

# 裂缝三级摩擦因数及影响因素研究 (以砂岩(颗粒胶结体)为例)\*

关成尧<sup>1</sup>, 漆家福<sup>1</sup>, 邱楠生<sup>1</sup>, 赵国春<sup>2</sup>,  
李春雷<sup>3</sup>, 杨 桥<sup>1</sup>, 白相东<sup>4</sup>

- (1. 中国石油大学(北京)油气资源与探测国家重点实验,北京 102249;
2. 中国地质大学(北京)地球科学与资源学院,北京 100083;
3. 中国石油勘探开发研究院 亚太研究所,北京 100083;
4. 防灾科技学院,河北 三河 065201)

**摘要:** 讨论摩擦面的摩擦因数模型,认为砂岩的摩擦因数分为砂粒球面摩擦因数、微裂纹平面摩擦因数、凸凹构成的裂缝摩擦因数3个层次,分别代表3类不同的成因,3个层次的耦合是真实岩石摩擦因数的决定因素.岩石摩擦因数是在砂粒球面材料摩擦因数基础上,经过后两种形式的放大而形成岩石的宏观摩擦因数.裂纹表面凸起的平均角度或者分形维数是影响岩石摩擦因数分异的最大影响因素,而颗粒排布模式导致的分异相对小得多.颗粒接触的静摩擦因数大于动摩擦因数的成因与颗粒的平均接触角度有关.

**关键词:** 砂岩; 砂粒; 摩擦因数; 层次; 凸起系; 放大作用

**中图分类号:** O346.5      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.02.011

## 引 言

岩石的摩擦因数是基本岩石力学性质参数之一,是地震工程、土木工程、建筑材料工程、地质断层发展、岩石圈运动等领域的重要参数.

砂岩是颗粒堆积体胶结的产物,砂粒作为河流搬运碰撞沉积的产物,其表面已经相对较为光滑.根据一些研究成果,其真摩擦角往往只有 $5^\circ$ ,如石英、长石、方解石在空气干燥的真摩擦角分别是 $7.4^\circ$ , $6.8^\circ$ , $8^\circ$ <sup>[1]</sup>,相当于摩擦因数0.1~0.14之间,而大多数岩石的最小摩擦因数为0.6,一些粗糙岩石面也经常达到1.0~2.0,并且出现了4.7的摩擦因数<sup>[2]</sup>.是什么导致砂粒表面的摩擦因数和岩石的摩擦因数相差如此之大呢?摩擦因数是如何形成的?本文试图解决这个问题.

## 1 裂纹面摩擦因数模型

摩擦因数定义为 $\tan \psi$ , $\tan \psi$  只由假定斜面的角度决定,和斜面摩擦因数无关, $\psi$ 和图1中

\* 收稿日期: 2012-11-10; 修订日期: 2013-01-06

基金项目: 国家十二五重大专项基金资助项目(南砂海域主要盆地油气资源潜力与勘探方向)(2011ZX05025-005)

作者简介: 关成尧(1976—),男,黑龙江绥化人,博士生(通讯作者. E-mail: gcywww@126.com).

凸起的倾斜角度  $\gamma$  不是相同的概念,经典的摩擦学<sup>[3-5]</sup>往往和接触力学<sup>[5-8]</sup>相联系,Greenwood 和 Williamson 的随机表面模型可谓是接触力学和摩擦学结合的典范<sup>[9]</sup>,但是这种随机模型也不能提供很容易理解的摩擦因数成因.本文假设摩擦面上的凸起为三角形截面凸起,凸起倾角  $\gamma$  类似于摩擦学中的坡度<sup>[3]</sup>概念.实际上任何斜面都是有摩擦的,假设凸起斜面  $AB$  的摩擦因数为  $\mu_{fs}$ ,如图 1 所示.斜面  $AB$  与宏观裂纹面  $AC$  之间的角度为  $\gamma$ , $\gamma$  为凸起的倾斜角度,摩擦力由剪切力  $\tau$  提供.

