应用数学和力学,第 34 卷 第 3 期
2013 年 3 月 15 日出版

Applied Mathematics and Mechanics
Vol. 34, No. 3, Mar. 15, 2013

文章编号:1000-0887(2013)03-0217-09

Poisson 比对弯曲波在变截面梁中传播特性的影响*

朱志韦[1], 邓子辰[1,2]

(1. 西北工业大学 工程力学系,西安 710072;
2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室,辽宁 大连 116024)

(我刊编委邓子辰来稿)

摘要: 基于 Timoshenko 理论和梁几何不连续处位移连续和力平衡条件,得到弯曲波在变截面梁中反射和透射系数矩阵,进而研究材料 Poisson 比对弯曲波在梁变截面处传播特性的影响.结果显示,在负 Poisson 比阶段,透射传播波的振幅和能量有显著下降趋势,反射传播波振幅和能量上升明显.这说明负 Poisson 比有利于反射传播波在变截面处的生成,对透射传播波有抑制作用.此外通过对衰减波能量的分析,得到 Euler-Bernoulli 理论即使在低频范围内,有时会产生较大误差,因此在使用 Euler-Bernoulli 理论时应慎重.

关 键 词: 变截面梁; Timoshenko 理论; 弯曲波; 负 Poisson 比

中图分类号: O347.41 **文献标志码:** A

DOI: 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.03.001

引 言

梁构件是最常见的结构部件,其几何特征为轴向尺寸一般远远大于其截面尺寸,因此梁构件易发生弯曲变形.对于梁横向振动特性的研究历史悠久,18 世纪,Euler 和 Bernoulli 提出了以横向位移为单一变量的 4 阶偏微分方程.Euler-Bernoulli 梁模型理论被后人视为经典理论,直到现在仍是研究振动分析及控制[1-2]、波在多孔材料传播[3]等问题中常用模型.1921 年 Timoshenko 在 Euler-Bernoulli 理论的基础上,创造性地将剪切变形作为另一个截面的主要变形方式,使一维梁模型理论可以应用于频率更高的结构动力问题分析中.在与精确理论对比中,由 Timoshenko 理论得到的结果在第一模态范围内与精确理论相吻合,而 Euler-Bernoulli 理论仅适用于振动频率很低的范围内[4].

* **收稿日期:** 2013-01-10

基金项目: 国家基础研究计划 973 资助项目(2011CB610300);国家自然科学基金资助项目(11172239);111 引智计划资助项目(B07050);高校博士点基金资助项目(20126102110023);大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室开放基金资助项目(GZ0802)

作者简介: 朱志韦(1986—),男,河北衡水人,博士生(E-mail:zhuzhiwei@mail.nwpu.edu.cn);
邓子辰(1964—),男,西安人,教授,博士生导师(通讯作者. E-mail:dweifan@nwpu.edu.cn).

在实际结构中,根据使用的需要,梁构件中往往出现变截面部位,例如一维几何不连续的周期结构[5]、机械转子[6]等. 当波在梁中传播时,遇到变截面,会发生反射和透射现象. 这时不仅波的振幅和相角会发生变化,有时还会激发出不同类型的波,例如弯曲波在变截面处会产生衰减波. 1984 年 Mace 在文献[7]中详细讨论了弯曲波在一维波导(梁)不连续处的传播特性,文中采用经典 Euler-Bernoulli 理论,根据不连续处的位移连续和力平衡条件,得到反射波和透射波系数矩阵. 2005 年 Mei 和 Mace 在文献[8]中换用 Timoshenko 理论,对弯曲波在梁不连续处的传播特性进行重新研究. 对于变截面不连续处,Mei 着重讨论了弯曲波频率处于两个截止频率之间时,波之间的相互转换问题. 2012 年 Leamy 在文献[9]中将文献[7-8]中的研究方法和 Bloch 定理相结合,对波在二维周期结构中传播时,形成禁带(stop-band)和通带(pass-band)问题进行分析. 波一般被视为一种能量传播的方式,当弯曲波在变截面处发生反射和透射现象时,伴随着能量的重新分配,根据能量守恒原理,被激发的衰减波理应分配到一定能量,但在文献[7]中衰减波并未分配到相应的能量. 这个问题将在下面章节中进行详细的讨论.

