

路面方向扰动下重型汽车的横向 稳定性及分岔、混沌运动*

李韶华, 吴金毅, 胡彬

(石家庄铁道大学 机械工程学院, 石家庄 050043)

摘要: 针对三轴重型汽车建立了二自由度非线性人-车-路闭环模型,考虑驾驶员控制和路面方向扰动,推导了系统动力学方程.在运用 Hopf 分岔理论进行分析的基础上,以临界车速为评价指标,通过数值模拟研究了轴距、预瞄距离、载重量、驾驶员控制时滞和轮胎侧偏刚度对转向稳定性的影响,并确定了转向系统的数值稳定范围.另外,还通过分岔图、时程曲线、相轨线、功率谱、Poincaré 图和 Lyapunov 指数研究了不同车速下汽车的非线性动力学响应.结果表明,随着车速的增加汽车可能发生周期运动、拟周期运动及混沌运动,汽车的横向稳定性与车辆和驾驶员参数密切相关.

关键词: 重型汽车; 驾驶员模型; 非线性动力学; 稳定性; 混沌

中图分类号: U461.6; O322 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.09.002

引 言

随着公路交通的发展及汽车运行速度的提高,汽车系统非线性动力学的研究越来越受到学者们的重视.在垂向动力学方面,主要考虑车辆悬架刚度、阻尼以及轮胎垂向刚度的非线性,研究汽车匀速行驶时路面不平顺激励引起的汽车非线性振动及半/主动控制策略^[1-4].在横向动力学方面,主要考虑轮胎侧偏刚度的非线性,研究车辆转弯时的横向运动稳定性及分岔、混沌运动,并计算车辆临界速度^[5-9].但是,目前对汽车非线性动力学的研究主要集中在两轴小型汽车,涉及到三轴重型卡车的研究成果尚不多见.

与普通轿车相比,重型汽车惯性大、车身高、侧倾中心高,高速转弯行驶时稳定性差,易产生甩尾、方向失控等失稳现象,甚至造成重大事故.因此,研究重型汽车的横向运动稳定性具有重要的工程意义.

本文针对三轴重型汽车,采用立方非线性轮胎侧偏模型,并考虑驾驶员控制及路面方向扰动,建立了人-车-路闭环非线性动力学模型,运用 Hopf 分岔理论和数值仿真研究了方向扰动下汽车匀速直线行驶时的稳定性和非线性动力学行为.

* 收稿日期: 2013-06-25; 修订日期: 2013-07-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10932006; 11072159); 河北省自然科学基金资助项目(E2012210025); 河北省自然基金资助项目(A2012210018)

作者简介: 李韶华(1973—),女,河南禹州人,副教授,博士(E-mail: lshsjz@163.com);
吴金毅(1987—),女,河北保定人,硕士(通讯作者, E-mail: yiyuexiaomou_00@163.com).

1 汽车转向非线性模型的建立

以某品牌三轴重型卡车为计算对象,考虑驾驶员控制因素和路面扰动因素,建立了考虑车辆横摆及侧向运动的两自由度非线性人-车-路闭环模型^[10-11],如图1所示。

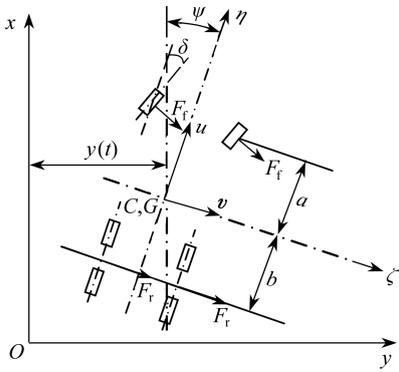


图1 三轴重型汽车平面模型

Fig.1 The plane model for a three-axle heavy vehicle

对模型作如下假设:汽车的质量 m 对称分布于车轮上,沿汽车运动迹线切线方向前进速度为常值并设为 U 。 (η, ζ) 表示车辆坐标系,原点 G 为整车质心。系统运动方程可用侧向速度 v 和横偏角速度 r 表示如下:

$$\begin{cases} m(\dot{v} + Ur) = 2F_f \cos \delta + 4F_r, \\ I_z \dot{r} = 2aF_f \cos \delta - 2bF_r, \end{cases} \quad (1)$$