由图 1 的力学分解计算可知,需要一个水平的推力或者剪切力  $\tau$  来实现摩擦运动.水平剪切力  $\tau$  同时增加了  $AB$  面的正压力和摩擦力.由凹凸构成的宏观裂纹摩擦因数为  $\mu_{fc}$ ,如果将  $\mu_{fc}$  称为宏观裂纹(裂缝)摩擦因数,则

$$f_{CAB} = (f \cdot \cos \gamma + \tau \cdot \sin \gamma) \cdot \mu_{fs}, \tag{1}$$

$$\tau \cdot \cos \gamma = (f_{CAB} + f \cdot \sin \gamma). \tag{2}$$

裂纹的摩擦因数  $\mu_{fc}$  为<sup>[5]</sup>

$$\mu_{fc} = \frac{\mu_{fs} + \tan \gamma}{1 - \tan \gamma \cdot \mu_{fs}}. \tag{3}$$

式(3)符合叠加原理,和文献[3]是一致的.

## 2 微裂纹(平)面理论摩擦因数

砂岩的微裂纹平面是由一系列砂粒的摩擦构成.如果是成岩的砂粒堆积体,裂纹面或者岩石表面中局部微元平面(如图 1 中的  $AB$  面)就由这些砂粒球体之间的不可转动摩擦构成.文献[10]研究 5 种常见排布模式下的力学分解关系,成岩后的砂岩裂纹面颗粒之间的接触关系仍然和颗粒堆积体相同,不同的是成岩后摩擦只能是错动摩擦,颗粒之间不能发生自由的转动,其摩擦就成为特定排布方式下颗粒之间的错动,裂纹的错动和延伸就成为岩石自然表面.要注意的是:摩擦因数  $\mu_{fs}$  和  $\mu_{fc}$  都不是颗粒堆积体的内摩擦因数,颗粒堆积体的摩擦形式包括了颗粒之间的层滚动、转动、面摩擦等因素,和已经成岩砂岩的摩擦形式不同,因此,颗粒堆积体内摩擦不能使用本模型.

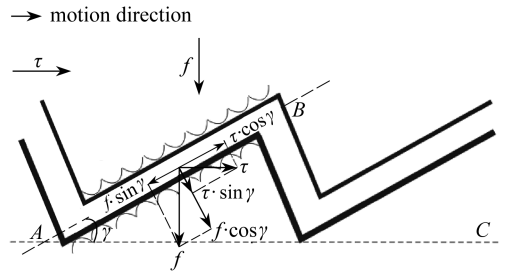


图 1 摩擦面凸起的摩擦因数模型

Fig. 1 Model of friction coefficients with surface asperities

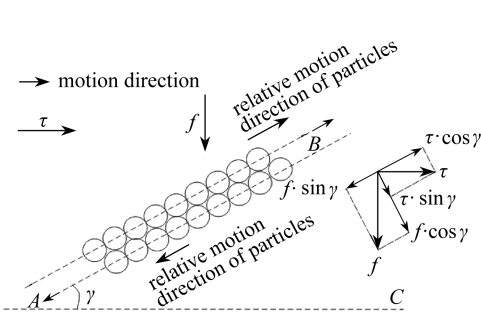


图 2 摩擦面两侧颗粒错动摩擦的微观力学图示

Fig. 2 Micromechanics schematic diagram of sliding between two particle layers who rides a crack

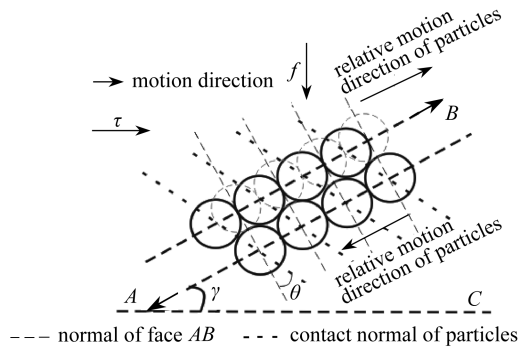


图 3 摩擦面两侧颗粒错动的角度转化(以斜方体排布模式为例)