当材料(例如铝)受到轴向拉伸时,它会在横向缩短,这种现象称为 Poisson 现象. Poisson 比就是用来描述 Poisson 现象的物理量. 对于线弹性各向同性材料,Poisson 比 ν 理论的取值范围为 $(-1, 0.5]$,现实常用材料的 Poisson 比均为正值,因此在非常长的一段时间内,Poisson 比取负值的情况被人们所忽略. 1987 年 Lakes 得到 Poisson 比为 -0.7 左右接近各向同性的聚酯材料[10],为负 Poisson 比材料的研究打开了一扇大门. 后来研究发现,自然界中确实存在负 Poisson 比的材料,例如沸石[11],方晶石[12]. 二维凹六边形蜂窝材料是一种最近研究比较多的负 Poisson 比材料,通过与正常六边形蜂窝材料对比,波在凹六边形蜂窝材料中有更加明显的空间禁带和通带现象,即波只能在材料的特定区域传播[13-14]. 关于更多 Poisson 比与材料关系的话题,可参考 Greaves 等为纪念法国科学家 Poisson 的《力学教程》发表 200 周年而写的综述文献"Poisson's ratio and modern materials"[15].

本文主要研究 Poisson 比对弯曲波在梁构件变截面传播特性的影响:首先采用 Timoshenko 理论介绍弯曲波在均质梁中的传播问题;其次详细分析弯曲波在变截面处的反射和透射现象;随后采用一算例,具体分析 Poisson 比对反射波和透射波的影响,侧重 Poisson 比对弯曲波能量分配的影响.

1 弯曲波在均质各向同性等截面梁中的传播

对于均质各向同性等截面梁构件, 采用 Timoshenko 梁理论, 其梁单元的动力方程(忽略外力):

$$GA\kappa \frac{\partial}{\partial x}\left[\psi(x,t) - \frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right] + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

$$EI \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + GA\kappa\left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - \psi(x,t)\right] - \rho I \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = 0, \tag{2}$$

其中,ρ, E, G, A, I 分别为梁单元材料密度、弹性模量、剪切模量、截面面积和极惯性矩; κ 为剪力修正系数,与截面形状及 Poisson 比 ν 有关,对于矩形截面 $\kappa = 5(1+\nu)/(6+5\nu)$[16]; $w(x,t)$ 为单元横向位移,$\psi(x,t)$ 为由截面弯矩引起的转角,$\partial w(x,t)/\partial x - \psi(x,t)$ 为截面剪力引起的

转角. 弯矩 $M(x,t)$ 和剪力 $V(x,t)$ 可用 $w(x,t)$, $\psi(x,t)$ 表示为

$$M(x,t)=-EI\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x},\tag{3}$$

$$V(x,t)=GA\kappa\left[\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}-\psi(x,t)\right].\tag{4}$$

假设方程(1)和(2)解的形式为 $[w,\psi]^{\mathrm{T}}=[W_0,\Psi_0]^{\mathrm{T}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$, 将其代入动力方程得

$$\boldsymbol{A}[W_0,\Psi_0]^{\mathrm{T}}=0,\tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}k^2GA\kappa-\rho A\omega^2 & -\mathrm{i}kGA\kappa\\ -\mathrm{i}kGA\kappa & -k^2EI-GA\kappa+\rho I\omega^2\end{pmatrix}.\tag{6}$$

若方程(5)有非奇异解,则 $\det(\boldsymbol{A})=0$, 于是得

$$k^4-\frac{\beta^2}{r_{\mathrm{g}}^2}\left(\alpha+\frac{1}{\kappa}\right)k^2+\frac{\alpha}{r_{\mathrm{g}}^4}\beta^2\left(\frac{\beta^2}{\kappa}-1\right)=0,\tag{7}$$

其中

$$\alpha=\frac{G}{E},\ r_{\mathrm{g}}^2=\frac{I}{A},\ \beta^2=\frac{\omega^2}{\omega_{\mathrm{c}}^2},\ \omega_{\mathrm{c}}=\sqrt{\frac{GA}{\rho I}},$$

在各向同性线弹性材料中, $G/E=0.5/(1+\nu)$,于是 $\alpha=0.5/(1+\nu)$.