其中, I_z 是汽车对 z 轴的转动惯量, a, b 为重心至前轴和后轴的距离, δ 为前轮转向角, F_f 和 F_r 表示前后轮胎与地面之间的横向力。

轮胎横向力采用立方非线性模型^[7]

$$\begin{cases} F_f = -(C_{1f}\alpha_f - C_{3f}\alpha_f^3), \\ F_r = -(C_{1r}\alpha_r - C_{3r}\alpha_r^3), \end{cases} \quad (2)$$

其中, α_f, α_r 为前后轮侧偏角, $C_{if}, C_{ir} (i = 1, 3)$ 为侧偏刚度系数。

在固定坐标系中,重心 G 的位置用 $(x(t), y(t))$ 表示,汽车前进的方向角为 ψ , 则可得到如下关系:

$$\begin{cases} \dot{y} = v \cos \psi + U \sin \psi, \\ \dot{\psi} = r. \end{cases} \quad (3)$$

引入驾驶员方向控制模型^[6,12-13],当驾驶员在前方可视距离 L 内发现汽车相对于路径中心线有一个横向偏移时,会对汽车施加 $\delta_p(t)$ 的转向角以调整汽车减小偏移。该模型可表示为

$$\dot{\delta}_p = - \left[\frac{K}{T_r} \left(y + \frac{L}{U} \dot{y} \right) + \frac{\delta_p}{T_r} \right], \quad (4)$$

其中, K 为回路放大系数, T_r 为视觉时滞。

周期性的路面横向变形引起的方向扰动为

$$\delta_d(t) = Q \cos(\omega_d t), \quad (5)$$

其中, Q 表示扰动的幅度, ω_d 表示扰动的角频率。

考虑方向扰动后,前轮转向角为

$$\delta(t) = \delta_p(t) + \delta_d(t). \quad (6)$$

从式(1)~(6)得到系统的状态空间方程:

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}, \gamma), \quad \mathbf{X} \in \mathbb{R}^5, \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{X} = (v, r, y, \psi, \delta_p)^T,$$

$$f_1 = \frac{2}{m} [F_f \cos(x_5 + Q \cos \omega_d t) + F_r] - U x_2,$$

$$f_2 = \frac{2}{I_z} [a F_f \cos(x_5 + Q \cos \omega_d t) - b F_r],$$

$$f_3 = x_1 \cos x_4 + U \sin x_4,$$

$$f_4 = x_2,$$

$$f_5 = -\frac{1}{T_r} \left[Kx_3 + \frac{KL}{U} x_1 \cos x_4 + KL \sin x_4 + x_5 \right],$$

γ 表示所有的物理参量 (m, I_z, \dots) , α_f 和 α_r 按下式计算:

$$\begin{cases} \alpha_f = \arctan\left(\frac{x_1 + ax_2}{U}\right) - (x_5 + Q \cos \omega_d t), \\ \alpha_r = \arctan\left(\frac{x_1 - bx_2}{U}\right). \end{cases} \quad (8)$$

2 自治系统的稳定性分析

在自治情况下,前轮的方向扰动 $\delta_d(t)$ 为 0,前轮转向角为 $\delta_p(t)$. 在直线运动时,起点 $\mathbf{X}_e = (0, 0, 0, 0, 0)^T$ 显然是系统的一个平衡点,

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}, \gamma), \quad \mathbf{X} \in R^5. \quad (9)$$

