

# 一种改进的公交配流模型与算法\*

任华玲, 杨东赤, 四兵锋

(北京交通大学 交通运输学院,北京 100044)

**摘要:** 对两种经典的公交配流模型进行了对比分析,指出了在考虑拥挤影响时两种模型进行公交配流各自存在的缺点.随后对两种模型存在的不足进行了原因分析,并在此基础上对 Spiess 和 Florian 提出的线性规划模型及算法进行了改进.改进的模型运用了“最优策略”和“有效频率”的思想,考虑了拥挤对站点乘客候车时间的影响.模型用 MSA(相继平均法)算法进行求解,最后在一个简单网络上进行对比分析,表明改进后的模型能够较合理地求解考虑站点拥挤的公交配流问题.

**关键词:** 公交配流; 拥挤; 策略; 有效频率

**中图分类号:** U491.1<sup>+</sup>4      **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3879/j.issn.1000-0887.2013.02.010

## 引言

公交配流问题旨在研究 OD (origin-destination) 对之间公交乘客在出行时的路径选择问题.在过去的几十年中,有关学者通过对乘客的路径选择行为、公交路网的特征、路网的拥挤情况和乘客的弹性变化等各方面的研究提出了各种模型.在最早期的研究中, Dial (1967)<sup>[1]</sup>、Fearnside 和 Draper (1971)<sup>[2]</sup> 以及 Le Clercq (1972)<sup>[3]</sup> 的文章中都假设乘客按照 OD 对之间最短的一条路径出行,出行总时间包括等待时间和乘车时间. Chriqui 和 Robillard 在 1975 年的文章中第一次提出了公交网络中的共线问题<sup>[4]</sup>. Spiess 和 Florian 在 1989 年对 Chriqui 和 Robillard 的思想进行了扩展,提出了“策略”的概念<sup>[5]</sup>. de Cea 和 Fernández 在 1993 年提出的模型中考虑了拥挤对车站候车时间的影响,并构建了由连续的转乘站点组成的公交网络<sup>[6]</sup>. Tong 和 Wong 在 1998 年提出的配流模型中考虑了乘客选择路径的随机性<sup>[7]</sup>. Kurauchi 等学者在 2003 年建立了一种模型,可以防止乘客一直选择已经达到最大容限的公交线路<sup>[8]</sup>.近些年,基于时刻表的动态配流方法成为研究的热点,如 Nuzzolo 等 (2001)<sup>[9]</sup>, Poon 等 (2004)<sup>[10]</sup> 和 Hamdouch 等 (2008)<sup>[11]</sup> 提出的模型.值得一提的是, Spiess 和 Florian 提出的线性规划模型以及 de Cea 和 Fernández 提出的用户均衡配流模型 (UE) 是两种比较经典的公交配流模型.

\* 收稿日期: 2012-09-10; 修订日期: 2012-11-14

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划 973 项目资助课题 (2012CB725401); 国家自然科学基金资助项目 (71131001; 71071014); 中央高校基本科研业务费资助项目 (2012JBZ005, 2013JBM045)

**作者简介:** 任华玲 (1975—), 女, 安徽人, 副教授, 博士 (通讯作者. E-mail: hlren@bjtu.edu.cn);  
杨东赤 (1988—), 男, 河北人, 研究生;  
四兵锋 (1972—), 男, 河北人, 副教授, 博士, 研究生导师.

Spiess 和 Florian 的文章中为了解决公交配流中的共线问题提出了“策略”的概念,所谓“策略”就是乘客在出行过程中选择路径及线路时所遵循的规则,通过这些规则确定出乘客出行的备选线路,使乘客在任一站点都能到达其目的地,且能够保证乘客的出行期望时间最少. de Cea 和 Fernández 在 1993 年针对拥挤的公交网络提出的用户均衡模型中,引入了公交路径 (transit route) 的概念,公交路径即考虑共线的一系列公交路段组成的路径. 同时他们也提出了有效频率 (effective frequency) 的概念,即考虑拥挤对站点等车时间影响时,通过对实际发车频率修改所得到的能够体现拥挤影响的发车频率.