在方程(7)中,判别式

$$V=\frac{\beta^2}{r_{\mathrm{g}}^4}\left[\beta^2\left(\alpha-\frac{1}{\kappa}\right)^2+4\alpha\right]>0,$$

于是方程存在两个不同的实根 k_1^2, k_2^2:

$$k_1^2+k_2^2=\frac{\beta^2}{r_{\mathrm{g}}^2}\left(\alpha+\frac{1}{\kappa}\right)>0,\tag{8}$$

$$k_1^2k_2^2=\frac{\alpha}{r_{\mathrm{g}}^4}\beta^2\left(\frac{\beta^2}{\kappa}-1\right).\tag{9}$$

由于式(8)大于0,可知方程(7)至少有1个正根,不妨取 $k_1^2>0$,设 $k_1=\pm\mu_1(\mu_1>0)$,则 $\mathrm{e}^{\mp\mu_1 x\mathrm{i}}$ 代表向右和向左传播的传播波;在式(9)中, 当 $\beta^2<\kappa$ 时, $k_2^2<0$, 取 $k_2=\pm\mu_2\mathrm{i}$, 于是 $\mathrm{e}^{\mp\mu_2 x}$ 代表向右和向左传播的衰减波;当 $\beta^2>\kappa$ 时, $k_1^2k_2^2>0$,此时 $k_2^2>0$,与 k_1^2 一样代表向两侧的传播波. 对于 $\beta^2=\kappa$,对应截止频率 ω_{c};由 $\kappa=5(1+\nu)/(6+5\nu)$,则 $\beta_{\mathrm{c}}=\sqrt{5(1+\nu)/(6+5\nu)}$. 图1为 β_{c} 随 Poisson 比 ν 的变化图. 从图中可以明显看到,在负 Poisson 比阶段 ($\nu<0$), 截止频率有非常显著的降低.

本文研究只限于 $\beta<\beta_{\mathrm{c}}$, 即方程(1)和(2)的通解由传播波和衰减波叠加得到. 方程通解可写成如下形式:

$$w(x)=a_1^+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu_1x}+a_2^+\mathrm{e}^{-\mu_2x}+a_1^-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu_1x}+a_2^-\mathrm{e}^{\mu_2x},\tag{10}$$

$$\psi(x)=-\mathrm{i}Pa_1^+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mu_1x}-Na_2^+\mathrm{e}^{-\mu_2x}+\mathrm{i}Pa_1^-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mu_1x}+Na_2^-\mathrm{e}^{\mu_2x},\tag{11}$$

其中 $P=\mu_1\left(1-\dfrac{\beta^2}{\mu_1^2r_{\mathrm{g}}^2\kappa}\right)$, $N=\mu_2\left(1+\dfrac{\beta^2}{\mu_2^2r_{\mathrm{g}}^2\kappa}\right)$.

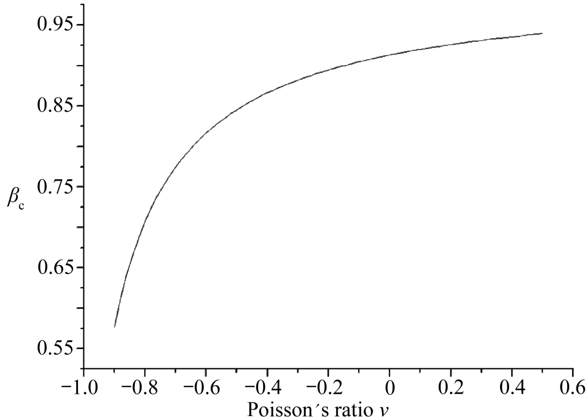

图 1 代表 Timoshenko 梁中弯曲波截止频率的无量纲量 β_c 随 Poisson 比 ν 的变化图

Fig. 1 Non-dimensional cut-off frequency of Timoshenko beam β_c as a function of Poisson's ratio ν