为了分析系统的稳定性,将系统对 X_i 在 \mathbf{X}_e 附近展开为多元的 Taylor 3 次展开式:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(\gamma)\mathbf{X} + g(\mathbf{X}, \gamma) + o(|\mathbf{X}|^5), \quad (10)$$

其中, $\mathbf{A}(\gamma)$ 是非线性函数 $f(\mathbf{X}, \lambda)$ 在平衡点 \mathbf{X}_e 附近的 Jacobi 矩阵, $g(\mathbf{X}, \lambda)$ 中仅含有 3 次非线性项 X_i . 因为系统模型的奇函数性质,有 $f(-\mathbf{X}, \gamma) = -f(\mathbf{X}, \gamma)$, 所以该展开中不含偶数次 X_i 的项.

$\mathbf{A}(\gamma)$ 的表达式为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{2(C_{lf} + C_{lr})}{mU} & -U - \frac{2(aC_{lf} - bC_{lr})}{mU} & 0 & 0 & \frac{2C_{lf}}{m} \\ \frac{2(bC_{lr} - aC_{lf})}{I_z U} & -\frac{2(a^2 C_{lf} + b^2 C_{lr})}{I_z U} & 0 & 0 & \frac{2aC_{lf}}{I_z} \\ 1 & 0 & 0 & U & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{KL}{T_r U} & 0 & -\frac{K}{T_r} & -\frac{KL}{T_r} & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}.$$

系统特征值是物理参数的函数,当物理参数变化时,这些特征值以复杂的方式在复平面内运动,从而影响系统的稳定性. 由于车辆行驶速度 U 在汽车系统的稳定性中起着重要的作用,所以选择 U 作为分岔参数. 分岔参数的极值为临界车速 U_c , 可由数值计算得到: 先从导致稳定微分系统中较低的 U 值开始计算,则 $\mathbf{A}(\gamma)$ 的所有特征值都在复平面的左边,然后逐步增大 U 并计算 $\mathbf{A}(\gamma)$ 的特征值,当有一个或多个特征值穿过虚轴时,便得到系统的临界车速 U_c . 在临界车速下,当一个实根首先越过虚轴时,将导致一个指数型的不稳定系统;当一对共轭的根首先越过虚轴时,则会转变为振荡行为,发生 Hopf 分岔^[14].

数值计算软件 MATLAB 中专门提供了采用 Runge-Kutta 方法来求解常微分方程的函数,如 ode 23, ode 45 等. 本文的数值计算利用 MATLAB 软件并且算法中采用了其内嵌的 ode 45 函数.

选取系统的基本参数为

$$m = 11\ 685 \text{ kg}, C_{lf} = C_{3f} = 227\ 300 \text{ N/m}, I_z = 8\ 630 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$C_{lr} = C_{3r} = 455\ 000 \text{ N/m}, a = 4.24 \text{ m}, T_r = 0.05 \text{ s}, L = 30 \text{ m}.$$

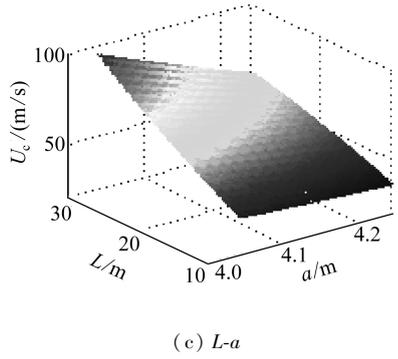
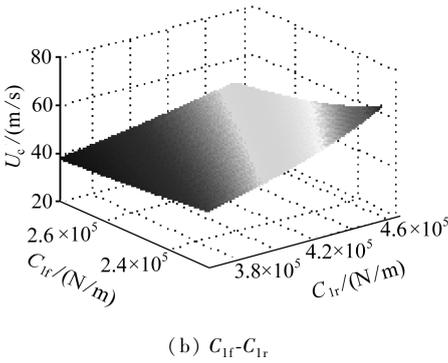
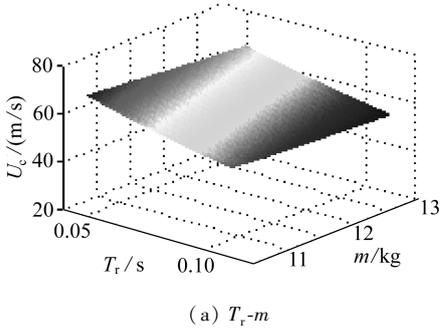