上述两种模型在随后的公交配流问题或以公交配流问题为基础的其它研究中被引用得较为广泛,其建立模型的思想对后来公交配流问题的研究有较大的影响,如 Wu 等将 Spiess 和 Florian 的方法给以图论的扩展,通过超级路径进行公交配流<sup>[12]</sup>; Cepeda 等在 2006 年考虑网络拥挤及公交车容量的严格限制的基于频率的公交配流研究中,在构建公交网络的时候运用了 Spiess 和 Florian 的文章中的方法<sup>[13]</sup>; Schmöcker 等在 2011 年的公交配流研究中,在解决共线问题的配流比例时运用了 Spiess 和 Florian 的文章中的方法<sup>[14]</sup>; Cominetti 等 (2001)<sup>[15]</sup> 和 Cepeda 等 (2006)<sup>[13]</sup> 在公交配流的研究中,考虑拥挤影响时都借鉴了 de Cea 和 Fernández 文章中的有效频率的思想; Li 等 (2009) 在研究最优公交票价时,公交网络中的等待时间及配流过程,利用了 de Cea 和 Fernández 文章中的方法<sup>[16]</sup>.

虽然上述两种模型应用比较广泛,但两者都有自身的一些不足,有关学者在研究中对于两种方法的优缺点有所认识,但对其进行改进的却较少.

## 1 模型的改进

### 1.1 两种方法的介绍

在 Spiess 和 Florian 的方法中,首先根据最优策略的思想计算各个 OD 点之间的备选线路. 当两站点之间有两条以上线路时,乘客只考虑最优策略求出的备选线路即可,而后乘客将选择乘上备选线路中最先到达的那辆车. 他们通过对网络结构的变换与分析首先提出了一个非线性的包含整数及 0-1 整数的混合规划模型,其目标为路网出行时间总和最小,约束为路段流量非负及路网流量守恒,而后将此模型再转化为线性规划模型并给出求解算法. 模型涉及到了共线问题中备选线路问题和公交均衡配流问题. 文章给出了一个简单路网在不考虑路网拥挤情况下的配流过程,随后在限制了路段乘车费用是路段流量的严格增函数的前提下提出了一个考虑拥挤影响时的等价模型,并通 Frank-Wolfe 方法求解.

Spiess 和 Florian 的没有考虑拥挤时的公交配流混合规划模型如下:

$$\min Z(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \min \left( \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{i \in I} w_i \right), \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{a \in A_i^+} v_a = \sum_{a \in A_i^-} v_a + g_i, \quad i \in I, \quad (2)$$

$$v_a = x_a f_a w_i, \quad a \in A_i^+, i \in I, \quad (3)$$

$$v_a \geq 0, \quad a \in A, \quad (4)$$

$$x_a = 0 \text{ 或 } 1, \quad a \in A, \quad (5)$$

其中,  $a$  为公交网络中的路段,  $A$  为公交网络中路段  $a$  的集合,  $c_a$  为路段  $a$  上的乘车费用,  $i$  为公交网络中的节点,  $I$  为公交网络上节点  $i$  的集合,  $A_i^- (A_i^+)$  为指向 (离开) 节点  $i$  的路段的集合,  $v_a$

为路段  $a$  上的流量,  $\mathbf{v}$  为由各个路段流量组成的向量,  $g_i$  为表示在站点  $i$  产生的流量,  $f_a$  为路段  $a$  上的发车频率,  $w_i$  表示在站点  $i$  上所有乘客的等待时间总和;  $\mathbf{w}$  为由各个节点上的等待时间  $w_i$  组成的向量.

而在 de Cea 和 Fernández 建立的模型中, 认为拥挤对公交线路选择的影响主要体现在公交站点处的等车时间上. 随着站点等待乘客数量的增加, 由于车辆容量的限制, 部分乘客在备选线路中的第一辆公交车到达时不能上车, 因而影响到乘客的等车时间, 为此他们提出了“有效频率”的概念. 根据以上思路, 他们将原来的公交路网进行重构转化为由公交路径组成的网络, 公交站点之间若有多条公交线路可供选择, 可以通过求解一个双曲规划问题 (hyperbolic programming problem) 使乘客的等待时间和乘车时间之和最小, 从而选择出两站点之间的备选公交线路放入共线集合. 在转换后的公交网络中, 一个共线集合中的所有公交线路作为一条路段, 这条组合路段的频率与乘车时间是它所包含的公交线路频率与乘车时间的一个组合. 然后他们在转换后的公交路网上建立了用户均衡的模型与算法.