2 弯曲波在梁变截面处的反射和透射现象

2.1 反射和透射波系数矩阵

图 2 为两端无限长梁，梁中存在截面突变处. 现假设在左侧无穷远处，梁受到外界扰动，产生沿轴线向右的弯曲入射波 $a_1^+ e^{-i\mu_1 x}$. 当入射波传到变截面时，发生波的反射和透射现象，反射传播波 $a_1^- e^{i\mu_1 x}$ 和透射传播波 $b_1^+ e^{-i\mu_1^t x}$ 分别向变截面左侧和右侧传播；同时在变截面处还会激发两个衰减波 $a_2^- e^{\mu_2 x}$ 和 $b_2^+ e^{-\mu_2^t x}$，其振幅沿轴线分别向左向右衰减. 变截面两侧截面的位移表达式为

$$w_l = a_1^+ e^{-i\mu_1 x} + a_1^- e^{i\mu_1 x} + a_2^- e^{\mu_2 x}, \tag{12}$$

$$\psi_l = -iP_l a_1^+ e^{-i\mu_1 x} + iP_l a_1^- e^{i\mu_1 x} + N_l a_2^- e^{\mu_2 x}, \tag{13}$$

$$w_r = b_1^+ e^{-i\mu_1^t x} + b_2^+ e^{i\mu_2^t x}, \tag{14}$$

$$\psi_r = -iP_r b_1^+ e^{-i\mu_1^t x} - N_r b_2^+ e^{-\mu_2^t x}. \tag{15}$$

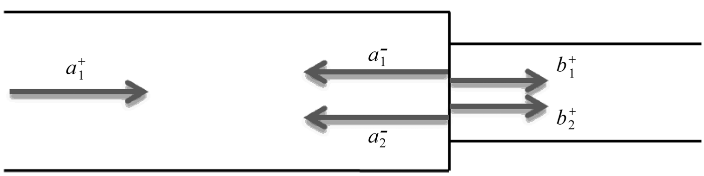

图 2 弯曲弹性波在变截面处发生反射和透射现象示意图

Fig. 2 Flexural wave reflection and transmission at a step change of infinite beam

取 $\boldsymbol{a}^+ = [a_1^+, a_2^+]^T$, $\boldsymbol{a}^- = [a_1^-, a_2^-]^T$, $\boldsymbol{b}^+ = [b_1^+, b_2^+]^T$，为方便计算，将坐标原点设在变截面处，$x$ 轴正向沿轴线向右，则式(12) ~ (15)改写为

$$\begin{bmatrix} w_l \\ \psi_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -iP_l & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^+ + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ iP_l & N_l \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^-, \tag{16}$$

$$\begin{bmatrix} w_r \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -iP_r & -N_r \end{bmatrix} \boldsymbol{b}^+. \tag{17}$$

将式(12)~(15)代入式(3)和式(4)中,得变截面两侧的弯矩和剪力:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1\mu_1 & 0 \\ \mathrm{i}(P_1-\mu_1) & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^+ + \begin{bmatrix} P_1\mu_1 & N_1\mu_2 \\ \mathrm{i}(-P_1+\mu_1) & -N_1+\mu_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^-, \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} M_r \\ V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{rl}P_r\mu_1^t & -\xi_{rl}N_r\mu_2^t \\ \mathrm{i}\gamma_{rl}(P_r-\mu_1^t) & \gamma_{rl}(N_r-\mu_2^t) \end{bmatrix} \boldsymbol{b}^+, \tag{19}$$