图2 三维稳定区域图

Fig.2 Linear stability surface

以临界车速为评价指标,得到不同载重量和驾驶员时滞、不同前后轮侧偏刚度、不同预瞄距离和轴距下系统的三维稳定区域图,如图2示.由于汽车的转动惯量 $I_z = \sum m_i r_i^2$,当汽车的质量 m 改变时,汽车的转动惯量 I_z 也同时成比例变化.在图2所示稳定区域的边界, Jacobi 矩阵 $A(\gamma)$ 有一对纯虚根特征值 $\lambda_{1,2} = i\omega$. 低于该极限曲面的 U 值,系统在适度的扰动下是稳定的.从图2可以看出:

1) 随着载重量和驾驶员时滞的增大,汽车的临

界速度逐渐变小.因此,避免超载、提高驾驶员反应速度均有利于提高汽车的横向稳定性.

2) 在一定的范围内,随着转向轮侧偏刚度的增大,汽车的临界车速减小;而驱动轮侧偏刚度增大,临界车速随之增大.这是由于较小的前轮侧偏刚度可以减小转向阻力,增加转向的轻便性,而较大的后轮侧偏刚度可以提供较大的地面附着力,增加转向的驱动力.

3) 不同的驾驶员预瞄距离,对应不同的临界车速;前轴到重心的距离越大,临界车速越小.因此,在汽车运输货物的过程中应将货物尽量靠前方放置,注意不要使前轴到重心的距离过大.

对于给定的系统基本参数,经计算得到自治系统的临界车速为 43.82 m/s.当车速 $U = 35$ m/s 时,自治系统的侧向速度、横摆角速度和侧向位移的时间历程,以及侧向运动的 Poincaré 截面图,如图3所示.可以看出,在该车速下自治系统是稳定的.

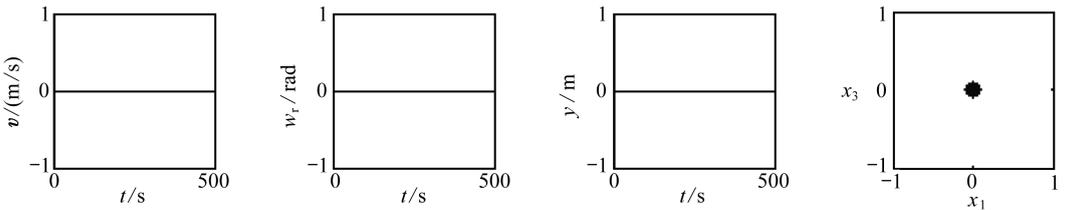


图3 $U = 35$ m/s 时的系统响应

Fig.3 System response map for $U = 35$ m/s

3 方向扰动下重型汽车的分岔及混沌运动

选取路面方向扰动参数, $Q = 0.05$, $\omega_d = 2\pi$, 根据式(7) 可以计算得到人-车-路闭环系统的侧向位移 y 随车速 U 变化的分岔图, 如图4 所示。从图4 可以看出, 随着车速 U 的增加, 系统响应具有不同的运动状态。当速度 $U \leq 36$ m/s 时该系统在平衡点 X_e 附近振动, 系统响应是稳定的; 当 36 m/s $< U < 44$ m/s 时, 系统出现拟周期运动; 当 44 m/s $< U < 53$ m/s 时, 系统响应由拟周期运动演变为周期9 的运动; 当 $U \geq 53$ m/s 时, 系统响应再次出现拟周期运动, 随着速度继续增大, 达到约 57.5 m/s 时, 系统进入混沌运动状态。