对于以上两种模型及其算法, 在考虑拥挤条件的情况下都有其自身的缺陷, 前者没有具体考虑交通拥挤情况对公交配流的影响; 后者通过提出“有效频率”的概念在其模型中体现了流量增多时拥挤对乘客路径选择的影响, 但其配流结果容易出现公交线路上的流量超出其最大承载能力过多的情况. Spiess 和 Florian 的线性规划模型主要是解决不考虑拥挤情况下的公交配流问题, 虽然随后对这种模型进行了扩展, 考虑了乘客数量对路段乘车费用的影响, 但路段费用必须是乘客数量的增函数才能保证模型有唯一解, 而且他们并没有给出合适的费用函数用于计算. 另外, 扩展的模型没有考虑到当到达车辆满载, 而候车乘客不能乘上第一辆到达的公交车而必须等待下一辆时, 乘客等待时间如何计算, 这与现实中处于客流高峰期的某些车站乘客等车的情况不符. 一般来说, 如果高峰期出行的乘客多为通勤出行, 他们对于等车时间的敏感度明显比公交车内拥挤的敏感度高得多, 因此配流时考虑拥挤对乘客在车站等车时间的影响更为合理. de Cea 和 Fernández 的用户均衡模型在配流时之所以会出现线路上的流量超过线路的最大承载能力的现象, 原因是转化后的路网上将公交线路合并为一条组合路段, 在线路间的流量是按频率分配的而没有考虑这些线路各自的最大承载能力, 而且在其配流过程中, 当选择了最短路径后假设所有的乘客都会在节点处换乘, 而没有考虑到部分乘客可以直接到达不用换乘, 因此导致配流结果出现不合理的现象.

## 1.2 改进的模型

基于 1.1 小节的分析, 我们将 Spiess 和 Florian 的不考虑拥挤情况的线性规划模型进行改进, 并借鉴 de Cea 和 Fernández 文章中的有效频率概念, 假设每条路段有两个基本特征量, 分别是线路上的乘车时间和有效频率, 前者为常量, 后者为等待时间的倒数. 有效频率的函数形式  $f_a(\cdot)$  是连续的, 并且一致趋于无穷大或者处处有限,  $f_a: [0, \bar{v}_a] \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f'_a(v_a) < 0$ ; 当  $v_a \rightarrow \bar{v}_a$  时  $f_a(v_a) \rightarrow 0$ ,  $v_a$  为路段  $a$  上的流量,  $\bar{v}_a > 0$  为路段  $a$  上的最大容量. 为了反映出乘客流量的增加会导致平均等车时间的增加,  $f_a(\cdot)$  是关于  $v_a$  的减函数, 并且与网络中所有路段的流量相关, 因为乘客的等待时间不仅与本路段的等待乘客数量有关, 还与乘客所等车辆上已有的乘客数量有关.

通过以上分析对 Spiess 和 Florian 的模型进行改进, 在改进的模型中我们假设路段的乘车时间为常数, 将与路段流量相关的有效频率代入模型, 得到改进后的模型为

$$\min Z(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \min \left( \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{i \in I} w_i \right), \quad (6)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{a \in A_i^+} v_a = \sum_{a \in A_i^-} v_a + g_i, \quad i \in I, \quad (7)$$

$$v_a = x_a f_a(\mathbf{v}) w_i, \quad a \in A_i^+, i \in I, \quad (8)$$

$$v_a \geq 0, \quad a \in A, \quad (9)$$

$$x_a = 0 \text{ 或 } 1, \quad a \in A, \quad (10)$$

其中,  $f_a(\mathbf{v})$  表示路段  $a$  上与  $\mathbf{v}$  有关的有效频率。

由式(7)、(8)及  $f_a(\mathbf{v})$  的定义可知  $w_i$  非负, 又由  $c_a, v_a, w_i$  非负可知 0 为  $Z(\mathbf{v}, \mathbf{w})$  的一个下界, 因此这个目标函数为线性的最小化问题模型具有最优解。

### 1.3 模型算法

Spiess 和 Florian 在求解混合规划时把它转化成了一个等价的线性规划, 本文在对改进的模型进行求解时, 设计了一种基于松弛思想的 MSA 迭代算法求解。在迭代过程中的第  $n$  步时, 暂时固定  $f_a^{n-1} = f_a(\mathbf{v}^{n-1})$ , 求解子问题:

$$\min Z^n(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \min \left( \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{i \in I} w_i \right), \quad (11)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{a \in A_i^+} v_a = \sum_{a \in A_i^-} v_a + g_i, \quad i \in I, \quad (12)$$

$$v_a = x_a f_a^n w_i, \quad a \in A_i^+, i \in I, \quad (13)$$

$$v_a \geq 0, \quad a \in A, \quad (14)$$

$$x_a = 0 \text{ 或 } 1, \quad a \in A. \quad (15)$$

此时由于  $f_a^{n-1}$  是已知的量, 它的求解与 Spiess 和 Florian 的文章中的线性规划的求解方法完全一样, 唯一的不同之处是常数的  $f_a$  用  $f_a^{n-1}$  代替。

由于求解过程用到 Spiess 和 Florian 的文章中线性规划的算法, 这里介绍一下在各线路发车频率不变的情况下模型的求解算法, 求解配流过程如下<sup>[5]</sup>:

#### 第 1 步 寻找最优策略

1.1 初始化:  $u_i := \infty, i \in I - \{r\}; f_i := 0, i \in I; \bar{f}_i := 0, i \in I; S := A; \bar{A} := \emptyset;$

1.2 寻找下一条路段: 如果  $S = \emptyset$ , 则停止寻找, 否则找到  $a$ , 使  $a$  满足

$$u_j + c_a \leq u_{j'} + c_{a'}, \quad a' = (i', j') \in S; S = S - \{a\};$$

1.3 更新站点标签: 如果  $u_i > u_j + c_a$  则有

$$u_i := \frac{f_i u_i + f_a (u_j + c_a)}{f_i + f_a}; f_i := f_i + f_a; \bar{A} := \bar{A} + \{a\}.$$

#### 第 2 步 根据最优策略将需求分配到路网上

2.1 初始化:  $V_j := g_j, i \in I;$

2.2 配流: 对于每一条弧  $a \in A$ , 按照  $(u_j + c_a)$  的降序排列并配流, 如下

$$\text{如果 } a \in \bar{A} \text{ 则 } v_a := \frac{f_a}{f_i} V_i; V_j := V_j + v_a \text{ 否则 } v_a := 0.$$

对于改进的模型, 在考虑拥挤对有效频率的影响情况下, 其最优解用 MSA 算法计算, 其中外循环是一个松弛过程的 MSA 算法, 根据第  $n-1$  步的流量分配结果计算出  $f_a^{n-1} = f_a(\mathbf{v}^{n-1})$ , 在  $f_a^{n-1}$  暂时固定的情况下, 利用上面的算法步骤作为内循环求解规划(11) ~ (15). 求解过程如下:

**第 1 步**

初始化:令  $k = 0$ , 找到一个可行解  $(\mathbf{v}^0, \mathbf{w}^0)$ , 其中,  $\mathbf{v}^0$  表示由各路段流量  $v_a$  组成的可行向量,  $\mathbf{w}^0$  表示由各站点的等待时间  $w_i$  组成的向量. 令  $n = 1$ .

**第 2 步**

松弛过程:根据  $\mathbf{v}^{n-1}$  计算各节点的有效发车频率  $f_a^{n-1} = f_a(\mathbf{v}^{n-1})$ , 并将其暂时固定.

内循环过程:将第 2 步计算的有效频率代入上述内循环算法, 求出配流结果  $(\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{w}})$ , 并令

$$\mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1} + \frac{1}{n} (\hat{\mathbf{v}} - \mathbf{v}^{n-1}).$$

**第 3 步**

判断计算是否结束:若  $|\mathbf{v}^n - \mathbf{v}^{n-1}| < \varepsilon$  ( $\varepsilon$  为足够小的数), 则停止迭代; 否则, 令  $n = n + 1$ , 返回第 2 步.

此算法如果有限步终止, 则  $\mathbf{v}^n = \mathbf{v}^{n-1}$ , 也就是说  $\mathbf{v}^{n-1}$  是规划(6) ~ (11) 的解; 如果算法无限步终止,  $\mathbf{v}^n \approx \mathbf{v}^{n-1}$ , 则  $\mathbf{v}^{n-1}$  是规划(6) ~ (11) 的解.

## 2 算 例

如图 1 是一个包含 3 条公交线路的简单公交网络, 该网络只有一个 OD 对  $AB$ . 线路 1 的发车频率为 6 辆/h, 线路 2 的发车频率为 12 辆/h, 线路 3 的发车频率为 10 辆/h, 假设每辆车的最大载客量为 50 人, 易得 3 条线路每小时的最大载客量分别为 300, 600 和 500. 所有路段上的行驶时间都是 10 min. 为了证明改进的模型配流结果的合理性, 现分别根据两种经典配流方法和改进的方法对 OD 对  $AB$  在不同的客流需求下进行配流, 并加以分析比较.