其中

$$\xi_{rl} = (EI)_r/(EI)_l,\ \gamma_{rl} = (GA\kappa)_r/(GA\kappa)_l.$$

根据位移连续条件和力平衡条件,在变截面处

$$w_1 = w_r,\ \psi_1 = \psi_r,\ M_1 = M_r,\ V_1 = V_r, \tag{20}$$

得

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\mathrm{i}P_1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^+ + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \mathrm{i}P_1 & N_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^- = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\mathrm{i}P_r & -N_r \end{bmatrix} \boldsymbol{b}^+, \tag{21}$$

$$\begin{bmatrix} P_1\mu_1 & 0 \\ \mathrm{i}(P_1-\mu_1) & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^+ + \begin{bmatrix} P_1\mu_1 & N_1\mu_2 \\ \mathrm{i}(-P_1+\mu_1) & -N_1+\mu_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{a}^- = \begin{bmatrix} \xi_{rl}P_r\mu_1^t & -\xi_{rl}N_r\mu_2^t \\ \mathrm{i}\gamma_{rl}(P_r-\mu_1^t) & \gamma_{rl}(N_r-\mu_2^t) \end{bmatrix} \boldsymbol{b}^+. \tag{22}$$

设 $\boldsymbol{a}^- = \boldsymbol{r}\boldsymbol{a}^+$, $\boldsymbol{b}^+ = \boldsymbol{t}\boldsymbol{a}^+$,将其与式(21)和式(22)联立求解可得反射系数矩阵 $\boldsymbol{r}$ 和透射系数矩阵 $\boldsymbol{t}$. 从而得到关于反射波和透射波振幅和相位变化的信息.

2.2 反射和透射波能量分配系数

设弯曲入射波 $w = a^+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$, $\psi = -\mathrm{i}Pa^+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$,其所携带的能量 $E = E_T + E_U$,E_T,E_U 分别为动能和变形能,现取波的一个传播周期,其表达式

$$E_T = \frac{1}{2}\int_0^T\int_0^\lambda \left[\rho A\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \rho I\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}t, \tag{23}$$

$$E_U = \frac{1}{2}\int_0^T\int_0^\lambda \left[EI\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \kappa GA\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi\right)^2\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}t. \tag{24}$$

将 $w(x,t)$ 和 $\psi(x,t)$ 代入式(23)和式(24)中,得

$$E_T = \frac{1}{4}T\lambda\rho\omega^2\ |a^+|^2(A + IP^2), \tag{25}$$

$$E_U = \frac{1}{4}T\lambda\ |a^+|^2(EIP^2k^2 + GA\kappa\,(k-P)^2). \tag{26}$$

当波在变截面处发生反射和透射时,入射波能量相应地被分配给反射波和透射波,根据能量守恒得

$$E = E_t + E_r + E_d, \tag{27}$$

其中, E,E_t,E_r 和 E_d 分别为入射波、透射传播波、反射传播波和衰减波所携带的能量.

取

$$\gamma_t = \frac{E_t}{E},\ \gamma_r = \frac{E_r}{E},\ \gamma_d = \frac{E_d}{E},$$

称 γ_t,γ_r 和 γ_d 为透射波、反射波和衰减波所分配能量系数,且满足 $\gamma_t + \gamma_r + \gamma_d = 1$.

3 数值算例及讨论

图2中梁截面取为正方形,剪力修正系数 $\kappa = 5(1+\nu)/(6+5\nu)$,变截面两侧截面回转半径之比 $\eta = r_{gr}/r_{gl}$,η 取值范围[0, +∞),在此取 $\eta = 0.2$. Poisson 比 ν 取[-0.9,0.5]. 波频率比 β 取[0.01,0.1],在此范围内,$\beta < \beta_c$(见图3),于是弯曲波在变截面处的反射和透射波中均有衰减波出现.

