ping

(*Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiao Tong University;*
State Key Laboratory of Ocean Engineering(Shanghai Jiao Tong University),
Shanghai 200240, P.R.China)

Abstract: The deployment and locking process of solar wings of the free-floating spacecrafts was studied. The dynamic model describing the deployment and locking process was established with the method of forward recursive formulation. The contribution of joint friction to the dynamic equations was derived based on the virtual power principle. The closed dynamic equations for the system was constructed through supplementation of the dynamic balance equations for the bodies with the frictional joints' effects. The validity of the proposed model was verified through comparison of the simulation results with those of the ADAMS software. Research results show that the proposed model effectively describes the deployment and locking process of solar wings, the joint friction has considerable influence on the dynamic behavior of the multi-body system, and the PD control method substantially restrain the drift of the spacecraft attitude caused by the deployment of solar wings.

Key words: solar wing; deployment dynamics; forward recursive formulation; friction; PD control

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(11132001; 11272202)