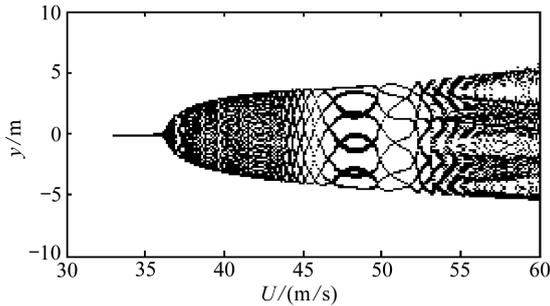


图4 分岔图

Fig. 4 Bifurcation diagram

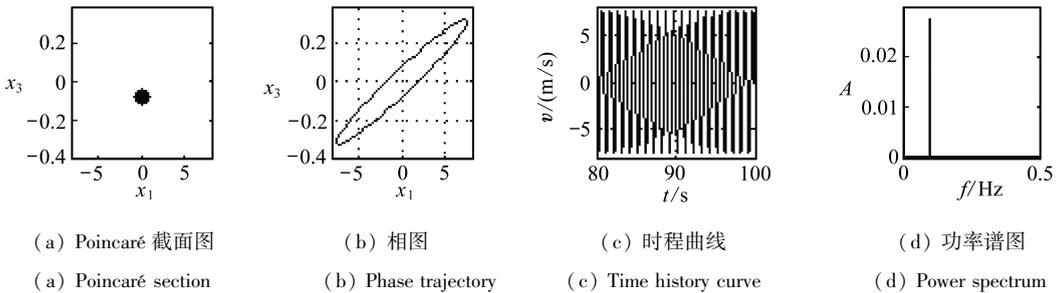


图5 $U = 30$ m/s 时的系统响应图

Fig. 5 System response map for $U = 30$ m/s

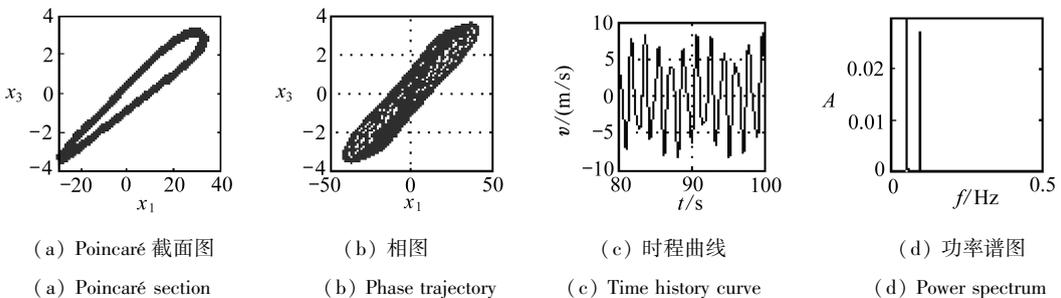
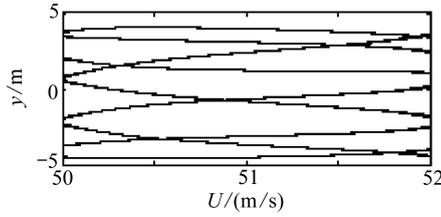


图6 $U = 41.1$ m/s 时的系统响应图

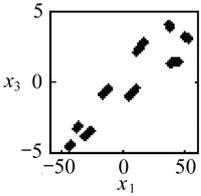
Fig. 6 System response map for $U = 41.1$ m/s

为了进一步验证以上分析的正确性, 作出了4 种典型情况 ($U = 30$ m/s, $U = 41.1$ m/s, $U = 51.5$ m/s, $U = 57.5$ m/s) 的 Poincaré 截面图、相图、时间历程曲线和功率谱图, 如图5~8 所示。