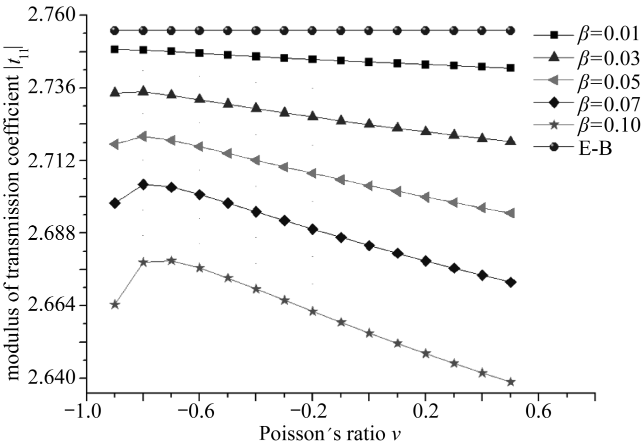

图3 透射传播波振幅系数 $|t_{11}|$ 随 Poisson 比 ν 的变化图

Fig. 3 Modulus of transmission coefficient of propagation wave $|t_{11}|$ as a function of Poisson's ratio ν

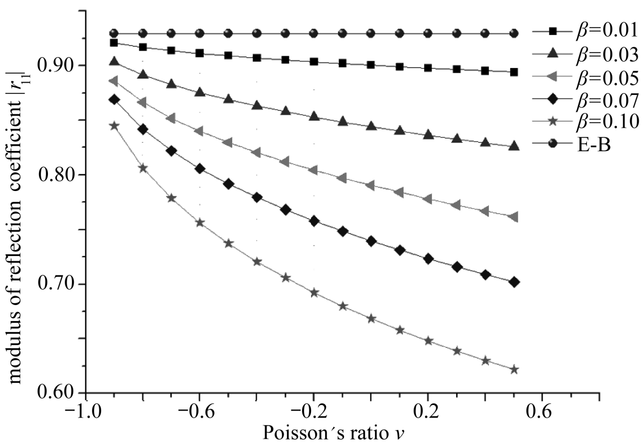

图4 反射传播波振幅系数 $|r_{11}|$ 随 Poisson 比 ν 的变化图

Fig. 4 Modulus of reflection coefficient of propagation wave $|r_{11}|$ as a function of Poisson's ratio ν

图3和图4分别反映透射传播波和反射传播波振幅随 Poisson 比 ν 的变化情况. 图中的 E-B 线为采用文献[7]中透射波和反射波系数矩阵公式计算所得,因系数公式与 Poisson 比 ν 无关,所以图3和图4中 E-B 线均为水平线. 总体而言,透射传播波振幅(图3)随 Poisson 比 ν 的递增,先增大后呈近线性递减,最大值出现在 $\nu = -0.8$ 处,且此变化规律随频率的增加而越加明显. 而对于反射传播波(图4),其振幅随 Poisson 比 ν 的递增有明显的递减趋势,在 $\beta = 0.05$, $\nu = 0.3$ 时,由 E-B 模型得到的反射波系数模的误差达到 20.4%(准确结果以本文采用的 Timoshenko 梁模型为参照),这表明 E-B 模型即使在低频阶段也会产生较大的误差. 这在后面

对波能量分配的讨论中,还会得到验证.

图 5 为透射传播波能量分配系数随 Poisson 比 ν 的变化图,Poisson 比对透射传播波能量的影响主要体现在 Poisson 比取负值阶段,随着 Poisson 比取值的减小,透射传播波的能量有明显下降趋势,并随波频率增大,这种趋势越加明显. 在正 Poisson 比阶段,波能量基本不受 Poisson 比的影响.

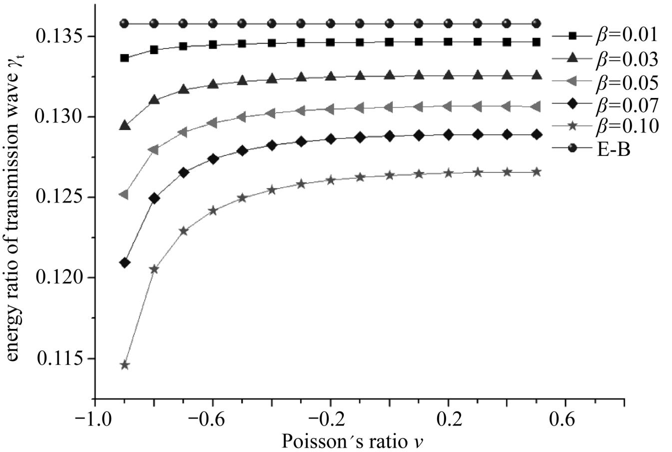

图 5 透射传播波能量分配系数 γ_t 随 Poisson 比 ν 的变化图

Fig. 5 Energy coefficient of transmission wave γ_t as a function of Poisson's ratio ν