Fig. 3 Diagram of sliding between two particle layers and angle change (hexagonal mode as an example)

砂粒之间的摩擦与图 2 中的斜面  $AB$  中的上下两排球相对错动类似,该错动是摩擦因数逐

渐变化的过程. 裂纹形成前, 颗粒初始排布接触法线和  $AB$  面呈角度  $\theta$ .  $\theta$  在这里称为瞬时接触角, 而错动的过程瞬时接触角  $\theta$  一直变化, 表示为图 3 中的  $\theta$ , 可见  $\theta_c$  为  $\theta$  的极大值,  $\theta_c$  就是表 1 和表 2 中的分解角.

砂粒的摩擦在初始角  $\theta_c$  时摩擦因数最大. 当颗粒逐步错动到接触法线(contact normal of particles)和  $AB$  面垂直时, 也就是颗粒接触法线和摩擦面法线(normal of face  $AB$ )重合时, 此时的摩擦因数就减小到砂粒的表面摩擦因数  $\mu_{fg}$ . 理论上, 每错动一个颗粒直径的距离, 可以看作是  $\theta$  从初始角度  $\theta_c$  逐步缩小到 0 的过程, 错动  $n$  个颗粒直径的距离, 就是  $\theta$  变化过程的周而复始. 在任意一个初始角度为  $\theta_c$  的错动过程中, 任意瞬时接触角对应的摩擦因数  $\mu_{fsi}$  为

$$\mu_{fsi} = \frac{\mu_{fg} + \tan \theta_i}{1 - \tan \theta_i \cdot \mu_{fg}} \quad (4)$$

采用积分的形式, 摩擦过程是从  $\theta_c$  积分到 0 的过程, 求平均后, 得到平均摩擦因数  $\overline{\mu_{fsi}}$ :

$$\overline{\mu_{fsi}} = \frac{\int_0^{\theta_c} \frac{\mu_{fg} + \tan \theta_i}{1 - \tan \theta_i \cdot \mu_{fg}} d\theta}{\theta_c} \quad (5)$$

这个积分式无法简单地展开, 可以应用求和方法来获得, 不同分解角度对应的摩擦因数如图 4 所示. 可见砂粒表面的摩擦因数  $\mu_{fg}$  和接触角度均产生较大影响, 并且, 接触角影响更加显著.

按照式(5)计算求平均值, 计算 5 种排布模式下的  $\theta_c$  对应的  $\overline{\mu_{fsi}}$ , 计算结果列于表 1 中. 5 种常见排布模式分别是<sup>[1,6,10-12]</sup>: 简单立方体(simple cubic)、六方型(斜方体, hexagonal)、复六方型(complex hexagonal)、角锥型/金字塔(pyramid)、正四面体(regular tetrahedral). 将这 5 种排布方式简单加和平均(sum and average)获得摩擦因数平均值  $\overline{\mu_{fs}}$ . 简单加和平均虽然不能非常准确地代表地下颗粒堆积体的实际情况, 但是, 大的尺度内必定是同时存在这 5 种排布, 尺度越大, 这 5 种排布模式越接近平均分布<sup>[10]</sup>. 其不同排布模式下砂粒表面的摩擦因数  $\mu_{fg}$  对应的凸起斜面  $AB$  面理论摩擦因数  $\mu_{fs}$  如表 1 所示.

表 1 不同的排布方式下的摩擦因数  $\mu_{fs}$  (分解角数据引自文献[10])

Table 1 The friction coefficients  $\mu_{fs}$  of the five types familiar particles arrangements modes

$i$	name of particle arrangement modes	decomposition angle $\theta_c / (^\circ)$	$\mu_{fg}$					
			0.05	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30
1	simple cubic	0	1	1	1	1	1	1
2	hexagonal	30	0.331 2	0.389 0	0.448 6	0.510 1	0.573 6	0.639 4
3	complex hexagonal	30	0.331 2	0.389 0	0.448 6	0.510 1	0.573 6	0.639 4
4	pyramid	45	0.508 1	0.577 3	0.650 5	0.728 1	0.810 9	0.899 5
5	regular tetrahedral	$\approx 35^*$	0.385 7	0.446 4	0.509 4	0.575 0	0.643 3	0.714 6
	the sum and average $\overline{\mu_{fs}}$		0.451 6	0.492 1	0.533 7	0.576 5	0.620 6	0.666 0

注 \*  $\approx 35'$  由分解角  $\theta_c = \arcsin(\sqrt{3}/3)$  计算得来.