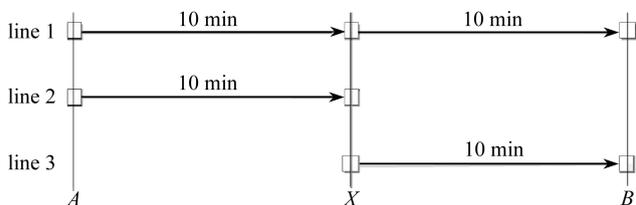


图 1 简单的公交网络

Fig. 1 An simple transit network

根据改进的模型及算法对网络进行配流时, 在配流过程中我们引用 Yang 和 Lam 等在 1997 年文章中的“有效频率”形式<sup>[17]</sup>, 如下:

$$f_a(v_a) = \begin{cases} \mu \left[ 1 - \left( \frac{v_a}{\mu K - v'_a + v_a} \right)^\beta \right], & \text{当 } v'_a < \mu K, \\ 0, & \text{当 } v'_a \geq \mu K, \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $v_a$  表示在当前站点选乘路段  $a$  上的公交车的人数, 参数  $\mu$  表示路段  $a$  的发车频率,  $v'_a < \mu K$  表示经过当前站点后路段  $a$  车上的人数 ( $v'_a \geq v_a$ ),  $K$  表示公交车的最大容量,  $\mu K - v'_a$  表示经过当期站点后车上的剩余容量, 该式明确地给出了容量限制条件  $v'_a < \mu K$ , 可在模型的求解过程中, 若某条路段上的分配的流量超过出了该路段的最大容量, 则下一步的迭代将限制乘客在此路段上分流, 有效地控制了网络上各路段的流量.

### 2.1 没有拥挤的情况

假设  $AB$  对之间的需求为 1, 即公交网络中完全没有拥挤, 根据 Spiess 和 Florian 的规划模型对此网络进行配流. 首先根据文章中的方法对原始网络进行变换, 变换后的网络如图 2 所示. 根据其算法寻找最优策略, 计算过程如表 1 所示:

表 1 在示例网络中寻找最优策略

Table 1 Find optimal strategy in the example network

| K | node labels $(u_i, f_i)$ |              |             |      | link with $\min u_i + c_a$ |              |             |                 |
|---|--------------------------|--------------|-------------|------|----------------------------|--------------|-------------|-----------------|
|   | A                        | $X_1$        | X           | B    | $a = (i, j)$               | $(u_i, f_i)$ | $u_i + c_a$ | $a \in \bar{A}$ |
| 1 | $\infty, 0$              | $\infty, 0$  | $\infty, 0$ | 0, 0 | $(X, B)$                   | 1/3          | 10          | √               |
| 2 | -,-                      | -,-          | 13, 1/3     | -,-  | $(X_1, B)$                 | $\infty$     | 10          | √               |
| 3 | -,-                      | 10, $\infty$ | -,-         | -,-  | $(X, X_1)$                 | 1/5          | 10          | √               |
| 4 | -,-                      | -,-          | 95/8, 8/15  | -,-  | $(X_1, X)$                 | $\infty$     | 95/8        | ×               |
| 5 | -,-                      | -,-          | -,-         | -,-  | $(A, X_1)$                 | 1/5          | 20          | √               |
| 6 | 25, 1/5                  | -,-          | -,-         | -,-  | $(A, X)$                   | 2/5          | 175/8       | √               |
|   | 275/12, 3/5              | 10, $\infty$ | 95/8, 8/15  | 0, 0 |                            |              |             |                 |

根据以上最优策略进行流量分配, 过程如表 2 所示.

表 2 将需求分配到示例网络中

Table 2 Assign traffic demand on the example network

| link       |         | node volumes |       |     |       |
|------------|---------|--------------|-------|-----|-------|
| $(i, j)$   | volumes | A            | $X_1$ | X   | B     |
|            |         | 1            | 0     | 0   | -1    |
| $(A, X)$   | 2/3     | 1            | 0     | 2/3 | -1    |
| $(A, X_1)$ | 1/3     | 1            | 1/3   | 2/3 | -1    |
| $(X_1, X)$ | 0       | 1            | 1/3   | 2/3 | -1    |
| $(X, X_1)$ | 1/4     | 1            | 7/12  | 2/3 | -1    |
| $(X_1, B)$ | 7/12    | 1            | 7/12  | 2/3 | -5/12 |
| $(X, B)$   | 5/12    | 1            | 7/12  | 2/3 | 0     |

配流完成后网络的流量图如图 3 所示. 由配流结果可以发现, 在站点 A 乘客根据两条线路的发车频率按比例进行分配, 选择线路 1 的乘客由于可以直达 B 点, 所以在  $X_1$  站点不用下车, 而选择线路 2 的乘客则不能直达 B 点, 必须在站点 X 换乘线路 1 或者线路 3, 换乘这两条线路的人数与线路的发车频率成比例. 另外可以计算出此时系统总的希望出行时间为 22.64 min. 在不拥挤的情况下, 这种线性规划模型的配流结果比较符合实际.