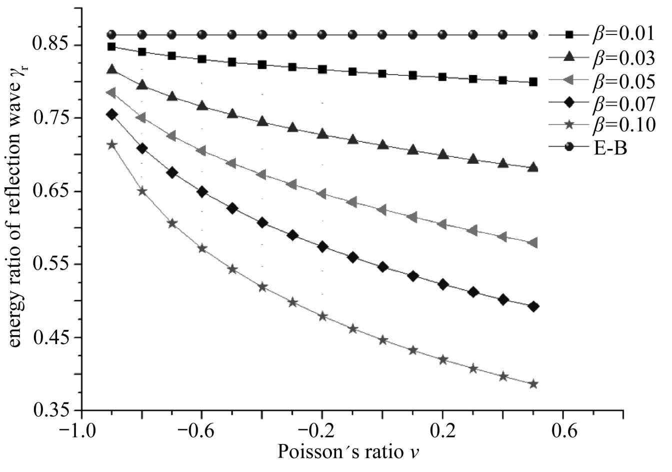

图 6 反射传播波分配能量系数 γ_r 随 Poisson 比 ν 的变化图

Fig. 6 Energy coefficient of reflection wave γ_r as a function of Poisson's ratio ν

图 6 和图 7 分别体现反射传播波和衰减波所分配到的能量与 Poisson 比的关系. 对于反射传播波(图 6)而言,波能量随 Poisson 比的增大而有明显减小,例如 $\beta = 0.05$, $\nu = -0.9$ 时, $\gamma_r = 0.785$,而 $\beta = 0.05$, $\nu = 0.5$ 时, $\gamma_r = 0.580$. 对于递减速率,负 Poisson 比阶段要比正 Poisson 比阶段略大,但不明显. 衰减波的情况(图 7)与反射传播波的恰相反,衰减波所分配到的能量随 Poisson 比的递增而递增,即使在 Poisson 比为 0.3 时,衰减波所分配到的能量占总能量(入射波)的比值大于 6%(在 $\beta = 0.01$ 时, $\gamma_d = 0.0617$),随波频率的增大,衰减波的能量将超过透射传播波的能量,因此衰减波的能量不应被忽略. 从上面的分析可得,当变截面两侧尺寸比值较小(本研究为 $\eta = 0.2$)时,Euler-Bernoulli 梁模型的误差会很大,应慎重使用.

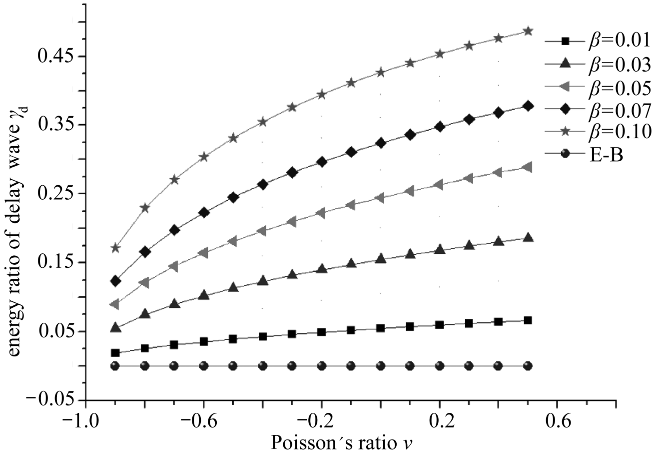

图 7 衰减波能量分配系数 γ_d 随 Poisson 比 ν 的变化图

Fig. 7 Energy coefficient of delaying waves γ_d as a function of Poisson's ratio ν

4 总 结

本文就 Poisson 比对弯曲波在梁变截面处传播特性的影响进行相关研究,侧重分析了负 Poisson 比对弯曲波在变截面处能量分配的影响. 分析表明:透射传播波基本不受正 Poisson 比的影响,在负 Poisson 比阶段有明显下降趋势;反射传播波的振幅和能量均在负 Poisson 比阶段有显著上升;衰减波所分配到的能量不应被忽视,在低频时,可用来衡量 Euler-Bernoulli 模型的正确性.