Note: \* The ' $\approx 35'$ ' come from the decomposition angle  $\theta_c = \arcsin(\sqrt{3}/3)$ .

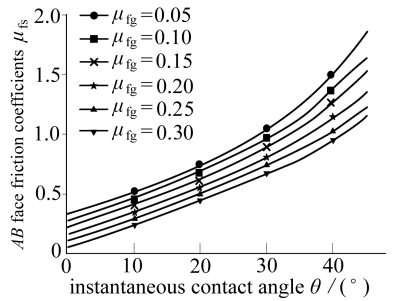


图 4 不同砂粒面摩擦因数  $\mu_{fg}$  下的  $AB$  面摩擦因数  $\mu_{fs}$  和分解角度  $\theta$  之间关系

Fig. 4 Diagram of the relationship between  $AB$  surface friction coefficients  $\mu_{fs}$  and instantaneous contact angle  $\theta$

这 5 种常见颗粒排布方式的比例很难确定,本文以简单加和作为近似,则获得砂粒面摩擦因数和 AB 面摩擦因数之间的统计经验关系:

$$\mu_{fs} = 1.2683 \times \mu_{fg} + 0.2541. \tag{6}$$

对于 5°~8°摩擦角对应的摩擦因数  $\mu_{fg}$ ,  $\mu_{fs}$  大约在 0.35~0.45 之间,很多光滑金属的摩擦因数均可能小于 0.35,即使是非常光滑的金属面也一定有凸起,说明前述的 AB 面摩擦因数计算结果偏大.上文的摩擦因数可以看作裂纹形成之初和新扩展部分的摩擦因数,在裂纹错动一定距离后,该计算值偏大.在裂纹错动一定距离后,颗粒之间的接触已经无法全部回到  $\theta_c$  这个角度.需要建立下文的“概率模型”.

通过以上两部分的模型可知,认为砂岩的摩擦因数分为 3 级,第 1 级为砂粒球面摩擦因数  $\mu_{fg}$ ,一般在 0.08~0.14 之间,由砂粒的矿物组成决定,一般差别不大;第 2 级为微裂纹平面 (AB 面) 摩擦因数  $\mu_{fs}$ ,以颗粒球面错动的瞬时变化为其表现形式;第 3 级为凸起倾斜角导致摩擦因数  $\mu_{fc}$ ,这 3 个级分别代表 3 类不同的摩擦成因,计算模型也不同,岩石的摩擦因数是在砂粒球面摩擦因数  $\mu_{fg}$  基础上,经过后两种形式的放大而形成岩石的宏观摩擦因数  $\mu_{fc}$ .

### 3 砂粒接触的概率模型

实际上,颗粒之间的接触,往往不能回到颗粒堆积体的自然接触的分界角  $\theta_c$ ,只达到了小角度斜面的接触.实际的摩擦起点在  $\theta_c$  到 0 之间分布,定义为期望初始角  $\theta_{Ec}$ ,则  $\theta_c > \theta_{Ec} > 0$ .设不同颗粒之间达到的“理论接触角” $\theta_c$  的概率符合正态分布,假设“理论接触角” $\theta_c$  作为该正态分布概率 95% 的上分位点,则 75% 的上分位点为初始角分布的期望  $\theta_{Ec}$ .根据正态分布表,95% 和 75% 分位点对应值分别是 0.675 和 1.642 5,  $0.675/1.6425 = 0.411$ ,即

$$\theta_{Ec} = 0.411\theta_c. \tag{7}$$

假设 5 种排布模式符合相同概率分布,统计上都符合 0.411 倍数关系.则经过概率化的不同砂粒表面的摩擦因数  $\mu_{fg}$  对应的凸起斜面 AB 面理论摩擦因数  $\mu_{fs}$  如表 2 所示.