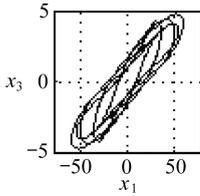
(a) 分岔图

(a) Bifurcation diagram



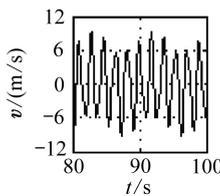
(b) Poincaré 截面图

(b) Poincaré section



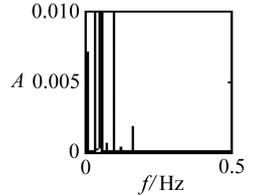
(c) 相图

(c) Phase trajectory



(d) 时程曲线

(d) Time history curve

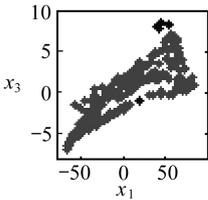


(e) 功率谱图

(e) Power spectrum

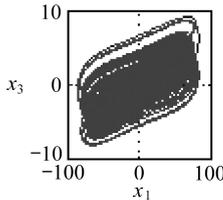
图 7 $U = 51.5 \text{ m/s}$ 时的系统响应图

Fig. 7 System response map for $U = 51.5 \text{ m/s}$



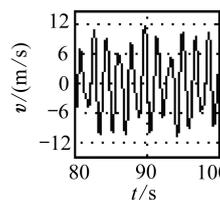
(a) Poincaré 截面图

(a) Poincaré section



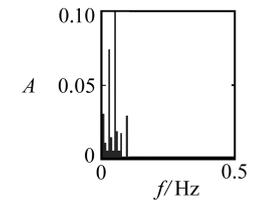
(b) 相图

(b) Phase trajectory



(c) 时程曲线

(c) Time history curve



(d) 功率谱图

(d) Power spectrum

图 8 $U = 57.5 \text{ m/s}$ 时的系统响应图

Fig. 8 System response map for $U = 57.5 \text{ m/s}$

从图 5 ~ 8 可以看出:

1) $U = 30 \text{ m/s}$ 时的 Poincaré 截面是一个孤立的相点,相图为一个封闭的圆,功率谱图只有一个谱峰.经计算^[15],系统响应的最大 Lyapunov 指数为 $-0.231 0$.这些特性充分说明此时系统处于稳定的周期运动.

2) $U = 41.1 \text{ m/s}$ 时,Poincaré 截面是一条封闭的曲线,功率谱图中有不可公约的谐波成分.经计算,系统响应的最大 Lyapunov 指数为 $-7.310 7e^{-4}$.因此,可以判断,此时的运动为拟周期运动.

3) $U = 51.5 \text{ m/s}$ 时,Poincaré 截面有 9 个孤立的点,相图为 9 个封闭的圆,功率谱图存在 9 个谐波成分.经计算,系统响应的最大 Lyapunov 指数为 0 .因此,可以判断,此时的运动为周期 9 运动.

4) $U = 57.5 \text{ m/s}$ 时的系统响应,此时系统的 Poincaré 截面图具有分形特征,相轨线在有限区域内无限循环而不重复,功率谱出现连续谱的特性.经计算,此时的 Lyapunov 指数为 $0.599 4$.

这些特征充分说明此时系统响应处于混沌状态。

给定初始条件,让系统随时间演化会出现两种结果:在低于某一车速时,系统响应经过一段时间之后就进入稳定状态;而在高于此车速时,系统响应经过一段时间后会迅速增加导致失稳。利用这种方法可以计算非自治系统的临界车速。不同车速下的侧向速度时间历程图如图9所示。从图9可以看出,随着车速的增加,侧向速度幅值增加;车速较小时系统呈现稳定的周期运动;当车速大于37 m/s时,横向速度迅速增加,系统失稳。因此,在给定的参数和路面扰动下,人-车-路闭环系统的临界车速为37 m/s。前面得到的自治系统的临界车速为43.82 m/s,很显然,考虑路面方向扰动后,非自治系统的临界车速小于自治系统。