参考文献(References):

[1] Svensson L J, Andersson P B U, Scheuren J, Kropp W. Active scattering control of flexural waves at beam junctions: the influence of beam properties on power flow and control effort [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, **313**(3/5): 418-432.

[2] Svensson J L, Andersson P B U, Kropp W. On the design of structural junctions for the purpose of hybrid passive-active vibration control[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, **329**(9): 1274-1288.

[3] HOU Xiu-hui, DENG Zi-chen, ZHOU Jia-xi, LIU Tie-quan. Symplectic analysis for elastic wave propagation in two-dimensional cellular structures[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2010, **26**(5): 711-720.

[4] Wang C H, Rose L R F. Wave reflection and transmission in beams containing delamination and inhomogeneity[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, **264**(4):851-872.

[5] Morales A, Flores J, Gutierrez L, Mendez-Sanchez R A. Compressional and torsional wave amplitudes in rods with periodic structures[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2002, **112**(5):1961-1967.

[6] Richards D, Pines D J. Passive reduction of gear mesh vibration using a periodic drive shaft [J]. *Joural of Sound and Vibration*, 2002, **264**(2):317-342.

[7] Mace B R. Wave reflection and transmission in beams[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, **97**(2):237-246.

[8] Mei C, Mace B R. Wave reflection and transmission in Timoshenko beams and wave analysis

of Timoshenko beam structures[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2005, **137**(4): 382-394.

[9] Leamy M J. Exact wave-based Bloch analysis procedure for investigating wave propagation in two-dimensional periodic lattices[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, **331**(7) :1580-1596.

[10] Lakes R. Foam structures with a negative Poisson's ratio[J]. *Science*, 1987, **235**(4792): 1038-1040.

[11] Yeganeh-Haeri A, Weidner D J, Parise J B. Elasticity of α-cristobalite: a silicon dioxide with a negative Poisson's ratio[J]. *Science*, 1992, **257**(5070): 650-652.

[12] Grima J N, Jackson R, Alderson A, Evans K E. Do zeolites have negative Poisson's raios? [J]. *Advanced Materials*, 2000, **12**(24) :1912-1918.

[13] Ruzzene M, Scarpa F, Soranna F. Wave beaming effects in two-dimensional cellular structures[J]. *Smart Materials and Structures*, 2003, **12**(3): 363-372.

[14] Gonella S, Ruzzene M. Analysis of in-plane wave propagation in hexagonal and re-entrant lattices[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, **312**(1/2): 125-139.

[15] Greaves G N, Greer A L, Lakes R S, Rouxel T. Poisson's ratio and modern materials[J]. *Nature Materials*, 2011, **10**(11) :823-837.

[16] Stephen N G. On a check on the accuracy of Timoshenko's beam theory[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, **257**(4): 809-812.

Effect of Poisson's Ratio on Flexural Wave Propagation in Step-Beam

ZHU Zhi-wei[1], DENG Zi-chen[1,2]

(1. *Department of Engineering Mechanics*, *Northwestern Polythechnical University*, *Xi'an* 710072, *P. R. China*;

2. *State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment*, *Dalian University of Technology*, *Dalian* 116024, *P. R. China*)

Abstract: The purpose of this study was to investigate the effect of Poisson's ratio on the flexural wave propagation in step-beam. The transmission and reflection matrices, based on Timoshenko theory, were derived for the junction of two beams. The results show that the negative Poisson's ratio has a significant influence on amplitudes and energies of tansmission and reflection propagating waves. Due to the analysis of energy of decaying waves, Euler-Bernoulli theory sometimes is not valid even in low frequencys.

Key words: step-beam; Timoshenko theory; flexural wave; negative Poisson's ratio