表 2 不同的排布方式下的摩擦因数  $\mu_{fs}$  (概率模型)(分解角数据引自文献[10])

Table 2 The friction coefficients  $\mu_{fs}$  of the five types familiar particles arrangements modes (probability model)

i	name of particle arrangement modes	decomposition angle $\theta_c / (^\circ)$	$\mu_{fg}$					
			0.05	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30
1	simple cubic	0	1	1	1	1	1	1
2	hexagonal	30	0.165 6	0.218 8	0.272 7	0.327 4	0.383 0	0.439 5
3	complex hexagonal	30	0.165 6	0.218 8	0.272 7	0.327 4	0.383 0	0.439 5
4	pyramid	45	0.218 8	0.272 7	0.327 4	0.383 0	0.439 5	0.546 4
5	regular tetrahedral	$\approx 35^*$	0.188 0	0.242 4	0.297 7	0.354 1	0.411 6	0.470 4
	the sum and average $\overline{\mu_{fs}}$		0.161 5	0.215 2	0.269 8	0.325 2	0.381 6	0.439 1

注 ‘ $\approx 35$ ’由分解角  $\theta_c = \arcsin(\sqrt{3}/3)$  计算得来.

Note: \* The ‘ $\approx 35$ ’ come from the decomposition angle  $\theta_c = \arcsin(\sqrt{3}/3)$ .

由表 2 获得 AB 面摩擦因数和砂粒摩擦因数之间的经验关系,如下式:

$$\mu_{fs} = 1.1103\mu_{fg} + 0.1044. \tag{8}$$

对于 5°~8°的砂粒表面真摩擦角,经过概率化处理后,摩擦因数  $\mu_{fs}$  在 0.2~0.27 之间,和金属材料光滑面的最小摩擦因数较为接近;0.2~0.27 之间的摩擦因数是颗粒之间摩擦导致的,0.3 以上的摩擦因数可以认为是由粗糙面的宏观凸起倾角  $\gamma$  造成的.凸起的平均角度导致

了岩石的摩擦因数从 0.3 ~ 4.7 的巨大差异。

## 4 宏观裂缝的摩擦因数

第 3 级摩擦因数是宏观裂缝的摩擦因数,即摩擦因数  $\mu_{fc}$ ,也就是总的摩擦因数,依据式(3)计算的  $\mu_{fc}$  和凸起斜面  $AB$  面的摩擦因数  $\mu_{fs}$  之间关系如图 5 所示。

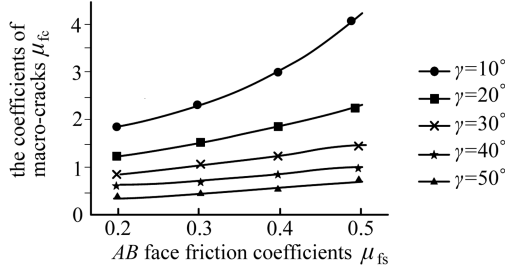


图 5 不同的凸起斜面倾角  $\gamma$  对应的裂缝摩擦因数  $\mu_{fc}$  和凸起斜面的摩擦因数  $\mu_{fs}$  关系

Fig. 5 Diagram of the relationship between  $\mu_{fc}$  and  $\mu_{fs}$  with inclination of  $\gamma$  angle

## 5 讨 论

本文提供了两套计算微裂纹平面理论摩擦因数  $\mu_{fs}$  的计算方法和数据.前者是依据散粒体的颗粒排布关系来计算的,后者是在前者的基础上经概率化处理的模型,前者的意义在于让人们知道砂岩的  $\mu_{fs}$  最高限大约在 0.35 ~ 0.45 之间,大于 0.35 ~ 0.45 的摩擦因数必定由凸起的倾角进行放大而导致,而后者(概率模型)计算的摩擦因数更加接近一般的摩擦情况。