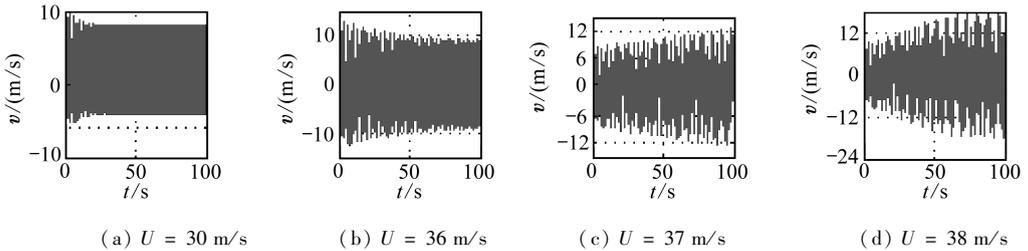


图9 不同车速下的侧向速度时间历程

Fig.9 The time history curves of lateral velocities under different velocities

4 结 论

本文针对三轴重型汽车,采用立方非线性轮胎侧偏模型,考虑驾驶员控制及路面方向扰动的影响,建立了人-车-路闭环汽车转向非线性动力学模型,进行了稳定性和混沌运动分析。研究发现:

1) 在不同的物理参数下,汽车的临界车速不同。合理的前轴距、转向轮侧偏刚度、驱动轮侧偏刚度可明显地提高汽车行驶的稳定性的。因此,在汽车设计中可以合理匹配相应的物理参数,以保证汽车具有良好的行驶稳定性。

2) 随着车速的增加,系统的运动从周期运动变为拟周期运动、周期9运动,又回到拟周期运动,最后进入混沌运动。

3) 在本文给定的参数和路面扰动下,人-车-路闭环系统的临界车速为37 m/s。

参考文献(References):

- [1] Zhu Q, Ishitobi M. Chaos and bifurcations in a nonlinear vehicle model[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, **275**(3): 1136-1146.
- [2] LI Shao-hua, YANG Shao-pu. Investigation on chaotic motion in hysteretic nonlinear suspension system with multi-frequency excitations [J]. *Mechanics Research Communications*, 2004, **31**(2): 229-236.
- [3] 孟泉,王洪礼. 汽车系统的分岔研究[J]. 汽车工程, 2004, **26**(1): 50-53. (MENG Quan, WANG Hong-li. A study on bifurcations of vehicle systems[J]. *Automotive Engineering*, 2004, **26**(1): 50-53. (in Chinese))
- [4] 文桂林,龚旭,李振磊,钟志华. 基于ILMI算法的车辆半主动悬架静态输出反馈控制[J]. 汽车