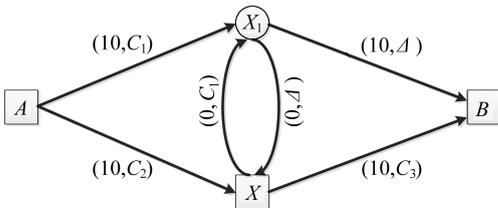


图 2 根据 Spiess 和 Florian 的方法简化的网络

Fig. 2 The simplified link representation by Spiess and Florian's method

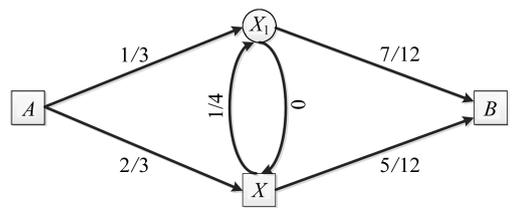


图 3 Spiess 和 Florian 的模型的配流结果

Fig. 3 Assignment results using Spiess and Florian's model

根据 de Cea 和 Fernández 的用户均衡模型对上述路网在  $AB$  对的需求为 1 的情况下进行配流, 首先根据公交路径“transit route”的概念对路网进行转化如图 4 所示.

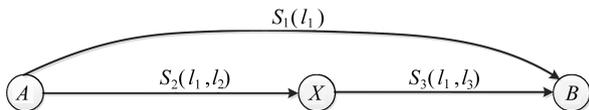


图4 修改后由路径组成的网络

Fig. 4 Modified network representation using route sections

在没有拥挤的情况下,根据模型可以直接将需求分配到由公交路径组成的行程时间最短的公交路径上,再根据路段中公交线路的发车频率分配到各线路上,假设将单位 1 的流量分配到上述网络中易得到如下配流结果。

如图 5 所示,需求分配到由  $S_1$  和  $S_2$  组成的路径上,在  $S_1$  上线路 1 的流量为  $1/3$ ,在  $S_2$  上线路 1 的流量为  $3/8$ ,线路 2 上的流量在  $X$  点有  $1/24$  转移到了线路 1 上,有  $5/8$  转移到了线路 3 上。可以计算出配流后网络总的希望出行时间为 24.58 min,大于由 Spiess 和 Florian 的规划模型得到的配流结果。由以上分析可知当不考虑拥挤时,de Cea 和 Fernández 的模型假设所有从  $A$  点上车的人都要在  $B$  点下车换乘,而实际中乘客在  $A$  点乘坐线路 1 的话在  $X$  点不会下车,所以模型得出的结果与现实不符且不能使系统总的希望出行时间最少。

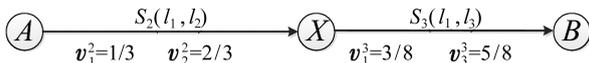


图5 无拥挤时 de Cea 的模型配流结果

Fig. 5 Uncongested case assignment results by de Cea's model

通过改进的模型对上述公交网络  $AB$  对的需求为 1 的情况下进行配流,结果与 Spiess 和 Florian 的规划模型的配流结果相同,说明改进的模型同样可以求解网络完全没有拥挤情况下的配流问题。

## 2.2 轻度拥挤的情况

当考虑轻度拥挤的情况下,de Cea 和 Fernández 的用户均衡模型对网络进行配流,设需求为 360,运用 Frank-Wolfe 方法对其进行求解,配流结果如图 6 所示。

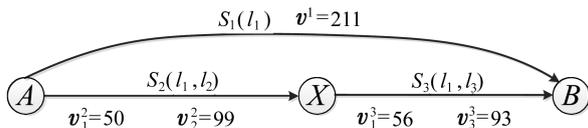


图6 轻度拥挤时 de Cea 的模型配流结果

Fig. 6 Assignment results using de Cea's model in mild congested case

通过改进的模型对上述网络轻度拥挤情况下进行配流,为便于比较,假设两种情况,即需求分别为 180 和 360. 需求为 180 时的配流过程如表 3 所示,配流结果如图 7 所示。

表3 改进模型算法迭代过程

Table 3 Iterative process of the improved model

| $k$ | effective frequency $f_i^k$                    | assignment results          |
|-----|--|-----------------------------|
| 1   | $(1/5, 2/5, 1/5, \infty, 1/3, \infty)$         | $(60, 120, 45, 0, 75, 105)$ |
| 2   | $(4/25, 8/25, 13/80, \infty, 17/26, \infty)$   | $(60, 120, 44, 0, 76, 104)$ |
| 3   | $(4/25, 8/25, 35/21, \infty, 263/931, \infty)$ | $(60, 120, 44, 0, 76, 104)$ |