凸起斜面的平均倾角是影响裂缝摩擦面摩擦因数的重要原因.裂缝表面凸起的平均角度或者分形维数<sup>[13]</sup>是影响岩石摩擦因数的主要影响因素,是导致岩石摩擦因数差异的关键因素,颗粒排布模式导致的分异相对较小.岩石(不包括泥岩)常见的摩擦因数  $\mu_{fc}$ (最小值)约为 0.6,反推其凸起平均角  $\gamma$  约为  $20^\circ$ .但是,实际并不需要凸起平均角  $\gamma$  达到  $20^\circ$  这么大的角度,因为可能存在多个尺度级别的凸起,如文献[13]表述的凸起分形相似性,这种大小不同级别凸起的嵌套(凸起系)以及对摩擦因数的放大,可能是摩擦因数  $\mu_{fc}$  从 0.6 到 4.7 分异的关键因素,而颗粒的排布模式导致的分异相对较小.存在多个尺度的裂缝凸起系的情况下,每一个尺度的裂缝凸起产生一次放大作用,每次放大叠加了前面的放大作用,经过多次放大,摩擦因数阶梯性增加,可以应用式(8)来计算这种由多个尺度凸起系放大的摩擦因数  $\mu_{fc}$ .

$$\mu_{fc(i+1)} = \frac{\mu_{fc_i} + \tan \gamma}{1 - \tan \gamma \cdot \mu_{fc_i}} \quad (9)$$

式(9)只是从机理上阐述这种凸起系的放大作用,实际凸起系影响是很复杂的,而可能远没有式(9)那么大的放大作用.如存在多级凸起的前提下,两块岩石接触面的多数接触点只在大尺度系列凸起的尖部接触,而这个接触部分可能是比较平缓的.颗粒接触的静摩擦因数大于动摩擦因数,其原因鲜有相关的解释. Prandtl-Tomlinson 模型<sup>[14-15]</sup>认为如果一个物体处于停留状态,然后施加力  $F$ ,它的平衡位置会移动到点  $x$ ,则满足方程

$$F = N \sin(kx), \quad (10)$$

仅当  $F \leq N$  时,方程有 1 个解.因此,在这个模型中静摩擦力  $F_s = N$ ,当作用力更大时,物体不

会处于平衡,而是进入宏观运动;在这个模型中,物体每一个宏观的移动都是一个恒定速度和一个周期振动的叠加。这种精妙的振动模型所体现的静摩擦和动摩擦的关系能够刻画很多摩擦规律和现象,但是并不能体现摩擦机理。静摩擦因数和接触时间有关<sup>[3,5]</sup>,这说明,较长接触时间(塑性变形)导致了接触面两侧的颗粒之间交错深度加大,也就是更多地接触角向 $\theta_c$ 接近,以实现接触应力的蠕散和接触点的增加。本文认为,再次错动时,静摩擦启动前的期望初始角 $\theta_{Ecs}$ 大于连续错动时对应的期望初始角 $\theta_{Ec}$ ,并且有

$$\theta_c > \theta_{Ecs} > \theta_{Ec} > 0. \quad (11)$$

式(11)体现的初始角的差异是静摩擦因数大于动摩擦因数的原因之一。严格地讲,静摩擦因数和动摩擦因数之间差别及成因是复杂的,而未来的摩擦学也需要充分考虑“切向变形”、“动态接触”等因素。关于切向力的存在已经有一定的研究<sup>[16-19]</sup>,关于动态接触<sup>[20-23]</sup>的理论也有一定的进展,目前已经初见一些有益的探索和概念,但是真正的“动态接触”和“变形摩擦学”仍然任重而道远。文献[24]提出了裂纹摩擦因数和应力之间的耦合关系,这使得摩擦因数的研究需要考虑裂纹摩擦面产生之初的应力条件,建立了摩擦学、断裂力学、地质构造应力之间的联系,将问题进一步的理论化与复杂化,也体现了地质摩擦学和普通摩擦学的差异,未来的一天,摩擦学有希望服务于更多的学科。