- 工程, 2007, **29**(6): 486-489. (WEN Gui-lin, GONG Xu, LI Zhen-lei, ZHONG Zhi-hua. Static output feedback control for vehicle semi-active suspension based on ILMI algorithm[J]. *Automotive Engineering*, 2007, **29**(6): 486-489. (in Chinese))
- [5] 方明霞, 谈军, 冯奇. 悬架迟滞非线性特性对汽车平顺性的影响[J]. 振动与冲击, 2008, **27**(11): 67-70. (FANG Ming-xia, TAN Jun, FENG Qi. Influence of hysteretic nonlinear property of suspension on automobile ride comfort[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, **27**(11): 67-70. (in Chinese))
- [6] Liu Z, Payre G, Bourassa P. Nonlinear oscillations and chaotic motions in a road vehicle system with driver steering control[J]. *Nonlinear Dynamics*, 1996, **9**(3): 281-304.
- [7] 王洪礼, 刘晟, 迟仲玉. 汽车四轮转向运动的稳定性分析[J]. 机械强度, 2000, **22**(1): 23-25. (WANG Hong-li, LIU Sheng, CHI Zhong-yu. Analysis of the motion stability for vehicle four wheel steering system[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2000, **22**(1): 23-25. (in Chinese))
- [8] 刘献栋, 张紫广, 何田, 单颖春. 基于增量谐波平衡法的汽车转向轮非线性摆振的研究[J]. 汽车工程, 2011, **33**(2): 142-147. (LIU Xian-dong, ZHANG Zi-guang, HE Tian, SHAN Ying-chun. A research on the nonlinear shimmy of automotive steering wheels based on incremental harmonic balance method[J]. *Automotive Engineering*, 2011, **33**(2): 142-147. (in Chinese))
- [9] 王威, 宋玉玲, 薛彦冰. 高速下轿车转向系非线性振动的分岔特性[J]. 机械工程学报, 2012, **48**(9): 103-110. (WANG Wei, SONG Yu-ling, XUE Yan-bing. Bifurcation characteristics on nonlinear vibration of its steering system when car running at a high speed[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2012, **48**(9): 103-110. (in Chinese))
- [10] LI Shao-hua, YANG Shao-pu, CHEN Na. Directional control of a driver-heavy-vehicle closed-loop system[J]. *Advanced Engineering Forum*, 2012, **2/3**: 33-38.
- [11] 郭孔辉. 汽车操纵动力学原理[M]. 南京:江苏科学技术出版社, 2011. (GUO Kong-hui. *Vehicle Handling Dynamics Theory*[M]. Nanjing: Phoenix Science Press, 2011. (in Chinese))
- [12] 林棻, 赵又群. 基于遗传算法的驾驶员-汽车闭环系统行驶方向稳定性研究[J]. 机械科学与技术, 2006, **25**(10): 1151-1153. (LIN Fen, ZHAO You-qun. Study of a driver-automobile closed-loop system's directional stability based on genetic algorithm[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2006, **25**(10): 1151-1153. (in Chinese))
- [13] 段立飞, 高振海, 王德平. 驾驶员对汽车方向的自适应控制行为建模[J]. 机械工程学报, 2011, **47**(8): 121-125, 133. (DUAN Li-fei, GAO Zhen-hai, WANG De-ping. Modeling of driver's adaptive control behavior for vehicle direction[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2011, **47**(8): 121-125, 133. (in Chinese))
- [14] 刘延柱, 陈立群. 非线性振动[M]. 北京:高等教育出版社, 2001. (LIU Yan-zhu, CHEN Li-qun. *Nonlinear Vibrations*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese))
- [15] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A. Determining Lyapunov exponents from a time series[J]. *Physica D*, 1985, **16**(3): 285-317.

Research on Lateral Stability, Bifurcation and Chaotic Motions of Heavy Vehicle With Road Direction Disturbance

LI Shao-hua, WU Jin-yi, HU Bin

(*School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, P. R. China*)

Abstract: A closed-loop driver-vehicle-road model with two degrees of freedom (DOF) for a three-axle heavy vehicle was set up. With the influence of the road directional disturbance and driver control considered, the vehicle ordinary differential equations of motion were established. The influences of system parameters including wheelbase, preview distance, loading, time delay of driver control and tire lateral stiffness on steering stability were studied by numerical simulations, based on the Hopf bifurcation theory. The range of numerical stability of the steering system was also determined. Moreover, the nonlinear dynamics of this closed-loop driver-vehicle-road system at different vehicle running speeds were investigated by numerical methods, such as bifurcation, time history curve, phase trajectory, power spectrum, Poincaré section and Lyapunov exponent. It is shown that periodic, quasi-periodic and chaotic motions may take place with the increase of running speed, and the lateral stability of the vehicle mainly depends on the vehicle and driver model parameters.

Key words: heavy vehicle; driver model; nonlinear dynamics; stability; chaotic

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China(10932006;11072159)