流量为 360 时,通过改进的模型进行配流,结果如图 8 所示。

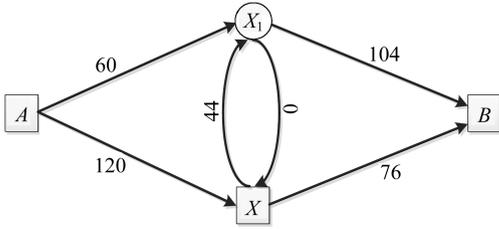


图7 轻度拥挤时(180)改进模型的配流结果

Fig. 7 Assignment results using improved model in mild congested case(180)

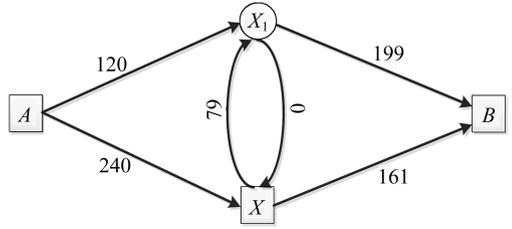


图8 轻度拥挤时(360)改进模型的配流结果

Fig. 8 Assignment results using improved model in mild congested case(360)

在轻度拥挤的情况下,首先对 de Cea 的模型自身在需求为 360 时和无拥挤情况时进行配流结果比较,可以发现 de Cea 的用户均衡模型与其在无拥挤情况下的配流结果相比,线路 1 上的流量比例大大提高,而线路 2 和 3 在最大载客量分别为 600 和 500 的情况下,客流承担量只有 99 和 93,承担量明显偏小,说明随着需求的提高,de Cea 的模型的配流结果偏离实际.然后对 de Cea 的模型跟改进的模型在相同需求 360 的情况下进行比较,发现改进模型的配流结果中线路 1 所承担的流量比例则没有如此大.最后对改进模型自身在两种不同需求进行配流结果的对比,可以看出,随着需求的增大,线路 2 上的流量转移到线路 1 的比例将变小,这是由于线路 1 上的流量快达到其最大运载能力,而线路 3 上还有较大的剩余运载能力,所以乘客在 X 点将更多地选择转乘线路 3,这与现实中的情况相符.另外,可以计算出 de Cea 的用户均衡模型配流结果的系统总的出行时间为 10 893 min,而改进模型的系统总的希望出行时间为 8 678 min,可知改进后的模型配流更加合理.

### 2.3 重度拥挤的情况

考虑重度拥挤的情况下,假设需求为 720,首先用 de Cea 的用户均衡模型进行配流,结果如图 9 所示.

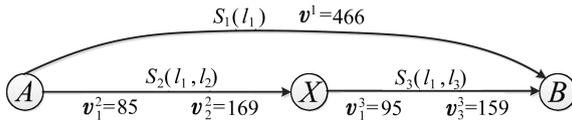


图9 严重拥挤时 de Cea 方法的配流结果

Fig. 9 Assignment results using de Cea's model in heavy congested case

从配流结果可以看出,当运用 de Cea 的用户均衡模型对重度拥挤情况下的网络进行配流时,线路 1 在路段 AX 上的流量为 551,严重超过了线路 1 的承载能力 300,而线路 2 上的流量为 169,远未达到其承载能力,在实际情况中一定会有部分线路 1 上的乘客要转到线路 2 上来,因此在重度拥挤时,此模型对路网进行配流的结果不太合理.

当需求为 720 时,运用改进的模型对网络进行配流,得到结果如图 10.

对以上严重拥挤情况下两种模型的配流进行对比可知,在 AB 之间需求都为 720 的情况下,与 de Cea 和 Fernández 的用户均衡模型的配流结果不同,由于线路 1 上的能力限制,根据“有效频率”的计算,在路网中的流量不断加大时,抑制了线路 2 上客流在 X 站点向线路 1 上的转移,因此线路 1 上的流量并没有超过线路的最大承载能力.对比发现改进的模型的配流结果更为合理,较能反映实际的流量分配情况.

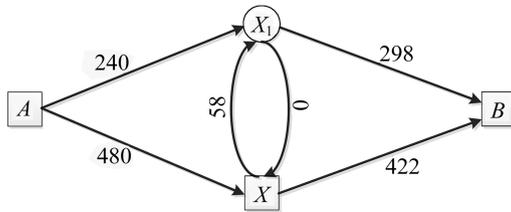


图 10 严重拥挤时改进模型的配流结果

Fig. 10 Assignment results using improved model in heavy congested case

### 3 结 论

本文对静态公交配流的两种经典模型进行了分析,指出它们各自的优缺点,并结合两种模型的思想,对其中的一个模型进行了改进,以解决两种模型在考虑拥挤的情况下进行公交配流时的不足,通过算例可以发现改进后的模型及算法有以下优点:

1) 通过最优策略的思想进行配流,配流的路线选择及其换乘情况符合实际中人们出行时的行为特点。

2) 在没有拥挤或拥挤较轻的情况下,路段上各备选公交线路的配流符合实际中与发车频率有关的分配比例。

3) 在有拥挤的情况下,改进后的模型及算法充分体现了拥挤对人们出行线路选择的影响,即当某线路的流量越接近承载能力,选择该线路的人数的比例越低,从而转移到其他具有较大剩余容量的线路上。

4) 配流结果显示,线路上的流量在非常拥挤的情况下,改进后的模型及算法有效地控制了各公交线路的最大流量,可以保证分配的流量不会超出线路的最大承载能力,有效地控制了各公交线路的最大流量。

### 参考文献 (References):

- [1] Dial R B. Transit pathfinder algorithms[J]. *Highway Research Record*, 1967(205): 67-85.
- [2] Fearnside K, Draper D P. Public transport assignment—a new approach[J]. *Traffic Engineering and Control*, 1971, **12**: 298-299.
- [3] Le Clercq F. A public transport assignment model[J]. *Traffic Engineering and Control*, 1972, **14**: 91-96.
- [4] Chriqui C, Robillard P. Common bus lines[J]. *Transportation Science*, 1975, **9**(2): 115-121.
- [5] Spiess H, Florian M. Optimal strategies: a new assignment model for transit networks[J]. *Transportation Research Part B*, 1989, **23**(2): 83-102.
- [6] de Cea J, Fernández E. Transit assignment for a congested public transport systems: an equilibrium model[J]. *Transportation Science*, 1993, **27**(2): 133-147.
- [7] Tong C O, Wong S C. A stochastic transit assignment model using a dynamic schedule-based network[J]. *Transportation Research Part B*, 1998, **33**(2): 107-121.
- [8] Kurauchi F, Bell M G H, Schmöcker J D. Capacity constrained transit assignment with common lines[J]. *Journal of Mathematical Modeling and Algorithms*, 2003, **2**(4): 309-327.
- [9] Nuzzolo A, Russo F, Crisalli U. A doubly dynamic schedule-based assignment model for tran-

- sit networks[J]. *Transportation Science*, 2001, **35**(3): 268-285.
- [10] Poon M H, Wong S C, Tong C O. A dynamic schedule-based model for congested transit networks[J]. *Transportation Research Part B*, 2004, **38**(4): 343-368.
- [11] Hamdouch Y, Lawphongpanich S. Schedule-based transit assignment model with travel strategies and capacity constraints[J]. *Transportation Research Part B*, 2008, **42**(7/8): 663-684.
- [12] Wu J H, Florian M, Marcotte P. Transit equilibrium assignment: a model and solution algorithms[J]. *Transportation Science*, 1994, **28**(3): 193-203.
- [13] Cepeda M, Cominetti R, Florian M. A frequency-based assignment model for congested transit networks with strict capacity constraints: characterization and computation of equilibria [J]. *Transportation Research Part B*, 2006, **40**(6): 437-459.
- [14] Schmöcker J-D, Fonzone A, Shimamoto H, Kurauchi F, Bell M G H. Frequency-based transit assignment considering seat capacities[J]. *Transportation Research Part B*, 2011, **45**(2): 392-408.
- [15] Cominetti R, Correa J. Common-lines and passenger assignment in congested transit networks[J]. *Transportation Science*, 2001, **35**(2): 250-267.
- [16] LI Zhi-chun, Lam W H K, Wong S C. The optimal transit fare structure under different market regimes with uncertainty in the network[J]. *Networks & Spatial Economics*, 2009, **9**(2): 191-216.
- [17] Tian Z L, Yang H, Lam W H K. Transit assignment under crowded conditions[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 1997, **31**(1): 19-38.

## An Improved Model and Algorithm for Transit Assignment Problem

REN Hua-ling, YANG Dong-chi, SI Bing-feng

(School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University,  
Beijing 100044, P. R. China)

**Abstract:** The two classical models for transit assignment, pointing out their flaws for passenger flows assignment over congested networks were compared and analyzed. The causes leading to the results of these two models were analysed, based on which, the programming model and its algorithm of Spiess and Florian were improved. The improved model combined the ideas of “effective frequency” and “optimal strategies”. The congestion was assumed to influence the waiting time at the stop only in our model, then the MSA was adopted to solve this problem. Finally these three methods were compared to solve the transit assignment problem in a simple example and the advantages of the improved model was summarized.

**Key words:** transit assignment; congestion; strategies; effective frequency