本文以砂岩为例,第2级摩擦因数 $\mu_{fs}$ 应用球形颗粒模型,实际上本文模型适合于任何球形颗粒的材料。对于非球形颗粒,第2级摩擦因数 $\mu_{fs}$ 根据晶体的结构会有些变化,如立方晶体、六方晶体都和球形不同。本文的3个层次摩擦成因的理论价值及应用价值,或可以适合大多数的材料,这3个层次的摩擦成因对于认识材料摩擦成因具有广泛的意义。

## 6 结 论

1) 岩石的摩擦因数主要由3级构成,分别代表3类不同的成因,砂岩颗粒材料的摩擦因数一般在0.08~0.15之间,而微凸起斜面的摩擦因数则在0.2~0.27之间。

2) 岩石的摩擦因数是在砂粒球面材料摩擦因数基础上,经过两种形式的放大而形成岩石的宏观摩擦因数,自相似的裂纹凸起系可能就包含了多次放大作用。凸起的平均角度或者包含不同尺度凸起的凸起系是导致岩石摩擦因数从0.6到4.7分异的原因,而颗粒的排布模式导致的分异相对小得多。

3) 颗粒接触的静摩擦因数大于动摩擦因数的成因与颗粒的平均接触角度有关。

## 参考文献(References):

- [1] 孙其诚, 厚美瑛, 金峰. 颗粒物质物理与力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 191-193. (SUN Qi-cheng, HOU Mei-ying, JIN Feng. *The Physical and Mechanical of Granular Materials*[M]. Beijing: Science Press, 2011: 191-193. (in Chinese))
- [2] 安欧. 构造应力场[M]. 北京: 地震出版社, 1992: 133-134. (AN-OU. *Tectonic Stress Field*[M]. Beijing: Earthquake Publishing House, 1992: 133-134. (in Chinese))
- [3] 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理[M]. 第二版. 北京: 清华大学出版社, 2002. 256-270. (WEN Shi-zhu, HUANG Ping. *Tribology Principle*[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 2002: 256-270. (in Chinese))
- [4] Halling J. *Principles of Tribology*[M]. New York: Mcmillan Press Ltd. 1975: 1-401.
- [5] 瓦伦丁 L. 波波夫. 接触力学与摩擦学的原理与应用[M]. 李强, 雒建斌译. 北京: 清华大学出版社, 2011: 1-284. (Valentin L. Popov. *Contact Mechanics and Friction Physical Principles*

- and Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Publishing House, 2011: 1-284. (Chinese version))
- [6] 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2010. (SUN Qi-cheng, WANG Guang-qian. *Introduction to the Physical and Mechanical of Granular Materials*[M]. Beijing: Science Press, 2010. (in Chinese))
- [7] Johnson K L. *Contact Mechanics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 207-209.
- [8] Oda M, Iwashita K. *Mechanics of Granular Materials, an Introduction*[M]. Oxford: Taylor & Francis Group, 1999: 207-209.
- [9] Greenwood J A, Williamson J B. Contact of nominally flat surface[J]. *Proc Roy Soc A*, 1966, **295** (3): 300-319.
- [10] GUAN Cheng-yao, QI Jia-fu, QIU Nan-sheng. Macroscopic Young's elastic modulus model of particle packing rock layers[J]. *Open Journal of Geology*, 2012, **2**(3): 198-202.
- [11] 曾凡, 胡永平. 矿物加工颗粒学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2001: 92-93. (ZENG Fan, HU Yong-ping. *Particle Technology of Mineral Processing*[M]. Xuzhou: China University of Mining Press, 2001: 92-93. (in Chinese))
- [12] O'Sullivan C, Bray J D, Riemer M. Examination of the response of regularly packed specimens of spherical particulate particles using physical tests and discrete element simulations[J]. *J Eng Mech*, 2004, **130**(1): 1140-1150.
- [13] 谢和平, 陈忠辉. 岩石力学[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 230-257. (XIE He-ping, CHEN Zhong-hui. *Rock Mechanics* [M]. Beijing: Science Press, 2004: 230-257. (in Chinese))
- [14] Prandtl L. Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Körper[J]. *ZAMM*, 1928, **8**(2): 85-106.
- [15] Tomlinson G A. A molecular theory of friction[J]. *Science*, 1929, **7**(46 supplement): 905-939. (*The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine*. Oxford: Taylor & Francis Group)
- [16] Hartmut Hertzler. On moving continua with contacts and sliding friction: modeling, general properties and examples[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, **46**(4): 2556-2570.
- [17] Adams G G, Nosonovsky M. Contact modeling-forces[J]. *Tribology International*, 2000, **192**(33): 431-442.
- [18] Tabor D. Friction—the present state of our understanding[J]. *ASME J Lubrication Tech*, 1981, **93**(103): 169-179.
- [19] Bengisu M T, Akay A. Relation of dry-friction to surface roughness[M]. *ASME J Tribol*, 1997, **119** (13): 18-25.
- [20] Oden J T, Martins J A C. Models and computational methods for dynamic friction phenomena [J]. *Com Meth Appl Mech Engng*, 1985, **56**(15): 527-634.
- [21] Martins J A C, Oden J T, Simões F M F. A study of static and kinetic friction[J]. *Int J Engng Sci*, 1990, **123**(28): 29-92.
- [22] Martins J A C, Guimarães J, Faria L O. Dynamic surface solutions in linear elasticity and viscoelasticity with frictional boundary conditions[J]. *ASME J Vib Acou*, 1995, **117**(92): 445-451.
- [23] Adams G G. Self-excited oscillations in sliding with a constant friction coefficient—a simple model[J]. *ASME J Tribol*, 1996, **118**(31): 819-823.

- [24] 关成尧, 漆家福, 邱楠生. 应力比影响下的压剪裂纹破裂角、闭锁角、摩擦因数及其耦合关系[J]. 岩土力学, 2012, **33**(12):3570-3576. (GUAN Cheng-yao, QI Jia-fu, QIU Nan-sheng. Crack angle, lock angle, friction coefficient under stress ratio affected and its coupling relationship in a compression-shear crack[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2012, **33**(12):3570-3576. (in Chinese))

## Three Levels Friction Coefficients of Cracks and Their Influencing Factors—Taking the Sandstone (Particle Packing Layers) as an Example

GUAN Cheng-yao<sup>1</sup>, QI Jia-fu<sup>1</sup>, QIU Nan-sheng<sup>1</sup>, ZHAO Guo-chun<sup>2</sup>,  
LI Chun-lei<sup>3</sup>, YANG Qiao<sup>1</sup>, BAI Xiang-dong<sup>4</sup>

(1. *State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum, Beijing 102249, P. R. China;*

2. *College of Geosciences and Resources, China University of Geosciences, Beijing 100083, P. R. China;*

3. *Department of Asia-Pacific E & P, Research Institute of Petroleum Exploration & Development, Beijing 100083, P. R. China;*

4. *Institute of Disaster Prevention Science and Technology, Sanhe, Hebei 065201, P. R. China)*

**Abstract:** To build a friction factors model of friction surface and dividing the friction factors into three levels, there were respectively the friction coefficients of surfaces of sand particles, average friction coefficient of asperities inclined plane, rocks surfaces (or macroscopic crack). The coupling of three levels the friction factors was the key determinants of the practical friction coefficient. The friction coefficient of rocks was from the friction factors of surfaces of sand particles and was amplified by the later two levels. And the self-similar series asperities themselves can amplify friction coefficients many times. The average angle of asperities inclined plane or fractal dimension is the key influencing factors and the key reason of the differentiation. The influencing factors of arrangements of particles are smaller relatively. The static friction coefficient is bigger than coefficient of the sliding friction caused by the average contact angle.

**Key words:** sandstone; sand particles; friction factor; levels; series asperities; amplifying action